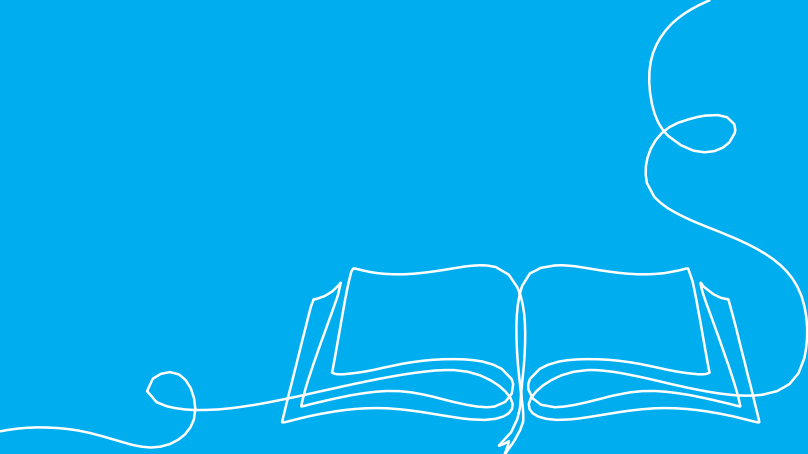




6

MATEMATIKA ZA ŠESTI RAZRED MATERIJALI ZA UČENJE

Prof. dr Tatjana Atanasova Pačemska

Marija Petrovska
Silvana Jakimovska Binova
Aleksandra Peševska Mitanovska



Наслов на оригиналот: Математика за шесто одделение
материјали за учење
MATEMATIKA ZA VI RAZRED
materijali za učenje

Izdavač: Biro za razvoj obrazovanja – Skoplje

Urednik: Prof. d-r Tatjana Atanasova-Pačemska

Autori:

Prof. d-r Tatjana Atanasova-Pačemska

Marija Petrovska

Silvana Jakimovska-Binova

Aleksandra Peševska Mitanovska

Stručna podrška:

Rajmonda Neziri, koordinator

m-r Sanja Pačemska

Daniela Tačevska Nikolov

d-r Lidija Kondinska

Ilustrator: Teodora Jovanovska

Lektor: Violeta Jovanovska-Nikovska

Grafički dizajn i tehničko uređenje: Trimaks – Skoplje

Prevedeno sa makedonskog jezika:

Izeta Babačić

Godina izdanja – 2024

Mjesto izdanja – Skoplje

Elektronsko izdanje



Dragi učenice,

Ovo su materijali za učenje iz predmeta matematika koje ćeš koristiti u šestom razredu.

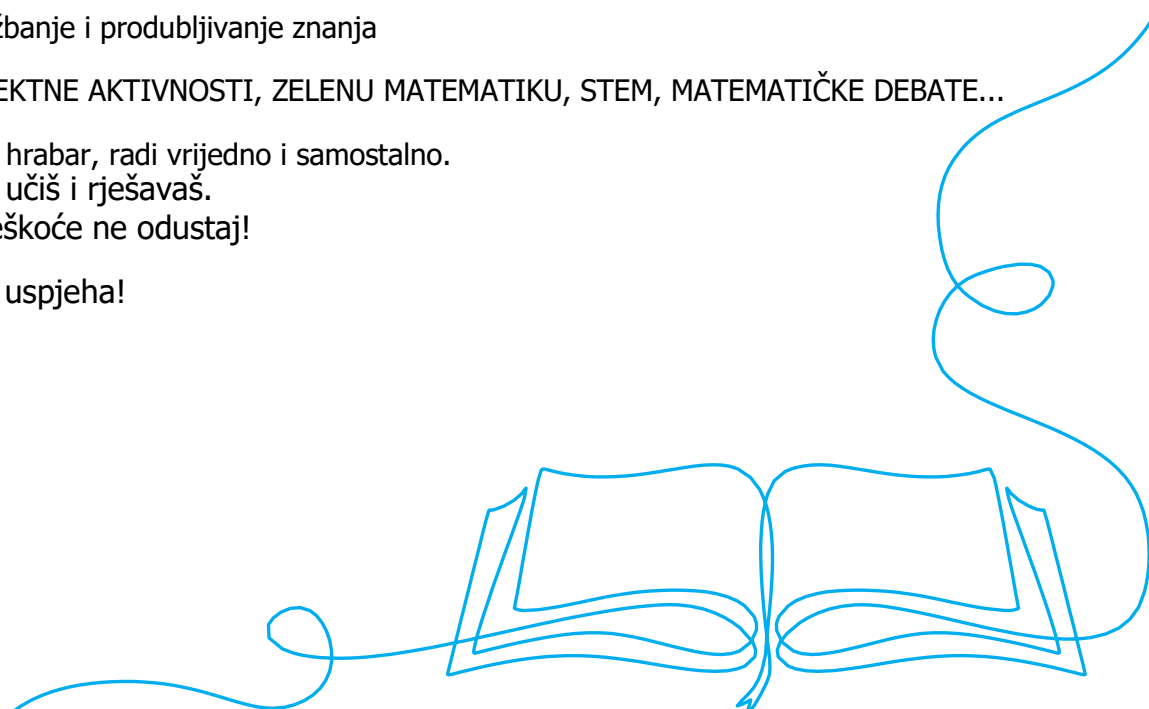
Sadrže raznovrsne sadržaje i aktivnosti sa kojima ćeš se družiti na časovima matematike. Proširit ćeš matematička znanja o brojevima i operacijama sa njima, geometriji, mjerenju i podacima. Razvit ćeš vještine za rješavanje problema iz svakodnevice sa njihovom primjenom. Razvit ćeš sposobnosti da razmišljaš bolje i pametnije. Videćeš da je matematikata veoma važna i da je primjenjujemo u svakodnevnim aktivnostima i da je matematikata veoma važna i za ekonomiste, programere, inženjere, naučnike.

