МИНИСТАРСТВО ОБРАЗОВАЊА И НАУКЕ

БИРО ЗА РАЗВОЈ ОБРАЗОВАЊА

Наставни програм

Математика

за VIII разред

Скопље, 2025. година

ОСНОВНИ ПОДАЦИ О НАСТАВНОМ ПРОГРАМУ

Наставни предмет	**Математика**
Врста/категорија наставног предмета	Обавезан
Разред	**VIII (осми)**
Теме/области у наставном програму	● **Бројеви и операције са бројевима** ● **Геометрија** ● **Алгебра** ● **Мерење** ● **Рад са подацима**
Број часова	4 часа недељно / 144 часа годишње
Опрема и средства	· Сетови картица са периодичним децималним бројевима и њиховим одговарајућим записом у облику разломка, карте са цифрама, картице са двојним разломцима, сетови домино картица са бројним изразима и њиховим решењима, домино картице са степенима и коренима, картице са питањима из садржаја „Угао”, картице са децималним бројевима, разломцима и процентима, бинго картице са записаним разломцима, картице са записаним двојним разломцима, картице са изразима од монома, бинома и полинома, лоптице/коцке у различитим бојама, припремљени лавиринти од монома, бинома, полинома, непровидне торбе/кесе, подаци представљени у табели/дијаграму, амбалажа производа из маркета, многоуглови изрезани од папира или картона, изометријски папир, мреже пирамида и призми, коцкице за игру, монете (кованице). · Конци, дрвени штапићи, метар, прибор за геометрију, хамер папир, флипчарт папир, маркери, стикер папир, канцеларијски материјал – чиоде са куглицама, селотејп, геотабле, еластичне траке, маказе, течни лепак, стиропор, тврди папир – картон.

	· Приступ интернету, геометријски софтвер, ЛЦД пројектор, рачунари, калкулатори.
Норматив наставног кадра	Наставу математике у VIII разреду деветогодишњег основног образовања може да реализује лице које је завршило: • студије математике, наставни смер, VII/1 или VIA према МРК и 240 ЕСПБ; • студије математике – физике, VII/1 или VIA према МРК и 240 ЕСПБ; • студије математике – хемије, VII/1 или VIA према МРК и 240 ЕСПБ; • студије математике – информатике, наставни смер, VII/1 или VIA према МРК и 240 ЕСПБ; • студије математике, други ненаставни смер, VII/1 или VIA према МРК и 240 ЕСПБ, са стеченом педагошко-психолошком и методичком припремом на акредитованој високошколској установи. Наставницима који су завршили први степен Природно-математичког факултета – група Математика, педагошку академију или вишу педагошку школу – одговарајућа група, и стекли звање наставника предмета који предају, не престаје радни однос на радном месту на којем су ангажовани.

ПОВЕЗАНОСТ СА НАЦИОНАЛНИМ СТАНДАРДИМА

Резултати учења наведени у наставном програму воде ка стицању следећих компетенција обухваћених облашћу **Математика и природне науке** из Националних стандарда:

	Ученик/ученица зна и/или уме:
III-A.1	да користи редослед операција са целим бројевима, разломцима и децималним бројевима, укључујући и заграде;
III-A.2	да заокружује бројеве до одређеног степена прецизности;
III-A.3	да испитује смањење или повећање у процентима, укључујући једноставне проблеме са личним или кућним финансијама, на пример: камату, попуст, добитак, губитак и порез;
III-A.4	одлучује када да примени разломак или проценте како би се упоредиле различите количине;
III-A.5	да препоручује/примењује размеру у различитим контекстима из свакодневног живота;
III-A.6	да доноси закључке када су две величине директно пропорционалне и да користи пропорционалност у решавању проблема, на пример при конверзији из једне валуте у другу;

III-А.7	да користи степене са степеним експонентом: нула, позитиван или негативан цео број и да примењује множење и дељење степени истих основа, као и степеновање степена, производа и количника;
III-А.8	да упрошћава или трансформише алгебарске изразе и да сабира и одузима једноставне алгебарске разломке;
III-А.9	да саставља израз како би описао n-ти члан аритметичког низа;
III-А.10	да саставља, решава и графички интерпретира решење: линеарних једначина са коефицијентима који су цели бројеви; система од две линеарне једначине са две непознате и линеарних неједначина са једном непознатом;
III-А.12	да открива својства углова, правих које се секу, троуглова, других многоуглова и круга и да одлучује која ће својства користити при решавању проблема;
III-А.13	да анализира 3Д форме преко мрежа и пројекција;
III-А.14	да проналази одговарајуће начине за решавање проблема уз примену Питагорине теореме;
III-А.15	да трансформише 2Д форме, комбинујући транслацију, ротацију, осну симетрију и сличност;
III-А.16	да израђује и користи цртеже у размери и да тумачи мапе;
III-А.18	да користи мерне јединице (дужина, маса, запремина/капацитет, површина и запремина) у различитом контексту;
III-А.19	да израчунава обим і површину 2Д форми;
III-А.20	да израчунава површину и запремину 3Д форми;
III-А.21	да прикупља, сређује дискретне и континуиране податке и да бира одговарајуће једнаке класне интервале где је то потребно;
III-А.22	да представља дискретне и континуиране податке помоћу: линијског графикона за временски период, дијаграма са тачкама, стубастог дијаграма, дијаграма стабло–лист;
III-А.23	да тумачи табеле, графиконе и дијаграме, да пореди резултате и доноси закључке о тачности постављене хипотезе;
III-А.24	да процењује догађај, вероватноћу догађаја, релативну фреквенцију и да доноси закључке о експерименту;
III-А.26	да оцењује ефикасност различитих приступа за решавање проблема и да побољшава поступак решавања;
III-А.27	да користи математичке апликације за решавање различитих проблемских ситуација и за проверу знања.
	Ученик/ученица разуме и прихвата да:
III-Б.1	свако може научити математику уколико се довољно потруди;
III-Б.2	знања из математике налазе примену у многим областима свакодневног живота;
III-Б.3	знања из математике су неопходна за усвајање знања из других предмета и научних дисциплина;
III-Б.4	учење математике може бити забавно и занимљиво.

Наставни програм укључује и релевантне компетенције из следећих трансверзалних области Националних стандарда: **Дигитална писменост, Лични и социјални развој, Друштво и демократска култура и Техника, технологија и предузетништво**.

Дигитална писменост

	Ученик/ученица зна и/или уме:
IV-А.2	да процени када је и на који начин за решавање неког задатка/проблема потребно и ефективно коришћење ИКТ-а;
IV-А.4	да у сарадњи са другима анализира проблем, развије идеју и план за његово истраживање и решавање и да испланира када ће и за шта користити ИКТ.
IV-А.5	да одреди какве информације су му/јој потребне, да пронађе, изабере и преузме дигиталне податке, информације и садржаје, те да процени њихову релевантност у односу на конкретну потребу и веродостојност извора;
IV-А.6	да изабере и користи различите алате за обраду података, да анализира податке и представи их на различите начине поштујући правила коришћења;
IV-А.13	да дефинише критеријуме квалитета дигиталних производа и решења, укључујући иновативност и корисност.
	Ученик/ученица разуме и прихвата да:
IV-Б.1	дигитална писменост је неопходна за свакодневни живот – олакшава учење, живот и рад, доприноси проширењу комуникације, креативности и иновативности, те нуди разне могућности за забаву;
IV-Б.2	неодговорно и невешто коришћење ИКТ-а има ограничења и може донети ризике за појединца или друштво;
IV –Б.3	потенцијали ИКТ-а ће се повећавати и треба их пратити и користити, али такође треба имати критички однос према веродостојности, поузданости и утицају података и информација које су доступне путем дигиталних уређаја.

Лични и социјални развој

	Ученик/ученица зна и/или уме:
V-А.6	да постави циљеве за учење и сопствени развој и да ради на превазилажењу изазова који се јављају на путу ка њиховом остваривању;
V-А.7	да користи сопствена искуства како би себи олакшао/ла учење и прилагодио/ла сопствено понашање у будућности;
V-А.8	да организује сопствено време на начин који ће му/јој омогућити да ефикасно и ефективно оствари постављене циљеве и задовољи сопствене потребе;
V-А.9	да предвиди последице својих поступака и поступака других по себе и по друге;
V-А.10	да се брине о свом дигиталном идентитету, безбедности и репутацији и да поштује политике приватности;
V-А.14	да активно слуша и адекватно реагује, показујући емпатију и разумевање за друге, те да изражава сопствене бриге и потребе на конструктиван начин;
V-А.15	да сарађује са другима у остваривању заједничких циљева, делећи сопствене ставове и потребе са другима и узимајући у обзир ставове и потребе других;
V-А.17	да тражи повратну информацију и подршку за себе, али и да даје конструктивну повратну информацију и подршку у корист других;

V-А.18	да истражује, постављајући релевантна питања, са циљем да открије проблеме, да анализира и вреднује информације и предлоге, те да проверава претпоставке;
V-А.19	да даје предлоге, разматра различите могућности и предвиђа последице са циљем извођења закључака и доношења рационалних одлука;
V-А.21	да анализира, процењује и побољшава сопствено учење.
	Ученик/ученица разуме и прихвата да:
V-Б.3	сопствена постигнућа и добробит у највећој мери зависе од труда који сам/сама улаже и од резултата које сам/сама постиже;
V-Б.4	свака појединиpоступак који предузме има последице по њега/њу и/или по његову/њену околину;
V-Б.6	успех у животу у великој мери зависи од циљева које себи постави, а од начина на који планира активности и организује време у великој мери зависи ефикасност и ефективност у остваривању постављених циљева;
V-Б.7	иницијативност, упорност, истрајност и одговорност су важни за спровођење задатака, остваривање циљева и превазилажење изазова у свакодневним ситуацијама;
V-Б.8	интеракција са другима је двосмерна – као што има право да од других тражи да му/јој буде омогућено задовољавање сопствених интереса и потреба, тако има и одговорност да пружи простор другима да задовоље своје интересе и потребе;
V-Б.9	тражење повратне информације и прихватање конструктивне критике воде ка личном напретку на индивидуалном и социјалном плану.

Друштво и демократска култура

	Ученик/ученица зна и/или уме:
VI-А.3	да формулише и аргументује своје ставове, да саслуша и анализира туђе ставове и да се са поштовањем односи према њима, чак и онда када се са њима не слаже.
	Ученик/ученица разуме и прихвата да:
VI-Б.2	сви људи, укључујући и децу, имају право да изражавају своје мишљење и ставове и да учествују у доношењу одлука које су повезане са њиховим потребама и интересима;
VI-Б.6	лични ангажман и сарадња са другима су важни за остваривање заједничког јавног интереса.

Техника, технологија и предузетништво

	Ученик/ученица зна и/или уме:
VII-А.1	да повезује сазнања из наука са њиховом применом у техници и технологији и у свакодневном животу;
VII-А.4	да генерише идеје и осмишља активности које воде до производа и/или услуга;
VII-А.5	да иницира једноставне пројекте са културном, друштвеном или комерцијалном вредношћу, да испланира њихову реализацију, узимајући у обзир потребне ресурсе и могуће ризике, као и да напише извештај о реализацији;
VII-А.6	да развије план за израду неког производа са употребном вредношћу, да изради производ користећи одговарајуће материјале, алате и поступке и да провери његову функционалност;

VII-А.9	активно да учествује у тимском раду према претходно усвојеним правилима и уз доследно поштовање улоге и доприноса свих чланова тима.
	Ученик/ученица разуме и прихвата да:
VII-Б.5	ресурси нису неограничени и да их је потребно одговорно користити.