- Na početku svakog sadržaja imaš informaciju ŠTA ĆEŠ NAUČITI
- Imaš nekoliko pitanja DA SE PODSJETIŠ šta si prethodno učio u vezi sa ovim sadržajima
- Imas riješene primjere i objašnjenja tako da možeš i samostalno da učiš
- Imaš kratka pitanja i nekoliko zadataka da proveriš DA LI SI RAZUMEŠ
- VJEŽBE za vježbanje i produbljivanje znanja
- Ideje za PROJEKTNE AKTIVNOSTI, ZELENU MATEMATIKU, STEM, MATEMATIČKE DEBATE...
- Budi vrijedan i hrabar, radi vrijedno i samostalno.

Zabavljaj se dok učiš i rješavaš.

Kad naiđeš na teškoće ne odustaj!

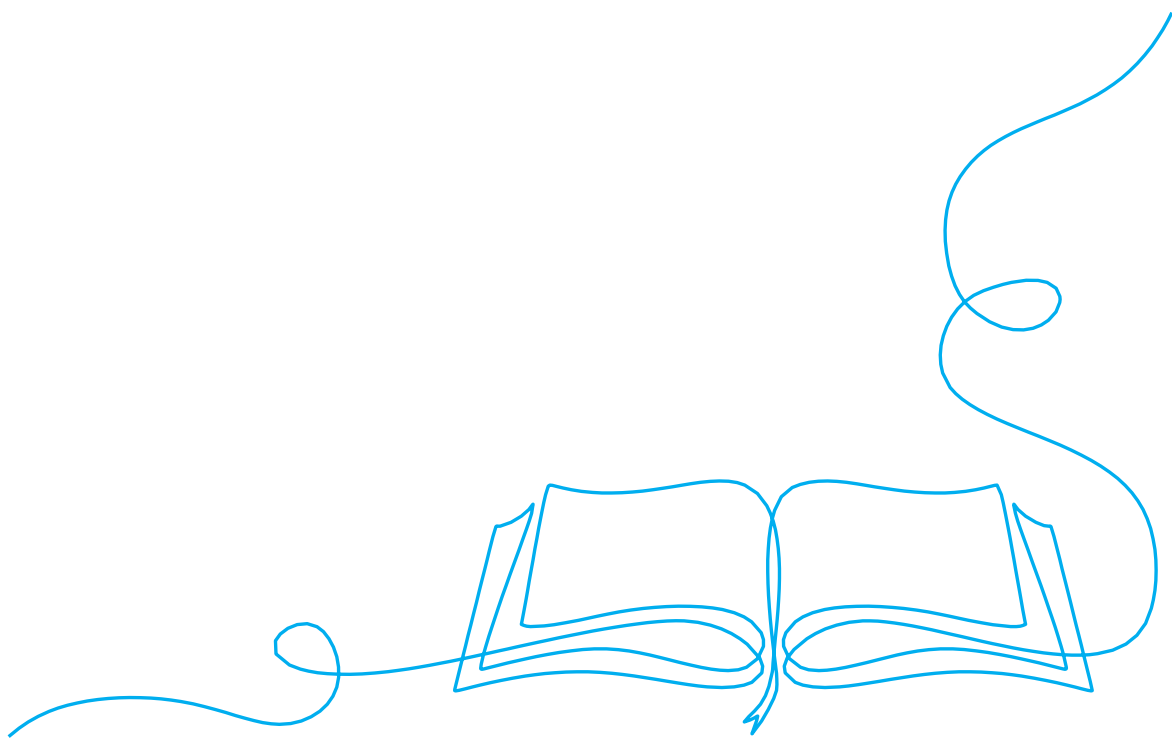
Želimo ti mnogo uspjeha!



SADRŽAJ

POJAM SKUPA	9
NAČINI PREDSTAVLJANJA SKUPA	12
BROJ SKUPA, JEDNAKI I ISTOBROJNI SKUPOVI.....	14
PODSKUPOVI	16
KONAČNI I BESKONAČNI SKUPOVI	18
SKUPOVI PRIRODNIH BROJEVA	20
MIJESNA VRIJEDNOST CIFARA U BROJEVIMA PREKO 1000000	23
ZAOKRUŽIVANJE BROJEVA	25
REDANJE I PODREĐIVANJE BROJEVA	30
NIZOVI PRIRODNIH BROJEVA	32
RIMSKE CIFRE I BROJEVI.....	37
PRIMJENA RIMSKIH CIFARA.....	40
SKUP CIJELIH BROJEVA	42
BROJANJE KORAKOM NEGATIVNI BROJ	44
CIJELI BROJEVI NA BROJEVNOJ PRAVI	45
REDANJE I PODREĐIVANJE CIJELIH BROJEVA.....	47
NIZOVI CIJELIH BROJEVA.....	49
BROJANJE U RAZLOMCIMA I DECIMALNIH BROJEVA.....	51
MJESNA VRIJEDNOST CIFARA U DECIMALNOM BROJU	53
ZAOKRUŽIVANJE DECIMALNIH BROJEVA	56
MJEŠOVITI BROJ KAO RAZLOMAK	58
RAZLOMAK KAO MJEŠOVITI BROJ.....	63
MJEŠOVITI BROJ NA BROJEVNOJ PRAVI	67
RAZLOMAK KAO DECIMALNI BROJ	70
PROŠIRIVANJE RAZLOMAKA	74
SKRAĆIVANJE RAZLOMAKA	77
EKVIVALENTNI RAZLOMCI	80
POREĐENJE RAZLOMAKA	82
POREĐENJE DECIMALNIH BROJEVA	86
PROCENAT KAO RAZLOMAK	91
RAZLOMAK KAO PROCENAT	94
PROCENTNI IZNOS	97
RAZMJER	101
DUŽ	110
SABIRANJE I ODUZIMANJE DUŽI	112
PARALELNE I NORMALNE DUŽI.....	114
SIMETRALA DUŽI	116

RASTOJANJE OD TAČKE DO PRAVE.....	118
UGAO. ELEMENTI UGLA.....	120
VRSTE UGLOVA	123
SIMETRALA UGLA	126
MJERENJE I CRTANJE UGLOVA.....	127
SABIRANJE UGLOVA.....	130
KOMPLEMENTNI I SUPLEMENTNI UGLOVA	132





1

Broj

Tema Broj



U ovoj temi prvi put ćeš se upoznati sa pojmom skup. Posebno ćeš produbiti znanja o skupovima brojeva – Prirodni brojevi, Cijeli brojevi i pozitivni Racionalni brojevi. Brojeve primjenjujemo svakodnevno – da izrazimo veličinu, vrijednost, količinu itd. Poznavanje i razumjevanje brojeva je veoma važno da bi kasnije mogao tačno da radiš proračune pomoću njih.