РЕЗУЛТАТИ УЧЕЊА

Тема: **БРОЈЕВИ И ОПЕРАЦИЈЕ СА БРОЈЕВИМА**
Укупно часова: **40**

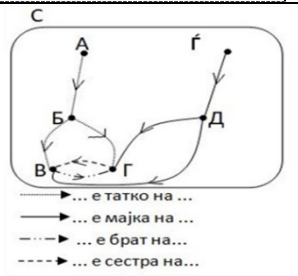
Р Резултати учења:
Ученик/ученица ће бити способан/способна да:
1. решава проблеме из свакодневног контекста коришћењем релација између скупова;
2. примењује једнакост разломака, децималних бројева и процената при упоређивању различитих количина;
3. решава проблеме из свакодневног контекста помоћу размере и пропорционалности;
4. користи операције са рационалним бројевима у свакодневном контексту;
5. користи степен са основом која је цео број и степеним експонентом који је природан број, квадратни и кубни корен од природног броја у свакодневном контексту.

Садржаји (и појмови):	**Стандарди за оцењивање:**
· Релације између скупова (релација, граф, рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна, релација еквиваленције, релација поретка)	· Објашњава појам релације између скупова. · Представља релације на различите начине (табеларно, описно и графом). · Препознаје и објашњава својства релација. · Одређује релацију еквиваленције и релацију поретка. · Креира релацију између скупова у свакодневном контексту.
• Рационални бројеви, проценти ($\mathbb{Q}^+$ (позитивни рационални) , $\mathbb{Q}^-$ (негативни рационални) и $\mathbb{Q}$ (рационални)).	· Разликује и описује скупове Q+, Q− и Q. · Објашњава и користи везу између природних бројева (N), целих бројева (Z) и рационалних бројева (Q). · Објашњава који бројеви су периодични децимални бројеви. · Записује периодични децимални број у облику разломка. · Одређује једнакост између разломака, децималних бројева и процената њиховим међусобним претварањем. · Користи познате чињенице и месну вредност при израчунавању разломака и процената од одређених количина.

	· Изражава дати број као разломак или проценат другог броја. · Решава проблеме у вези са процентима и процентуалним повећањем или смањењем.
· Размер и пропорционалност (обрнута пропорционалност)	· Упрошћава размере. · Дели количину на више од два дела у датој размери. · Идентификује директно пропорционалне и обрнуто пропорционалне величине. · Користи директну и обрнуту пропорционалност у датом контексту.
Операције са рационалним бројевима (двојни разломак)	· Сабира и одузима рационалне бројеве. · Користи познате чињенице при множењу и дељењу разломака и децималних бројева. · Множи и дели рационалне бројеве. · Користи својства и инверзне операције како би се поједноставила израчунавања са рационалним бројевима. · Користи редослед операција са рационалним бројевима, укључујући и заграде. · Објашњава појам двојног разломка. · Израчунава вредност двојних разломака.
• Степени и корени (кубен/трећи корен)	· Израчунава степен са основом која је цео број и степеним експонентом који је природан број. · Наводи квадрате бројева до 152 и кубове до 73, као и одговарајуће корене. · Процењује квадратни и кубни корен природног броја. · Израчунава вредност бројног израза са степенима, квадратним и кубним коренима. · Чита и пише степене са основом 10 и степеним експонентом који је природан број. · Записује бројеве у облику a×10n у свакодневном контексту. · Користи облик a×10n при заокруживању целих бројева до најближе 10, 100, 1 000, 10 000 итд. · Множи и дели степене истих основа. · Упрошћава/трансформише изразе коришћењем множења и дељења степени истих основа.

Примери активности:

· Ученици раде самостално, а затим у паровима деле своје закључке у вези са следећим проблемом: Нека је S={A,B,V,G,D,Đ} скуп чланова једне породице. Користећи дати граф „објасни" састав и родбинске везе између чланова те породице. Објасни која својства има ова релација? Зашто има/нема та својства? Истражуј о својој породици и запиши табеларно релацију „... је старији/а од ...". Да ли је ово релација поретка или еквиваленције? Образложи свој одговор! По којим својствима се разликује релација „није млађи од" од релације „старији је од"?



· Пројекат: „Град релација”: Ученици раде на пројекту подељени у групе од по 4–5 ученика. Њихов задатак је да креирају модел града укључујући различите аспекте градског живота, представљене као скуп објеката: школе, кафе-барови, магацини, аутобуска стајалишта, паркови, маркети и друго. Ученици треба да поставе релације између них, на пример: „посећује” између школа и културних центара, паркова или кафе-барова (које ученици посећују после часова); „продаје” између маркета и станова чији станари купују у њима. Релације треба да представе на један од изучаваних начина и да анализирају њихова својства (на пример, релација поретка између кафе-барова на основу цена кафе, релација еквиваленције између различитих локација на којима се заустављају аутобуси који возе на истој линији). Приликом презентације свог „Града релација” свака од група треба да објасни: које аспекте градског живота разматрал, које релације је и како представила, каква својства имају представљене релације и зашто, те како оне утичу на живот и динамику у граду.

· Наставник има припремљене листиће са записаним бројевима (на пример1;2; -3;0,8; 8/10; 1/2 ; -7; 3/5; -4/2; 15/3; 12,00...) од којих сваки ученик извлачи по један листић. У учионици су постављене 3 станице које представљају један од скупова бројева (N, Z, Q). Сваки ученик се креће ка једној од станица којој мисли да припада његов извучени број. Након што су се сви ученици распоредили по станицама, отвара се дискусија међу њима: Да ли су изабрали тачан скуп/станицу којој припада број који су извукли? Ко од њих може да се премести на другу станицу? Која је то станица? Надаље, наставник води ученике кроз усмерену дискусију до извођења закључака о везама између изучаваних скупова бројева.

· Ученици у паровима добијају по два сета картица: картице са периодичним децималним бројевима и њихов одговарајући запис у облику разломка (на пример: периодични децимални број 0,3333... и његов запис као разломак $\frac{1}{3}$). Сваки пар треба да повеже сваки периодични децимални број са његовим записом у облику разломка. Победник у игри је онај пар ученика који пронађе више парова картица за дато време.

· Ученици у групама играју „Децимални бинго” и добијају бинго картице са написаним разломцима које треба да поређају, на пример, у квадратну шему. Затим добијају периодичне децималне бројеве које треба да претворе у разломке. На пример, периодични децимални број 0,6666... ученици треба да претворе у разломак, а затим да означе своју Бинго картицу са разломком $\frac{2}{3}$ (на пример, жетоном). Прва група која добије Бинго (хоризонтално, вертикално или дијагонално) са правилно претвореним периодичним децималним бројевима у разломке, узвикује „Бинго!” и победник је у игри.

· Ученици у групама играју игру „Куповина у супермаркету”: Свака група импровизује супермаркет са различитим производима и њиховим ценама. Ученици имају одређени буџет и треба да изаберу производе које желе да купе, имајући у виду свој буџет. Након што изаберу производе, треба да израчунају укупан трошак. Потом наставник уводи попуст као процентуално смањење цене за одређене производе. Ученици треба да израчунају нове трошкове за изабране производе према процентуалном смањењу и да одреде колико производа више могу купити након попуста. По један ученик из групе презентује своју потрошачку корпу пред целим разредом. Игра се може поновити са процентуалним повећањем одређених цена, при чему ће ученици морати да одреде колики је додатни трошак за купљене производе.

· Ученици добијају информацију о правилима игре „Процентуална штафетна трка” и о стандардима оцењивања за тај наставни час. Подељени су у групе и треба да заврше штафетни круг за што мање времена. Групе се распоређују на почетку трке и стартују са различитих станица. На свакој станици налазе се питања и задаци (на пример: „Пронађите 30% од броја 150.” или „Израчунајте повећање од 25% на цену производа који кошта 800 денара.”). Први ученик у свакој групи решава питање или задатак на првој станици. Након решавања задатка, први ученик предаје одговоре следећем ученику у својој групи. То представља штафетни пренос до следеће станице, где следећи ученик решава наредно питање или задатак. Процес се понавља све док група не реши процентуалне проблеме са свих станица и стигне до циља. Победник је прва група ученика која прође све станице и стигне до циља.

· Картице или листићи на којима су написани разломци, децимални бројеви и проценти постављени су лицем надоле на равну површину. Ученици раде у паровима и наизменично окрећу три карте. Циљ је да се подударе једнаки разломак, децимални број и проценат. Ако ученик окрене картицу са разломком $\frac{3}{4}$, он мора да покуша да пронађе децимални број 0,75 и проценат 75%, тј. картице које представљају исту вредност. Ако неки ученик успешно повеже све три картице, може да бира другу картицу. Ако ученик не успе, карте се окрећу лицем надоле и на реду је следећи ученик. Игра се наставља све док се не пронађу сва подударања. Ученик из пара који први пронађе највише подударања је победник.

· Ученици у групама решавају проблем „Како да се наградимо према заслузи?” (Награда је замишљена или симболична). Групе на почетку добијају задатке (исте за све групе) са упрошћавањем размере које треба да реше за унапред договорено време (нпр. 10 минута). У оквиру групе, сваки ученик решава део датих задатака са циљем да свако да свој допринос у добијању већег дела награде. Током решавања наставник бележи који ученик је колико задатака тачно решио, а на крају времена сумирају колико укупно задатака имају тачно решено на нивоу групе. На основу белешки, дискусија се усмерава на следећа питања:

· Како поделити „награду” између група према броју тачно решених задатака?

· Како да у оквиру групе сваки ученик добије део награде према броју задатака које је он решио?
Ученици у оквиру група развијају стратегије за „награду према заслузи”. Групе презентују и оправдавају развијене стратегије.
Иста активност се може реализовати тако што се, уместо договореног времена, унапред договори број задатака које свака група треба да реши. Наставник бележи време за које је свака од група решила све добијене задатке. Дискусија би се сада водила у вези са питањем: С обзиром на време за које су групе решиле задатке, како поделити „награду”?
· Обрнута учионица : Ученици као припрему за наредни час имају задатак да изврше експериментална мерења према унапред задатим смерницама, резултате мерења запишу у одговарајуће табеле и размисле о томе како се вредности величина мењају једна у зависности од друге, као и да ли је могуће одредити следеће вредности без мерења. Ученици се охрабрују да вредности представе и у координатном систему.
Пример:

о Колико је времена потребно да се напуни водом кофа од 2 l ако се пуни само из једне флаше, из две флаше истовремено, из три?

о Колико ти је времена потребно да претрчиш 100 m, 200 m, 300 m?

о Колико ти је времена потребно да пренесеш 30 предмета на растојање од 5 метара ако преносиш по један, по два, по три предмета одједном?

Током часа ученици презентују резултате мерења, закључке о томе како се мењају вредности величина једна у односу на другу и на основу њих их класификују као директно пропорционалне, односно обрнуто пропорционалне величине. Дискусија се усмерава ка развијању стратегије за одређивање вредности величина уколико знамо њихову зависност.

· Пројекат: „Истраживање пропорција у различитим научним и географским контекстима". Пројекат треба да интегрише знања из географије, хемије, физике и биологије са математичким концептима. Ученици су подељени у групе и даје им се могућност да изаберу научни или географски контекст за свој пројекат (примери: Водоснабдевање у градској области, Путовање, Концентрација кисеоника у ваздуху...). У групама ученици бирају концепте и законе у оквиру свог изабраног контекста (директна пропорционалност, обрнута пропорционалност). На пример, у контексту водоснабдевања у градској области, могу истраживати како количина потрошене воде у градској области зависи од броја становника у том делу града. Такође, могу разматрати како различити фактори као што су густина насељености, индустрија и климатски услови утичу на водоснабдевање.

Они треба да документују и опишу ове проблеме. Након тога ће свака група представити свој пројекат пред разредом и објаснити решења својих проблема у изабраном контексту.

· Ученици раде у групама и имају задатак да нацртају мреже са датим бројем у центру (на пример 18, све групе имају исти број) за који затим треба да допишу што је могуће више представљања тог броја путем сабирања, одузимања, множења и дељења рационалних бројева користећи већ познате чињенице (на пример: $\frac{1}{2}$од 36, $\frac{1}{4}$ од 72, 25% од 72; $\frac{1}{3}$од 54; $1{,}8 \cdot 10$; $0{,}1 \cdot 180$; $\frac{7}{8}$од 54+ 0,125 од 54 итд.). Разгледају записе осталих група ротирањем хамер папира од групе до групе, допуњују их новим идејама или остављају примедбе и објашњења уколико уоче грешку на хамеру друге групе.

· Ученици у групама треба да решавају математичке проблеме са рационалним бројевима у контексту игре „Град Изгубљено-Нађено". Наставник представља „Град Изгубљено-Нађено" као комплексан град са разним локацијама, на пример парковима, маркетима, библиотекама итд. Мапа града може бити у виду цртежа или компјутерске симулације. Ученици добијају картице са математичким проблемима. Сваки проблем ће бити повезан са одређеном локацијом у граду. Ученици треба да се крећу кроз „Град Изгубљено-Нађено", при чему наилазе на одређене локације на којима су постављени математички проблеми. Пример проблема може бити: „Пронађите разлику између $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{4}$.", који мора да се реши да би се наставило даље. Како ученици напредују кроз „Град Изгубљено-Нађено", проблеми у којима користе сабирање и одузимање рационалних

бројева могу постати комплекснији и тежи. Приликом решавања ученици записују своју руту кроз град према задацима које су решили. На тај начин се на крају могу и лакше оценити: што више локација – то је веће постигнуће.

„Креативни дијаграми за производе рационалних бројева". Ученици у паровима треба да предлажу и користе цртеже и дијаграме (кругове, правоугаоне мреже подељене на квадратиће) како би приказали производе разломака. Наставник им даје различите примере и задатке за решавање, као што су нпр. „Колико је $\frac{1}{2}$ од $\frac{1}{3}$?" или „Како ћете приказати 0,25×$\frac{1}{5}$ помоћу дијаграма?". Сваки пар ученика треба да изабере по један пример и да користи визуелни приказ како би приказао производ разломака. Након тога, сваки пар ученика објашњава свој дијаграм пред целим разредом, при чему пар треба да образложи какав је дијаграм изабрао и зашто је баш он најпогоднији за приказивање тог производа. Ученици добијају додатни захтев да прикажу дијаграмом и запишу бројни израз за питање: „Колико се пута разломак 41 садржи у разломку $\frac{1}{2}$?". Како ћете објаснити дељење разломака преко поступка множења?

· Ученици раде у паровима. Вуку 7 картица са цифрама по случајном избору из сета карата у којем се цифре понављају, две картице са записаном децималном запетом и 2 картице са записаним операцијама +, −, ·, ÷. Сваки ученик из пара са истим картицама треба да састави различит бројни израз (са једном, а затим и са обе извучене операције) и да га реши, по њему, на најједноставнији могући начин, након чега ће објаснити свом другу из пара како је радио. Следећи корак у активности је да ученици саставе израз тако да се добије највећи могући резултат, а затим – најмањи. Додатно објашњавају своју стратегију за суочавање са овим изазовом.

· Ученици добијају пример двојног разломка записан на табли и усмеравају се на дискусију о појму двојног разломка и вези тог појма са операцијом дељења разломака. Након ове дискусије, ученици извлаче картице са различитим двојним разломцима и раде у паровима покушавајући да, користећи претходна знања, израчунају њихову вредност. Картице укључују и примере двојних разломака код којих бројилац или именилац може бити цео или мешовити број. На крају објашњавају свој поступак пред разредом и врше генерализацију поступка.

· Ученици врше процену вредности квадратног или кубног корена (на пример $\sqrt{50}$, $\sqrt{52}$ ...) у виду децималног броја са једним децималним местом и записују је на листић који лепе на таблу. Потом један ученик израчунава вредност корена дигитроном (калкулатором) и записује је на табли, а сви ученици поређају своје листиће са проценама како би се видело која је процена најближа записаном броју. Ученици са најбољом и најлошијом проценом образлажу своје поступке процењивања. Поступак се понавља за друге квадратне или кубне корене бројева.

· „Такмичење у решавању бројних израза". Ученици користе онлајн математичке платформе за решавање бројних израза који укључују степене, квадратне корене и кубне корене. Ученици у групама решавају изразе у свесци, а затим проверавају решења помоћу платформе. Правилима игре одређује се временско ограничење и додела поена за тачна и брза решења. На табли се записују подаци за сваку групу, време и решени изрази. Победник је група са највише тачних и брзих решења.

· Ученици раде у паровима са домино картицама на којима је на једној страни написан математички израз са степенима и коренима, а на другој страни решење (али не истог израза). Ученици у пару распоређују картице на клупи лицем надоле. Потом наизменично узимају по једну картицу и покушавају да повежу изразе са њиховим решењима. Активност се наставља све док се не повежу све картице. Ученик који направи више повезивања је победник у пару.

· Ученици у групама добијају велике бројеве које треба да запишу у облику $a \cdot 10^{\mathrm{k}}$.

§ Број ћелија у људском телу – 100 000 000 000 000;

§ Број црвених крвних зрнаца (еритроцита) у 1 l крви – 5 000 000 000 000;

§ Пречник видљивог дела Универзума – 880000000000000000000000000 m (25 нула);

§ Маса Сунца – 1990000000000000000000000000000 kg (28 нула);

§ Брзина светлости – 300000000 m/s.

Током рада на примерима ученици дискутују, а затим траже и предлажу друге примере великих бројева из природних наука које могу записати у траженом облику.

· Ученици у групама бирају бројеве из свакодневног контекста (нпр. број становника града, број становника у држави, удаљеност до Месеца...), које треба да заокруже до најближе 10, 100, 1000, 10 000 итд. и да их запишу у облику a×10n. Победник је група са највише тачних решења.

· Ученици раде у пару. Сваки пар добија картице са изразима као што су, на пример: $2^7 \cdot 2^3$; $2^7 : 2^3$; $5^{12} : 5^5$.Ученици коришћењем познатих чињеница треба да открију како се множе и деле степени истих основа. Потом на нивоу разреда дискутују о откривеним правилима за множење и дељење степени истих основа и записују их.

· Ученици у групама решавају задатке са множењем и дељењем степени истих основа. Задаци су записани на флипчарт папиру и сваки решени задатак доноси одређени број поена. Пример записаних задатака:

1. Који од математичких израза су тачни:

а) $5^2 \cdot 5^4 = 5^6$; б) $3^5 \cdot 3^3 = 3^2$; в) $7^9 : 7^2 = 7^7$; г) $x^x \cdot x^8 = x^{x-8}$; д) $m^3 : m^0 = m^3$. Објасни зашто!

2. Израчунај и објасни како си дошао до решења:

а)$t^0 \cdot t^6 : t^2 =$ ____; б) $s^3 \cdot s^4 \cdot s^2 : s^5 =$ ____; в) $n^4 \cdot n^1 : n^2 =$ ____; г) $r^{16} : r^4 \cdot r^3 \cdot r^5 =$ ____.

Свака група ученика бира задатак од понуђених, решава га и, ако је задатак тачно решен, осваја поене; ако није, задатак може да изабере друга група и освоји поене. Ученици решавају све док се не реше сви понуђени задаци. Победник је група која освоји највећи број поена.

· Сваки ученик добија радни лист са задацима (на пример: : $\frac{a^7 \cdot a^3 : a^4}{3a^5}$…) у којима треба да упросте и трансформишу изразе користећи множење и дељење степени истих основа. Сваки ученик треба да у радном листу образложи своје кораке и објасни правила која користи. Када ученици заврше са индивидуалним радом, формирају се групе у којима деле своја решења. У групама дискутују о различитим стратегијама које су користили за упрошћавање израза.

Тема: **ГЕОМЕТРИЈА**

Укупно часова: **32 (реализују се током целе године)**

Резултати учења:

Ученик/ученица ће бити способан/способна да:

1. решава проблеме коришћењем: углова са паралелним крацима, углова са нормалним крацима, периферијског и централног угла над истим кружним луком, делова круга и кружнице;
2. примењује подударност троуглова у решавању проблема из свакодневног контекста;
3. користи карактеристике и својства 2Д форми (троугла и четвороугла) у решавању проблема помоћу конструкција и Питагорине теореме;
4. демонстрира разумевање полиедра, правилног полиедра и везе између броја страна, ивица и темена код полиедара (Ојлерова формула);
5. · трансформише 2Д форме комбиновањем трансформација осне симетрије, транслације и ротације.

Садржаји (и појмови):	**Стандарди за оцењивање:**
· Угао (углови са паралелним крацима, углови са нормалним крацима, периферијски угао, кружни исечак, кружни одсечак, кружни прстен)	· Препознаје углове са паралелним крацима и углове са нормалним крацима. · Користи својства углова са паралелним крацима и углова са нормалним крацима у решавању проблема. · Препознаје и именува периферијски угао. · Објашњава везу између периферијског и централног угла над истим кружним луком. · Именује и објашњава делове круга и кружнице.
· 2Д форме: - Троугао	· Конструише једнакостранични троугао са датом висином / тежишном дужи. · Конструише једнакокраки троугао и правоугли троугао на основу два дата елемента. · Објашњава појам подударности 2Д форми и адекватно га записује.

(подударност(≅, ≇) , подударне 2Д форме, правила/признаци подударности СУС, УСУ, ССС) - Питагорина теорема (катета, хипотенуза) - Четвороугао (средња линија трапеза)	· Доказује/оправдава подударност троуглова према правилима (признацима) подударности: страница-угао-страница (СУС), угао-страница-угао (УСУ) и страница-страница-страница (ССС). · Објашњава и записује Питагорину теорему. · Изражава и израчунава сваку од страница правоуглог троугла преко друге две. · Примењује Питагорину теорему у решавању проблема са троугловима. · Црта и именува различите врсте четвороуглова, њихове висине и дијагонале. · Користи својства трапеза, правоугаоника, квадрата, ромба и делтоида у решавању проблема. · Примењује Питагорину теорему у решавању проблема са четвороугловима. · Конструише паралелограм (квадрат, ромб и правоугаоник) према датим елементима. · Конструише описану и уписану кружницу квадрата. · Конструише описану кружницу око правоугаоника. · Користи образовни софтвер за конструкцију 2Д форми.
3Д форме (просторна дијагонала, полиедар, конвексни полиедар, тетраедар, хексаедар, октаедар, додекаедар, икосаедар, лопта, сфера)	-Именује и описује 3Д форме (полиедар, лопту и сферу) и неке од њихових карактеристика. · Препознаје и именује правилне полиедре. · Открива везу између броја страна, ивица и темена конвексних полиедара (Ојлерова формула). · Црта сложене 3Д форме (састављене од коцке и квадра) на изометријском папиру.
· Положај и кретање	· Трансформише 2Д форме комбинацијом ротације, осне симетрије и транслације. · Идентификује комбинације трансформација (осне симетрије, ротације и транслације) које су коришћене за промену положаја 2Д форме.

Примери активности

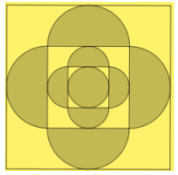
· Сваки ученик добија два празна мала парчета папира (картице). Коришћењем прибора за цртање, сваки ученик црта парове углова са паралелним и нормалним крацима (по један пар на сваком парчету папира) и обележава их. У паровима, ученици мере обележене углове, упоређују та два угла са сваке картице и деле их у две групе: гр. 1. Једнаки углови и гр. 2. Различити углови. Ученици попуњавају добијену табелу информацијама о угловима са различитих картица.

Број на картичка	Агли со заемно паралелни краци или заемно нормални краци	Големина на агли (°)	Споредба на аглите (еднакви или различни)	Збир на аглите
1.				
2.				
3.				
4.				

На основу података у табели, ученици врше генерализацију о својствима углова са паралелним и нормалним крацима.

· Ученици раде у групама и истражују везу између централног и периферијског угла над истим кружним луком. Прво цртају кружницу на папиру. Папир са нацртаном кружницом стављају на стиропор. Ученици, помоћу конца чије крајеве причвршћују на стиропор чиодама (иглицама), представљају централне и њима одговарајуће периферијске углове чије теме може да се мења (темена се означавају канцеларијским прибором – чиодама са куглицом). Користе yglomer (угломер) за мерење величине углова и у табели евидентирају своја мерења. На нивоу група ученици дискутују о томе шта су уочили из своје табеле, доносе закључке и записују везу између централног и периферијског угла, као и везу између периферијских углова над истим кружним луком. Потом им се поставља додатно питање – Колико износи периферијски угао над равним (опруженим) централним углом? Која је одговарајућа тетива кружнице тог централног угла?

· Ученици у групама добијају задатак да на великим комадима флипчарт папира дизајнирају квадратну плочицу са датом дужином странице за купатило или кухињу, украшену кружним шарама (као у датим примерима) састављеним од делова кругова са одговарајућим полупречницима (радијусима), тетивама и сл.



По завршетку дизајнирања, свака група израђује (црта, боји, сече од картона) по неколико плочица свог дизајна и даје предлог за њихово ређање. На крају се организује изложба дизајнираних плочица на табли на нивоу разреда, где се дискутује о сваком дизајну, као и о међусобном спајању и комбиновању дизајна различитих група.

· Сваки ученик добија картицу на којој је са једне стране записано питање (или недовршено тврђење), а са друге стране одговор за неку другу картицу у вези са садржајем Угао. Наставник започиње активност питањем, а ученик чија картица садржи одговор на то питање чита га са своје картице, затим је окреће на другу страну и чита своје питање. Активност наставља следећи ученик који сматра да је тачан одговор записан на његовој картици итд. (Пример: картица 1: Што је периферијски угао?; картица 2, на једној страни: Угао чије је теме тачка на кружници, а краци секу кружницу. – а на другој страни стоји: Шта је кружни исечак?; картица 3, на једној страни: Део круга ограничен кружним луком и једном тетивом кружнице. – а на другој страни стоји: Какви су по величини углови са нормалним крацима? итд.)

· Ученици у групама добијају задатак да конструишу једнакостранични троугао. Свака група треба да одлучи да ли ће конструисати једнакостранични троугао са датом висином или са датом тежишном дужи (медијаном). У оквиру сваке групе се кроз дискусију записују кораци

конструкције, а затим сваки ученик у групи, користећи лењир и шестар, конструише једнакостранични троугао. Свака група објашњава конструкцију једнакостраничног троугла, при чему долазе до закључка да су конструкције идентичне због својстава једнакостраничног троугла. Потом конструишу једнакостранични троугао користећи образовни софтвер.

· Ученици у групама добијају радни лист са задатком у којем се тражи да конструишу троугао (једнакокраки троугао или правоугли троугао), на пример: 1. Конструиши једнакокраки троугао ако је дата основица 5 cm и крак 7 cm.; 2. Конструиши једнакокраки троугао ако је дана основица 12 cm и висина 8 cm.; 3. Конструиши правоугли троугао ако је једна катета 5 cm и угао α=30∘. Група анализира захтев у задатку, прави скицу троугла који треба конструисати и записује кораке за конструкцију троугла. Сваки члан групе прати написане кораке и конструише троугао. Свака група презентује своје решење пред осталим групама. Остале групе имају могућност да поставе питања или предложе корекције решења.

· Ученици су подељени у групе. Свака група добија један од задатака:

Задатак 1. (црт. 1) На цртежу је $\overline{\mathrm{OM}} = \overline{ON}$ и OA је симетрала$\angle MON$. Објасни зашто је$\Delta AOM \cong \Delta AON$.

Задатак 2. (црт. 2) Уочи одговарајуће елементе на △ABC и △PQR. Ако је △ABC≅△PQR, запиши колико износе α, β и r. . Објасни зашто су ова два троугла подударна.

Задатак 3. (црт. 3) Према подацима на цртежу, објасни зашто су правоугли троуглови AMC и BMC подударни.

У једну табелу истакнуту на табли, свака група уноси информације о томе зашто су њихови троуглови подударни. На нивоу разреда води се дискусија о сваком задатку и именује се свако правило (признак) подударности(CAC, ACA, CCC).

· *Активност за 2 наставна часа:* Ученици су подељени у групе, добијају различите задатке и раде истраживачку активност о Питагориној теореми.

о Прва група ради на задатку истраживања о Питагори и његовим открићима.

о Друга група црта Питагорина дрвета и друге занимљиве фигуре (чије су дужине бројеви који формирају већ изучаване Питагорине тројке).

о Трећа група помоћу еластичних трака, геотабле (geoboard) и лењира истражује дужине страница правоуглих троуглова (еластичним тракама формирају правоугле троуглове, мере њихове странице, записују их у табелу, израчунавају и врше проверу Питагорине теореме).

о Четврта група решава проблеме (које задаје наставник) у вези са применом Питагорине теореме.

о Пета група саставља 4 задатка (у 4 нивоа тежине, према смерницама наставника) у којима се тражи примена Питагорине теореме на троуглове и четвороуглове.

На другом часу ове активности, свака од група презентује свој рад пред осталим групама, а задатке 5. групе решавају друге групе према својим способностима. По један ученик из 5. групе проверава решења осталих група, а цео процес прати и наставник. На крају се на нивоу разреда дискутује о раду група за које постоје питања.

· Ученици у паровима решавају проблем:

„Помози Сабрију"

Сабријев авион био је принуђен да слети у пустињу. Негде у близини налази се село, али смер у којем се село налази Сабрију није познат. Зато он смишља лукав план. Напунио је флашу водом из авиона, узео компас и кренуо да пешачи. Од авиона, означеног са О, ишао је 1 km на север, па 2 km на исток, 3 km на југ, 4 km на запад, 5 km на север, 6 km на исток и тако даље. На овај начин Сабри ће пронаћи село без обзира на то у ком је смеру, а може и да се врати назад до авиона ако му затребају вода и хлад. Али, на крају сваке фазе (фаза је Сабријево кретање до неке од тачака A,B,C,…, а затим је повратак до авиона по хипотенузи формираног правоуглог троугла) он треба да зна: Колика је укупна пређена удаљеност? Колико ће пешачити по правој линији од краја сваке фазе до авиона?

Нацртајте, израчунајте и објасните како Сабри може да се снађе након несреће у пустињи.

· Ученици у групама за одређено време израђују мапу ума (мисаону мапу) за 2Д форме (трапез, правоугаоник, квадрат, ромб и делтоид) и њихова својства. Потом свака група добија радни лист са проблемима у вези са својствима трапеза, правоугаоника, квадрата, ромба и делтоида (Примери: Израчунај остале углове паралелограма ако један од његових углова износи 70◦.; Ако је већи угао који заузимају дијагонале правоугаоника 130◦, колико износе углови које његове дијагонале заузимају са страницама правоугаоника?; Одреди дужину краће дијагонале ромба чија је дужина странице 5 cm и један његов угао износи 120◦?; Краће странице делтоида су дужине 10 cm, два наспрамна угла су му 60◦ и 40◦, колика је дужина његове краће дијагонале?; У једнакокраком трапезу ABCD, троугао ABC формиран од дуже основице, крака и једне од дијагонала трапеза је једнакокрак. Ако је$\angle BAC = 40^o$, одреди$\angle DAC$.). Решене проблеме свака група истачиње на један од зидова учионице. Техником „Шетња кроз галерију", свака група разгледа решења задатака других група и на стикер папиру (самолепљивим листићима) записује примедбу о тачности и начину решавања.

· Обрнута учионица: Ученици се деле у групе и свака група извлачи листић на којем је записан један од четвороуглова: трапез, правоугаоник, квадрат, ромб или делтоид. За следећи час, свака група треба да осмисли најмање три проблема за извучени четвороугао који се могу решити применом Питагорине теореме. На следећем часу свака група бира два проблема која је осмислила и задаје их другим групама за решавање. Након сваког решеног проблема дискутује се о различитим стратегијама које су коришћене за решавање. За домаћи задатак свака група задаје по један од проблема које су осмислили за свој четвороугао, а који се решава применом Питагорине теореме.

· Ученици у групама истражују како се конструише:

о Група 1: Квадрат према датим елементима, уписана и описана кружница квадрата;

о Група 2: Правоугаоник према датим елементима, описана и уписана кружница правоугаоника (ученици дискутују о уписаној кружници правоугаоника);

о Група 3: Ромб према датим елементима.

Потом свака група прави скицу, записује кораке конструкције, конструише 2Д форму коју је истраживала и презентује своје истраживање. Друге групе прате излагање и постављају питања уколико им нешто није јасно. У наставку активности (може и на наредном часу), свака од група изводи све конструкције помоћу образовног софтвера.

· Задатак недеље: Израда постера за правилне полиедре. Ученици истражују на интернету о правилним полиедрима, од којих се и од колико многоуглова састоје. Записују своја сазнања и од папира израђују правилан полиедар. Потом се организује изложба са припремљеним постерима и израђеним правилним полиедрима. Сваки ученик, према датим критеријумима за оцењивање од стране наставника, оцењује рад једног вршњака. Након тога се врши рангирање радова и бира се најуспешнији.

· Ученици у групама добијају одговарајуће материјале (различите многоуглове изрезане од папира, лепак) и упутства за рад:

о Група 1: Састави полиедар од а) квадрата; б) правоугаоника; в) квадрата и правоугаоника.

о Група 2: Састави полиедар од а) подударних једнакостраничних троуглова; б) подударних квадрата; в) подударних правилних петоуглова. Како називамо ове 3Д форме које су састављене само од правилних многоуглова?

о Група 3: Састави а) тространу призму; б) четворострану призму; в) петострану призму; г) шестострану призму. Колико и какве многоуглове сте користили?

Група 4: Састави а) тространу пирамиду; б) четворострану пирамиду; в) петострану пирамиду; г) шестострану пирамиду. Колико и какве многоуглове сте користили?

Након што саставе полиедре, свака група у табелу уноси вредности за број темена, ивица и страна полиедара које су добили и дискутује о томе да ли постоји веза између добијених бројева за различите полиедре. Потом на нивоу разреда дискутују о томе да ли су све групе открилe везу између броја темена, ивица и страна добијених полиедара и закључак записују у облику једнакости.

· Ученици раде у паровима. Од малих дрвених/картонских коцки састављају већу коцку или квадар и цртају их на изометријском папиру (са тачкама које представљају темена једнакостраничног троугла). Притом означавају све углове и странице форми. Потом сваки ученик саставља 3Д форму комбиновањем коцки и квадара. Добијене сложене 3Д форме могу бити у облику зграда, кућа, мостова или других сложених објеката. Други ученик из пара треба да нацрта сложену 3Д форму свог друга на изометријском папиру. Изометријске папире затим размењују у пару и

међусобно их оцењују. Ученици могу да украсе своје моделе детаљима као што су прозори, врата или боје, како би их учинили занимљивијим и креативнијим. Презентују своје 3Д моделе пред целим разредом користећи технику „Галерија". Потом наставник подстиче интеракцију међу ученицима, при чему они треба да објасне како су их израдили, како су их саставили од различитих основних форми и како су нацртали своје 3Д форме.

· Геометријске трансформације у менталним мапама: Ученици у групама трансформишу 2Д форме коришћењем комбинације транслације, осне симетрије и ротације. Истражују различите начине трансформација форми и документују их у мапама ума. Свака група креира мапу ума у којој приказује трансформације које врши за дате 2Д форме. Потом, као изазов, свака група реализује истраживање о мењању редоследа при комбинацији трансформација 2Д форми, односно да ли се при мењању редоследа трансформација (ротација – осна симетрија, а затим осна симетрија – ротација) добија иста 2Д форма. Свака група истражује комбинацију две трансформације (осна симетрија са транслацијом, осна симетрија са ротацијом, односно транслација са ротацијом) на конкретним примерима. На пример, једна група истражује осну симетрију у односу на осу $x = -2$ и транслацију за 2 корака улево, 3 нагоре на троуглу са теменима $A(1, -2), B(4, -1), C(3, -5)$. Прво врше осну симетрију, па на добијеној слици врше транслацију и записују координате крајње слике. Потом мењају редослед и на троуглу задатом почетним координатама прво врше транслацију, па осну симетрију. Упоређују добијене резултате и записују закључке. Групе презентују закључке, дискутују на нивоу разреда и доносе заједничке закључке.

· Идентификација комбинација: Свака група добија координате 2Д форме пре и после извршене комбинације трансформација (координате оригинала и слике). У оквиру групе, ученици у координатном систему представљају три различите комбинације трансформација које одговарају координатама оригинала и слике. Потом оцењују која од три комбинације постиже исти резултат са најмање рада (најефикасније). Радови ученика се излажу у учионици.

Тема: **АЛГЕБРА**
Укупно часова: **28**

Резултати учења:
Ученик/ученица ће бити способан/способна да:
1. решава проблеме са целим рационалним изразима;
2. користи појмове релација и функција у свакодневном контексту;
3. решава проблеме тумачењем графика линеарне функције.

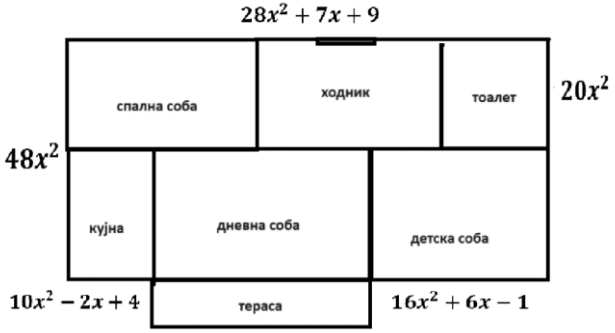
Садржаји (и појмови):	**Стандарди за оцењивање:**
· Изрази, једначине и формуле (мономи, коефицијент и главна вредност/променљиви део монома, слични мономи, супротни мономи,	· Разликува: моном, бином и полином. · Препознаје сличне и супротне мономе. · Своди моном на нормални облик и одређује степен монома. · Своди полином на нормални облик и одређује степен полинома.

нормални облик монома, степен монома, биноми, полиноми, нормални облик полинома, степен полинома, цео рационалан израз)	· Сабира и одузима мономе, моном са полиномом и полином са полиномом. · Множи и дели мономе, као и полином мономом. · Упрошћава целе рационалне изразе. · Замењује целе бројеве у формуле и у целе рационалне изразе, укључујући примере који воде до решавања једначине. · Саставља и решава линеарне једначине са коефицијентима који су рационални бројеви (са непознатом на једној или обе стране, са заградама или без њих).
· Низови, функције и графици (домен/област дефинисаности, кодомен/област вредности, коефицијент правца/нагиб, слободан члан, пресек са осама x и y, нула функције, растућа и опадајућа функција)	· Генерише чланове низа коришћењем правила за одређивање следећег члана и одређује било који члан низа помоћу општег члана. · Проналази правило за одређивање општег члана низа, укључујући и визуелне приказе. · Објашњава које су релације функције. · Разликува и објашњава домен и кодомен . · Креира математички модел релација и функција и објашњава како се тај модел може користити у реалним ситуацијама. · Црта график функције задате у облику y=mx+n. · Испитује ток (својства) линеарне функције преко њеног графика. · Записује линеарну функцију у облику y=mx+n на основу њеног графика.

Примериактивности

· **Лавиринт од монома и полинома**: Ученици у групама добијају лавиринт кроз који треба да се крећу. Један ученик из групе има картице са питањима о мономима, биномима и полиномима, као и тачне одговоре на та питања. Његов задатак је да прати кретање кроз лавиринт, док остали ученици наизменично бирају по једну картицу на свакој критичној тачки лавиринта (тачки у лавиринту на којој треба изабрати смер кретања). Ако ученик тачно одговори на питање са картичке, помера се до следеће критичне тачке, а ако одговори нетачно, остаје на истој позицији. Активност наставља следећи ученик из групе. Циљ је да се први стигне до друге стране лавиринта. (Примери питања: *Шта је моном? Запиши пример за бином. Сведи моном* $2x^2\ 3y^2$ *на нормални облик. Сведи полином* $-x+3x2+2x\cdot 5$ *на нормални облик. Колики је степен полинома* $4x^3-2x^3+7$?).

- **Површина и обим помоћу алгебарских изрази**: Ученици у групама решавају проблем из реалног контекста за израчунавање површине и обима правоугаоника чије су странице дате у виду алгебарског израза. На пример, према датом плану једног стана израчунај:



а) Колика је површина сваке од просторија?

б) Колика је површина целог стана? На колико различитих начина је можеш израчунати?

в) Колики је обим сваке од просторија?

г) Колико је m^2 плочица димензија 25 cm×25 cm потребно за под у кухињи и ходнику ако је $x = 0.5\,m$?

д) Колико је метара лајсни потребно за под у дечијој соби ако је $x = 0.5\,m$?

Након што изврше тражена израчунавања, свака група образлаже своја решења пред осталима, објашњавајући које су операције са мономом/полиномом применили, шта су добили као резултат и сл.

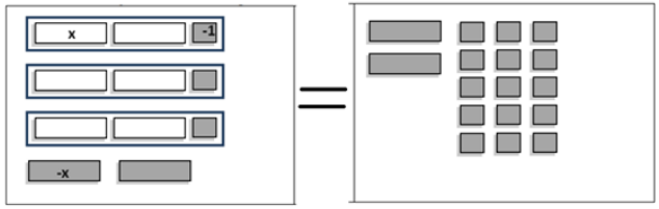
· **Састављање и решавање једначина**: Ученици раде у паровима. Сваки пар добија три задатка:

1) Да састави једначину према датом моделу и да је реши.

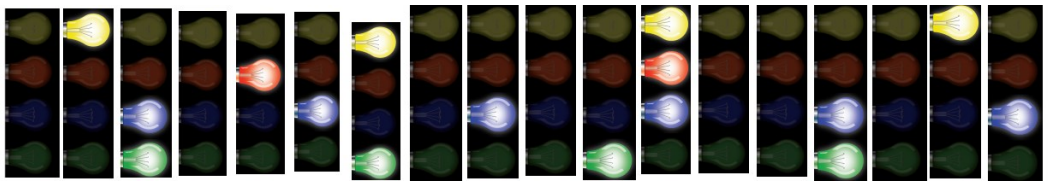
2) Да састави и реши једначину за дати текстуални проблем.

3) Да састави текстуални проблем који одговара датој једначини.

Потом парови размењују решене задатке и оцењују рад својих вршњака. (Примери задатака су дати испод.)

1) Состави равенка за дадениот модел и одреди го нејзиното решение.	2) Состави равенка, реши ја и интерпретирај го решението. Вредноста на четвртина од сумата што ја има Маја зголемена за 500 денари е иста со 3000 денари намалено за шестина од нејзината сума. Колку денари има Маја?	3) Состави текстуален проблем кој е соодветен нададенатаравенка: $150x + 2550 = 250x$. Реши го и интерпретирај го решението во контекст на составениот проблем.
		

Чудне светиљке: Ученици у групама „декодирају" чудне светиљке – светиљке у четири различите боје које се контролишу одређеним правилима. Према слици на којој је приказано која светиљка када светли, почевши од првог укључивања, ученици треба да открију правило помоћу



којег се може предвидети укључивање сваке од четири светиљке. Раде у групама, тако да свака група треба да открије правило за једну од боја Након штогрупе развију стратегију за откривање правила за сваку појединачну светиљку; усмеравају се да открију правило када ће се жута и зелена укључити истовремено, или пак да открију када ће се све четири светиљке укључити у исто време.

· *Математичко моделовање реалног проблема помоћу линеарне функције*: Ученици моделовањем проблемске ситуације у облику линеарне функције решавају проблем „Како да изаберемо најповољнију понуду за нас?". Раде у групама. Свака група добија задатак да одреди која је од две дате понуде за вожњу таксијем повољнија за њих. На пример, да ли да изаберу такси компанију А која за старт наплаћује 100 денара и по 25 денара за сваки пређени километар, или такси компанију Б која за старт наплаћује 70 денара и 30 денара за сваки пређени километар? Ученици у оквиру групе треба да запишу линеарне функције за вредност у коју треба платити у зависности од броја пређених километара x за сваку од такси компанија и да нацртају њихове графике у истом координатном систему. Кроз анализу и поређење тока две линеарне функције треба да образложе чија је понуда повољнија и како се то мења у зависности од броја пређених километара.

· *Линеарне функције и уметност*: Ученици су подељени у групе и креирају уметнички цртеж који се добија цртањем графика линеарних функција. Свака група добија листу линеарних функција помоћу којих треба креирати уметнички цртеж. У листу су укључене линеарне функције са коефицијентима који су једнаки или супротни бројеви, као и функције које имају исте слободне чланове. На пример, једна листа би могла да садржи функције: y=2x+6,y=−2x+6,y=2x−6,y=−2x−6, $y = 3x + 6$, $y = 3x - 6, y = -3x + 6, y = -3x - 6$. Ученици цртају графике линеарних функција у великом координатном систему (и боје делове ограничене између нацртаних правих), а затим се дискутује о значењу вредности коефицијента и слободног члана и графичком представљању линеарне функције. Шта је слично код правих које имају исти слободан члан / позитиван, односно негативан коефицијент? И слично.

Напомена: Активност се може реализовати коришћењем геометријског софтвера (нпр. GeoGebra).

· *Нагиб код саобраћајних знакова*: Ученици у паровима добијају слику саобраћајног знака „Опасна узбрдица" или „Опасна низбрдица" са одређеним нагибом (примери су дати на слици, а нагиб од 100% одговара углу од 45∘). Нагиб задат на саобраћајном знаку они треба да представе као праву у координатном систему (слободан члан бирају сами). Потом парови добијају праву коју је нацртао неки други пар. Њихов други задатак је да анализирају цртеж који су добили од другог пара и да запишу линеарну функцију која описује тај цртеж. Затим треба да одреде нагиб те линеарне функције и утврде који је саобраћајни знак имао пар од кога су добили цртеж на почетку.

· *Истраживање графика линеарних функција*: Ученици у групама добијају линеарну функцију у облику y=px+q и график добијене линеарне функције треба да нацртају на флипчарт папиру. Када је график нацртан, група ученика га користи како би испитала својства линеарне функције (растење/опадање и нуле функције). Свака група представља график линеарне функције пред целим разредом и дискутује о њеним својствима. Остали ученици могу постављати питања и дискутовати о одговорима.

· *Функције у решавању проблема из физике и биологије*: Ученици дискутују и објашњавају поједине концепте из физике и биологије (на пример: кретање, силе, популација, размножавање итд.). Потом у групама добијају радни лист са проблемима из физике и биологије, на пример:

1. Ако имате аутомобил који се креће 3 секунде брзином од 20 m/s (метара у секунди), а затим сваке секунде убрзава за 5 m/s2 (метара у секунди по секунди), колика ће бити брзина аутомобила након 7 секунди?
2. Ако аутомобил троши 8 литара горива на 100 километара и цена горива је 72 денара по литру, колико ће новца бити потребно за 500 километара?
3. Код стабла дрвета сваке године се формира по један год (прстен). Њиховим наслојавањем повећава се и дебљина стабла. За 3 године стабло једног дрвета достигло је пречник (дијаметар) од 80 mm. Колики ће бити пречник тог дрвета када напуни 9 година, ако након треће године дебљина годишњег года износи 4 mm?

Свака група најпре решава проблеме са радног листа. Потом се на нивоу разреда дискутује о начину решавања сваког од проблема. Активност се наставља захтевом да ученици запишу линеарну функцију за сваки од датих проблема.

Тема: **МЕРЕЊЕ**

Укупно часова**: 28 часа (реализује се током целе године)**

Резултати учења:

Ученик/ученица ће бити способан/способна да:

1. користи мерне јединице за време у решавању проблема рачунски или графички;
2. бира одговарајуће мерне јединице за мерење, процену, израчунавање и решавање проблема у различитом контексту, укључујући јединице за дужину, површину и запремину (волумен).

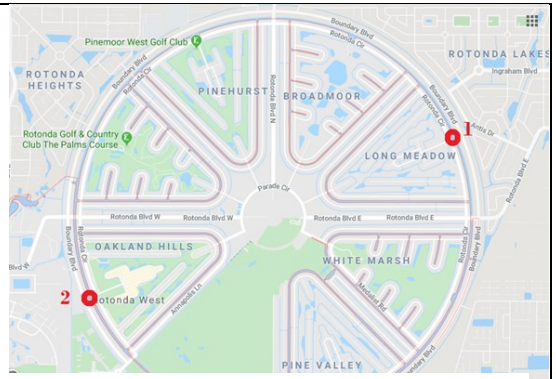
Садржаји (и појмови):	**Стандарди за оцењивање:**
• Време	· Претвара мерне јединице за време из већих у мање и обрнуто. · Црта и тумачи графике у контексту времена из свакодневног живота, укључујући више од једног графика, на пример графике путовања више особа.

· Дужина. Обим 2Д форми (Лудолфов број - π)	· Израчунава обим кружнице и дужину кружног лука и користи одговарајућу мерну јединицу. · Изражава и израчунава непознати елемент преко других познатих елемената из формула за обим кружнице и дужину кружног лука. · Процењује обим кружнице и дужину кружног лука пре израчунавања и објашњава стратегију процене. · Израчунава обим 2Д форми састављених од многоуглова и делова круга.
· Површина 2Д форми	· Користи формуле за површину троугла, паралелограма, трапеза и делтоида при решавању проблема из свакодневног контекста. · Израчунава површину круга, кружног исечка, кружног одсечка и кружног прстена;
· Површина призме и пирамиде	· Израчунава површину призме и пирамиде. · Изражава і израчунава непознати елемент преко других познатих елемената из формула за површину призме и пирамиде.
-Запремина призме и пирамиде	-Користи односе 1 dm3=1 l и 1 cm3=1 ml при решавању проблема. -Израчунава запремину призме и пирамиде. -Изражава и израчунава непознати елемент преко других познатих елемената из формула за запремину призме и пирамиде.

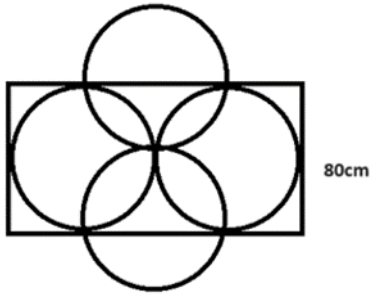
Примери активности

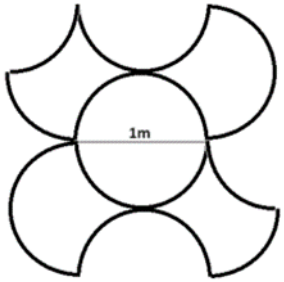
Пројекат „Путовање”: Ученици у групама израђују план путовања – дводневну екскурзију. Позната су им места која треба да посете, а њихов задатак је да испланирају редослед и време потребно за путовање од једног места до другог, као и трајање планираних активности. План треба да укључује временски оквир за све посете/активности од поласка до повратка са екскурзије. План се састоји од израде табеле и цртања графика путовања. Према направљеном плану, у оквиру групе се врше израчунавања укупног времена планираног за вожњу аутобусом, брзине вожње од једног места до другог, времена проведеног у посети планираним местима/локалитетима/атракцијама, времена за паузе и одмор итд. Свака група презентује свој план путем графика путовања који су израдили. Потом се, кроз поређење направљених израчунавања, бира најпримереније израђен план.

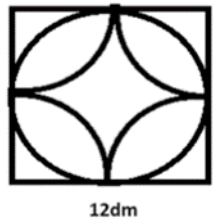
- Најкраћи пут: Ученици у групама решавају проблем: Који је најкраћи пут од тачке 1 до тачке 2 на датој мапи? Применом технике „Састави листу, процени, израчунај”, прво састављају листу могућих путева (кретање је могуће само по полупречницима и кружним луковима велике кружнице), међу којима, према првој процени, очекују да пронађу најкраћи. Затим врше процену применом разумевања да је обим кружнице приближно једнак три пречника. На крају, применом формула за дужину кружног лука потврђују тачност своје процене. Групе објашњавају своја решења на основу процена и израчунавања које су извршили. Додатно се поставља питање: Где се може померити тачка 2, тако да дужина путева од тачке 1, како по кружници тако и преко центра до ње, буде једнака?



Најефтинији лого: Ученици у групама бирају најефтинију понуду за израду лога од жице. Имају понуду за неколико дизајна лога који су састављени од многоуглова и делова круга (примери су дати на сликама). Преко израчунавања дужине жице потребне да се изради лого, одређују која израда кошта најмање, а која највише. Додатно, групе имају задатак да креирају свој дизајн лога за чију израду би била потребна жица чија је дужина једнака просечној вредности дужина жица потребних за израду понуђених дизајна.







Задатак недеље „Уређење школског дворишта”: Ученици раде у групама и добијају задатак да хортикултурно уреде школско двориште. Почетне активности се изводе на отвореном: ученици мере дужине у дворишту које ће уређивати, праве белешке на папиру, а затим цртају скице са предлозима решења где поставити травњак, цветне површине, фонтану, стазу, приступну рампу до улаза у школу и сл. (од ученика се тражи да употребе што је могуће више изучаваних 2Д форми у својим скицама, као што су: троугао, паралелограм, трапез, делтоид, круг, кружни исечак, кружни одсечак и кружни прстен). Притом треба да израчунају колика ће бити површина сваког елемента њиховог плана и колико би такво уређење коштало, што захтева истраживање цена материјала за извођење целог пројекта. Припремају презентацију или пано са својим предлозима и прорачунима. Најбоља идејна решења за уређење дворишта могу се презентовати пред другим ученицима и запосленима или у холу школе.

Ученици у групама израђују макете. Свакој групи су обезбеђени материјали: картон, лепак и маказе. Од добијених материјала ученици треба да израде макете призма и пирамида, да израчунају њихову површину и запремину, одређујући потребне дужине (страница, полупречник, висина...). Свака група представља своје макете и објашњава начин на који су израчунали површину и запремину призма и

пирамида. Потом ученици дискутују, упоређују различите макете и закључују како различите димензије утичу на површину и запремину призме и пирамиде.

Ученици су подељени у групе и решавају задатке из површине и запремине призма и пирамида. Свака група добија наставни листић са задацима. На пример: „Напиши формулу за израчунавање површине и запремине тростране призме?" „Израчунај запремину и површину правилне пирамиде са датом висином 7 cm и основицом 4 cm." „Запремина квадра чије су ивице основе 6 cm и 8 cm износи 168 cm3. Одреди висину квадра." „Израчунај запремину у милилитрима за тростране призму чија је основа троугао са страницама 6 cm, 25 cm и 29 cm, а површина износи 1560 cm2." „Израчунај површину и запремину правилне пирамиде са ивицама основе 14 cm и 4 cm, и бочном ивицом од 13 cm." „Дата је четворострана призма са основом у облику правоугаоника. Правоугаоник има димензије 6 cm и 8 cm, а висина призме је 10 cm. Израчунај запремину призме у литрима." На крају, свака група образлаже своја решења и приступ који су користили. Остали ученици постављају питања и сви заједно дискутују.

Тема: **РАД СА ПОДАТИЦИМА**

Укупно часова: **16(реализује се током целе године)**

Резултати учења:

Ученик/ученица ће бити способан/способна да:

1. креира детаљан и образложен план за истраживање који ће укључивати избор узорка према различитим обележјима и анализу података.
2. презентује и тумачи резултате истраживања, укључујући представљање дијаграмима, табелама и одређивање ранга, мода, медијане и аритметичке средине.
3. решава разне врсте проблема (за игре на срећу, економске проблеме или статистичке анализе), укључујући догађаје који се међусобно искључују и сукцесивне (последичне) догађаје.

Садржаји (и појмови):	**Стандарди за оцењивање:**
· Популација и узорак (популација, репрезентативан узорак, обележје, величина узорка)	· Објашњава појмове популације, узорка и обележја. · Разликује узорке из једне популације. · Идентификује основне предности и недостатке коришћења целе популације као узорка у истраживањима. · Бира репрезентативен узорак за истраживање.
· Планирање и прикупљање података	· Објашњава основне карактеристике дискретних података. · Прави план истраживања, бира и/или креира одговарајуће инструменте за прикупљање података. · Прикупља и организује податке (примарне и секундарне) из различитих извора.

· Популација и узорак (популација, репрезентативан узорак, обележје, величина узорка)	· Израђује и користи: табеле фреквенција са груписаним подацима и табеле за дискретне податке према обележјима. · Црта и тумачи дијаграме (секторске, линијске и дијаграме стабло-лист). · Упоређује делове два секторска дијаграма када се дијаграми односе на различиту величину узорка. · Користи ранг, аритметичку средину, медијану и модалну класу за груписане податке ради доношења закључака. · Организује, обрађује и тумачи прикупљене податке користећи адекватне софтверске програме за табеларне прорачуне.
Вероватноћа (вероватноћа догађаја који се дешава при експерименту, супротан догађај, независан догађај, зависан догађај)	· Одређује елементарне догађаје при експерименту. · Даје примере супротних догађаја при истом експерименту. · Одређује вероватноћу догађаја (p) и вероватноћу супротног догађаја (1−p). · Објашњава који су догађаји независни, а који зависни. · Одређује вероватноћу могућих исхода (који се међусобно искључују) за дати догађај.

Примери активности

· Ученици у групама добијају различите задатке, на пример: „Омиљени музички правац у нашем граду“, „Посета стоматологу младих до 14 година у нашој земљи“, „Мишљење ученика о начину избора слободних изборних предмета“, „Уређење градског парка“, „Висина ученика осмог разреда у нашој школи“. Притом свака група треба да припреми презентацију у којој ће објаснити која је популација предмет истраживања, која обележја популације ће се истраживати, као и колики су узорак изабрали, да ли се и зашто може/не може користити цела популација за то истраживање. На крају сумирају зашто сматрају да је њихов изабрани узорак репрезентативан.

· Ученици у групама анализирају унапред припремљене планове за истраживање питања/проблема из реалног контекста. Припремљени планови садрже елементе: подаци, узорак/узорци према различитим обележјима и величини, као и припрему инструмената за прикупљање података. Исти могу садржати и грешке. Свака група презентује своју анализу плана истраживања, даје предлоге за исправљање грешака и за побољшање плана.

Пример једноставног плана истраживања са грешкама дат је испод:

ЕЛЕМЕНТИ ПЛАНА	ПРОБЛЕМ: ДА ЛИ СУ УЧЕНИЦИ ЗАДОВОЉНИ ШКОЛСКОМ УЖИНОМ
ПОДАЦИ	Примарни
УЗОРАК И ВЕЛИЧИНА	20 ученици из 8 разреда
ИНСТРУМЕНТ	Посматрање – посматраће се ученици током великог одмора

-Ученици у групама бирају истраживачко питање за задати проблем из реалног контекста. На пример: „Како да се носимо са отпадом у нашој локалној заједници?“, „Како до побољшања функционалности школског дворишта?“, „Како повећати интерес за читање књига код деце школског узраста?“ и сл. Затим свака група прави план истраживања ради бољег разумевања проблема (на пример, да би се решио проблем побољшања функционалности школског дворишта, ученици прво треба да спроведу истраживање „недостатака” школског дворишта путем интервјуа са директором и/или наставницима, анкете међу ученицима или посматрања). План треба да укључује избор извора података, узорак/узорке према различитим обележјима и величини, као и припрему инструмената помоћу којих ће се прикупљати подаци. Групе прикупљају, обрађују и представљају податке. Након тога се презентује план и сазнања/закључци спроведених истраживања ради разумевања проблема, а ученици се усмеравају ка предлагању креативних решења за исте. Ученици могу планирати и додатно истраживање којим ће одабрати најбоље могуће решење. Зависно од броја ученика у одељењу, активност се може реализовати тако да две групе раде на истом проблему, али израде различите планове истраживања, након чега би дискутовале о слабим и јаким странама својих планова.

· Анализа резултата теста: Ученици раде у групама и врше анализу бодова добијених на тесту из одређеног предмета. На пример, једна група ученика прави анализу бодова добијених на тесту из природних наука, друга из предмета енглески језик итд. Ученици треба да израде табеле фреквенција са груписаним подацима и табеле за дискретне податке према обележјима.

Подаци могу бити дати на следећи начин:

	27	33	34	95	67	54	26	26	75
23	43	55	57	98	45	44	29	38	54
23	47	63	65	78	85	91	57	76	25
33	58	95	38	69					

Затим свака група црта секторски дијаграм према расподели бодова и дијаграм стабло-лист за податке представљене у табелама. На крају тумаче дијаграме и табеле, наглашавајући које су најчешће оцене, које су потенцијалне области за побољшање и сл.

- Ученици у групама добијају податке о потрошачким навикама у три региона: Северном, Јужном и Западном. Затим врше анализу потрошачких навика по регионима. Ученици се стављају у улогу маркетинг менаџера у компанији која производи техничку опрему и треба да донесу стратешке одлуке за побољшање продаје:

Производи	Подаци за Северни Регион		Подаци за Јужни Регион:		Подаци за Западни Регион:	
	Број купаца	Просечна потрошња (во $)	Број купаца	Просечна потрошња (во $)	Број купаца	Просечна потрошувачка (во $)
Телефон	80	550	70	600	120	450
Лаптоп	60	700	100	650	60	800
ТВ	40	600	50	800	90	770

Свака група ученика анализира податке за један од региона (једна за Северни, друга за Јужни итд.) и израђује секторски дијаграм за „Број купаца у региону" и „Укупну потрошњу по производу". Затим свака група презентује израђене дијаграме. Заједно их упоређују, дискутују, доносе закључке и формулишу предлог стратегије за побољшање продаје на основу анализе података. Ученици користе софтвер – на пример Excel – и примењују га приликом креирања стратегије.

· Дијаграм стабло-лист: Ученици раде у групама и добијају податке које треба да представе помоћу дијаграма стабло-лист. На пример: Резултати у бодовима са писменог задатка из математике су:

87, 92, 78, 95, 82, 88, 76, 90, 85, 82, 93, 89, 75, 81, 87, 84, 91, 79, 86, 92, 94, 80, 83, 88, 77, 92, 89, 86, 91, 79.

Ученици подређују податке у растући низ и праве табелу података. Затим цртају дијаграм и одговарају на питања: Колико ученика има резултате између 80 и 89? Који је најнижи резултат на писменом задатку, а који највиши?... Потом свака група ученика презентује свој дијаграм стабло-лист пред осталим ученицима. На крају ученици дискутују и доносе закључке.

· „Табеларна анализа продавница" - Подаци укључују информације као што су:

Име продавнице;

Локација;

Годишњи приход;

Број клијената по месецима;

Расходи и профит.

Ученици уносе податке у софтверски програм за табеларне прорачуне и треба да организују податке у табелу са колонама и редовима. Затим ученици врше анализу података и израчунавају следеће статистичке параметре:

Аритметичку средину годишњег прихода продавница;

Медијану годишњег прихода продавница;

Ранг годишњег прихода продавница;

Моду годишњег прихода продавница;

Проценат прихода према локацији.

Свака група ученика бира одговарајући дијаграм (линијски, стубичасти, стабло-лист или секторски) за представљање датих података. Затим ученици треба да запишу закључке на основу тумачења дијаграма које су нацртали и деле их са другим групама. Ученици на крају дискутују о томе како би се резултати променили ако би се повећале цене, ако би се додали нови производи или ако би се променила маркетинг стратегија.

· Експерименти са вероватноћом: Ученици у паровима изводе различите експерименте: једни бацају новчић, други бацају коцку за игру, трећи извлаче обојене лоптице (жуте, црвене, плаве, зелене) из кутије без гледања. Сваки пар записује: Који су елементарни догађаји при извођењу њиховог експеримента? Који је супротан догађај задатог догађаја при експерименту који изводе (на пример – супротан догађај од „извучена је лоптица жуте боје из кутије" је догађај „извучена је лоптица која није жуте боје", односно „плаве, црвене или зелене боје"; шта је супротно од догађаја „на горњој страни коцке се појавио паран број тачака"?). Сваки пар одређује вероватноћу догађаја из свог експеримента и вероватноћу одговарајућих супротних догађаја. Ученици записују примере за независне догађаје који се дешавају при њиховом експерименту и објашњавају зашто су ти догађаји независни (на пример, објашњавају зашто је извлачење лоптица из кутије са враћањем независан догађај, а без враћања лоптица назад у кутију – зависан догађај). Документују своја сазнања о датом експерименту, а затим их наставник подстиче да смисле други експеримент за који записују елементарне догађаје, супротне догађаје при истом експерименту и независне догађаје (на пример: бацање два новчића, коцке и новчића, извлачење карте одређене боје или броја из шпила карата, извлачење свеске из школске торбе...).

Ученици посматрају свакодневне догађаје, нпр. промену на семафорима, пристизање аутобуса, итд. Притом треба да забележе појаве одређених догађаја у одређеном временском периоду (нпр. време између узастопних зелених светала на раскрсница, временски интервали

између пристизања аутобуса итд.). Затим на часу ученици треба да анализирају податке које су прикупили. Треба да израчунају вероватноће за одређене догађаје да се десе у датим временским оквирима на основу својих запажања (нпр.: „Ја стижем на раскрсницу са семафорима између 12:00 и 12:10 часова, боје на семафору се мењају на следећи начин: 40 секунди траје црвено светло, 5 секунди жуто и 45 секунди зелено светло. Колика је вероватноћа да ћу наићи на зелено светло ако се тачно у 12:00 часова упалило црвено светло на семафору?"). Прорачун: моје пристизање је у интервалу од 10 минута = 600 секунди и за то време има 6 промена светла ЦЖЗ, ЦЖЗ... (једна промена ЦЖЗ = 40+5+45 = 90 секунди) и на крају, последње промене у тих 10 минута, зелено светло траје 15 секунди; значи, у тих 10 минута зелено светло има укупно 285 секунди, 285:600 = 0,475 је вероватноћа да ћу погодити зелено светло на раскрсници. Следеће питање би могло бити: „Ако се у 12 часова упалило зелено светло, која је вероватноћа да ће опет бити зелено када стигнем на раскрсницу?"). Ученици се укључују у дискусију о томе како ове вероватноће могу бити корисне у свакодневним ситуацијама, као што су планирање путовања или ефикасно управљање временом. Наставник подстиче ученике да размишљају о томе како вероватноћа ових догађаја утиче на њихова предвиђања и доношење одлука.

· „Преокренута учионица" : Ученици пре часа истражују како се израђује временска прогноза и преузимају је за неколико дана са одговарајуће интернет странице. На часу наставник им поставља реалан проблем: „Увек када постоји могућност да пада киша, са собом носим кишобран." Ученици у паровима траже одговоре на питања као што су: Колика је вероватноћа да ће наставник носити кишобран ових неколико дана (колико је приказано на њиховим прогнозама)? Колика је вероватноћа да, ако изаберем дан за шетњу у природи, време буде сунчано? Колика је вероватноћа да ће тог дана дувати ветар? Активност се може допунити израчунавањем просечне температуре за дате дане, ранга температуре, медијане, моде... Ученици се укључују у дискусију о томе како ове вероватноће могу бити корисне у свакодневним ситуацијама, као што су планирање путовања или ефикасно управљање временом. Наставник подстиче ученике да размишљају о томе како вероватноћа ових догађаја утиче на њихова предвиђања и доношење одлука.

· Ученици раде у групама. У учионици на четири клупе/станице налази се по један проблем у којем се од ученика тражи да одреде вероватноћу могућих исхода (који се међусобно искључују) за дати догађај (нпр. 1: „Одредите вероватноћу догађаја 'Да при бацању две коцке на горњим странама буде мање од 5 тачака'"; нпр. 2: „Јован и Илија не долазе заједно у школу и понекад касне на часове. Вероватноћа да ће Јован закаснити у школу је 0,7, а вероватноћа да ће Илија закаснити је 0,4. Колика је вероватноћа да ће данас обојица стићи на време у школу?"...). Свака група се након решавања проблема на станици помера ка другој станици у смеру казаљке на сату. Притом, свака група треба да понуди различиту стратегију за решавање сваког од проблема.

Секоја група ученици избира соодветен дијаграм (линиски, столбест , стебло- лист или секторски) за претставување на дадените податоци. Потоа учениците треба да ги запишат заклучоците од толкувањето на дијаграмите што ги нацртале и ги споделуваат со другите групи. Учениците на крај дискутираат како би се промениле резултатите ако се зголемат цените, ако се додадат нови продукти или ако се промени маркетинг стратегијата.

- Учениците во парови изведуваат различни експерименти: едни фрлаат паричка, други фрлаат коцка за играње, трети извлекуваат од кутија обоени топчиња (жолти, црвени, сини, зелени) без гледање. Секој пар запишува: Кои се елементарните настани при изведувањето на нивниот експеримент? Кој е спротивниот настан на даден настан при експериментот што го изведуваат (на пример- спротивен на настанот „ извлечено е топче со жолта боја од кутијата“ е настанот „ извлечено е топче што не е со жолта боја“ односно е со „ сина, црвена или зелена боја“, спротивен на настанот „ на горната страна на коцката се појавил парен број точки“ е настанот ... ? Секој пар одредува веројатност на настани од нивниот експеримент и веројатност на соодветните спротивни настани. Учениците запишуваат примери за независни настани кои се случуваат при нивниот експеримент и објаснуваат зошто тие настани се независни (на пример, објаснуваат зошто извлекувањето на топчиња од кутијата со враќање се независни настани или без враќање на топчињата назад во кутијата- зависни настани). Ги документираат своите сознанија за дадениот експеримент, а потоа наставникот ги поттикнува да смислат друг експеримент за кој запишуваат елементарни настани, спротивни настани при истиот експеримент и независни настани (на пример, фрлање на две парички, коцка и паричка, извлекување на карта со определена боја или број од шпил со карти, извлекување на тетратка од училишната торба...).
- Учениците набљудуваат секојдневни настани, на пр. менување на семафорите, пристигнување автобуси, итн.). Притоа треба да ги забележат појавите на одредени настани во одреден временски период (на пр. време помеѓу последователни зелени светла на раскрсница, временски интервали помеѓу пристигнувањето на автобуси и тн.). Потоа на час, учениците треба да ги анализираат податоците што ги собрале. Тие треба да ги пресметаат веројатностите за одредени настани да се случат во дадени временски рамки врз основа на нивните набљудувања (Јас пристигнувам на раскрсницата со семафори меѓу 12:00 и 12:10 часот, боите на семафорот се менуваат на следниот начин: 40 секунди трае црвеното светло, 5 секунди жолто и 45 секунди зелено светло. Колкава е веројатноста дека ќе наидам на зелено светло ако точно во 12:00 часот се запалило црвеното светло на семафорот? Пресметка: моето пристигнување е во интервал од 10 минути=600 секунди и за тоа време има 6 пати менување на светлата ЦЖЗ, ЦЖЗ,...(едно менување ЦЖЗ= 40+5+45=90 секунди) и на крај последното менување во тие 10 минути зеленото светло трае 15 секунди, значи во тие 10 минути зелено светло има вкупно 285 секунди, 285:600=0,475 е веројатноста дека ќе погодам зелено светло на раскрсницата. Следно прашање би можело да биде: Ако во 12 часот светнало зеленото светло, која е веројатноста дека пак ќе биде зелено кога ќе стигнам на раскрсница?). Учениците се вклучуваат во дискусија како овие веројатности може да бидат корисни во секојдневни ситуации, како што се планирање патувања или ефикасно управување со времето. Наставникот ги поттикнува учениците да размислуваат за тоа како веројатноста на овие настани влијае на нивните предвидувања и донесување одлуки.

- Превртена училница: Учениците пред часот истражуваат како се изработува временската прогноза и преземаат таква за неколку дена од соодветна страница на интернет. На часот наставникот им поставува реален проблем: Секогаш кога има можност да врне, јас со себе носам чадор. Учениците по парови бараат одговори на прашањата како на пример: Колкава е веројатноста дека наставникот ќе носи чадор овие неколку дена (колку што се прикажани на нивните прогнози)? Колкава е веројатноста дека ако изберам ден за прошетка во природа, времето ќе биде сончево? Колкава е веројатноста дека ќе дува ветар тој ден? Активноста може да се дополни со пресметување на просечна температура за дадените денови, ранг на температурата, медијана, мода... Учениците се вклучуваат во дискусија како овие веројатности може да бидат корисни во секојдневни ситуации, како што се планирање патувања или ефикасно управување со времето. Наставникот ги поттикнува учениците да размислуваат за тоа како веројатноста на овие настани влијае на нивните предвидувања и донесување одлуки.
- Учениците работат во групи. Во училницата на четири клупи/станици има по еден проблем во кој се бара учениците да одредат веројатност на можни исходи (кои заемно се исклучуваат) за даден настан (*пр.1*: Определете ја веројатност на настанот „ На горните страни при фрлање на две коцки да се појават помалку од 5 точки“.; *пр.2:* Јован и Илија не доаѓаат заедно на училиште и понекогаш доцнат на часови. Веројатноста дека Јован ќе задоцни на училиште е 0,7, а веројатноста дека Илија ќе задоцни е 0,4. Колкава е веројатноста дека денес ќе стигнат и двајцата на време во училиштето?...). Секоја група по решавањето на проблемот што е на станицата се движи кон друга станица во насока на стрелките на часовникот. Притоа секоја група треба да понуди различна стратегија за решавање на секој од проблемите.

ИНКЛУЗИВНОСТ, РОДНА РАВНОПРАВНОСТ/СЕНЗИТИВНОСТ, ИНТЕРКУЛТУРАЛНОСТ И МЕЂУПРЕДМЕТНА ИНТЕГРАЦИЈА

Наставник обезбеђује инклузивност укључивањем свих ученика у све активности током часа. Притом омогућава да свако дете буде когнитивно и емоционално ангажовано кроз коришћење одговарајућих методичких приступа (индивидуализација, диференцијација, тимски рад, подршка вршњака). У раду са ученицима са сметњама у развоју примењује индивидуални образовни план (са прилагођеним исходима учења и стандардима оцењивања) и, кад год је то могуће, користи додатну подршку других особа (лични и образовни асистенти, образовни медијатори, тутори волонтери и професионалци из школа са ресурсним центром). Редовно прати све ученике, нарочито оне из рањивих група, како би благовремено идентификовао тешкоће у учењу, подстицао их и подржавао у постизању исхода учења.

Приликом реализације активности наставник једнако третира и дечаке и девојчице, водећи рачуна да им не додељује родно стереотипне улоге. При формирању група за рад настоји да обезбеди баланс у односу на пол. При избору додатних материјала у настави користи илустрације и примере који су родно и етнички/културолошки сензитивни и подстичу родну равноправност, односно промовишу интеркултурализам.

Кад год је то могуће, наставник користи интеграцију тема/садржаја/појмова при планирању и реализацији наставе. Интеграција омогућава ученицима да укључе перспективе других наставних предмета у оно што изучавају у овом предмету и да повежу знања из различитих области у једну целину.

ОЦЕЊИВАЊЕ ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА

Да би омогућио ученицима да постигну очекиване стандарде оцењивања, наставник треба да сагледа претходна искуства, знања и вештине ученика, да континуирано прати активности ученика током подучавања и учења и прикупља информације о напретку сваког ученика. За учешће у активностима ученици добијају повратну информацију у којој се указује на ниво успешности у реализацији активности/задатка и дају се смернице за побољшање (формативно оцењивање). У ту сврху наставник прати и оцењује:

- усмене одговоре на питања која постављају наставник или ученици;

- практичну изведбу (на пример: решавање математичких проблема из свакодневног контекста, цртање и конструкција 2Д фигура помоћу шестара и образовног софтвера, цртање 3Д фигура на изометријском папиру, израда макета итд.);

▪ истраживачке активности при којима ученици истражују зависност између различитих математичких променљивих; спроводе експерименте за различите математичке концепте; посматрају, предвиђају, прикупљају податке, мере, евидентирају, представљају резултате (табелама, дијаграмима, графицима) и презентују их;

▪ одговоре/решења дате у радним листовима, наставним листићима и сл.;

▪ домаће задатке.

Током школске године треба реализовати четири обавезне писмене провере, по две у сваком полугодишту, за постизање исхода учења, на основу стандарда оцењивања.

Током целе наставне године ученици се оцењују бројчаном оценом.

Почетак имплементације наставног програма	школска 2026/2027 година
Институција/носилац програма	Биро за развој образовања
У складу са чланом 30, став 3 Закона о основном образовању („Службени гласник Републике Северне Македоније“ бр. 161/19, 229/20, 3/25 и 74/25) министарка образовања и науке донела је наставни програм за предмет Математика за VIII разред.	бр. 12-12084/17 12.9.2025. година Министарка образовања и науке, проф. др Весна Јаневска, с.р. _____