REZULTATI UČENJA

1. da koristiš znanja o skupovima da bi objasnio i zapisao skupove prirodnih brojeva, cijelih brojeva i pozitivnih racionalnih brojeva;
2. da primjenjuješ rimske brojeve u praktičnim primjerima;
3. da koristiš razlomke, decimalne brojeve, procenete i razmjere u svakodnevnom kontekstu;
4. da otkrivaš pravilo za određivanje svakog člana datog niza cijelih brojeva.

SADRŽAJI

1. Skupovi
2. Prirodni brojevi
3. Rimski brojevi
4. Cijeli brojevi
5. Pozitivni racionalni brojevi



Pojmovi:

skup, element skupa, pripada ($\in$), ne pripada ($\notin$), predstavljanje skupa: tabelarno, grafički i opisno, podskup ($\subseteq$), pravi podskup ($\subset$), broj skupa (ili kardinalni broj), istobrojni skupovi, jednaki skupovi, konačni skupovi, beskonačni skupovi, prazan skup ($\emptyset$), rimske cifre I, V, X, L, C, D, M; rimski brojevi, skup cijelih brojeva, pozitivni i negativni cijeli brojevi, suprotan broj, proširivanje razlomka, skraćivanje razlomka, neskratljiv razlomak, razmjer.

NAUČIT ĆEŠ:

Šta je skup; Da navodiš primjere skupova; Da imenuješ i zapisuješ elemente koji pripadaju ili ne pripadaju datom skupu. (Ovo je novi pojam za tebe - nisi ga izučavao do sada)

PRIMJER:

Pogledaj slike. Šta zajedničko imaju predmeti predstavljeni na njima?

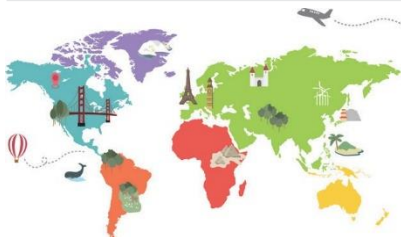


Evo još
nekoliko
primjera:

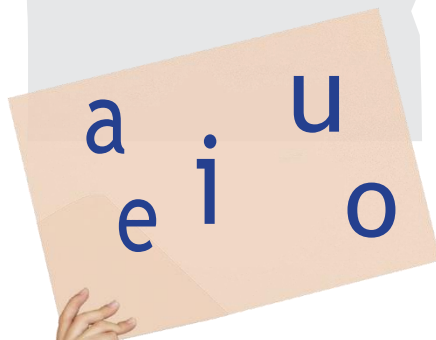
a) Skup osnovnih geometrijskih pribora sadrži elemente: lenjir, trougao, šestar, ugaomjer.



b) Skup kontinenata na planeti Zemlji sadrži elemente: Evropa, Azija, Afrika, Južna Amerika, Sjeverna Amerika, Australija sa Okeanijom, Antarktik.



c) Skup samoglasnika u makedonskoj azbuci sadrži elemente: a, e, i, o, u.



INFORMACIJA



Ideja o grupisanju predmeta (objekti, pojmovi) prema njihovom zajedničkom svojstvu je osnova na jedan od najvažnijih pojmova u matematici – pojam **SKUP**. Ovaj pojam nema strogu definiciju u matematici. Pod **skupom** podrazumijevamo cjelinu koja se sastoji od „objekata” sa zajedničkim svojstvima. Svaki „objekat” se naziva **element skupa**.

ZAPAMTI

Jedan skup je određen njegovim elementima.

1. Od datih „objekata” formiraj dva skupa. Obrazloži svojstvo prema kojem si formirao skupove.



2. Nabroj tri različita skupa (obrasni zajedničko svojstvo i nabroj njihove elemente).
3. Odredi elemente sljedećih brojnih skupova: (U matematici posebno su važni skupovi čiji elementi su brojevi. Nazivamo ih **brojni skupovi**.)
- a) parni brojevi treće desetice
 - b) delioci broja 18
 - c) trocifreni broj čiji zbir cifara je 3

INFORMACIJA



Skupovi se imenuju velikim štampanim latiničnim slovom – A, B, C, D, M, N itd., a elementi im se nabrajaju u zagradama { }. Ako skup slova riječi lopta imenujemo kao skup M zapisujemo $M = \{l, o, p, t, a\}$. Ovo je tabelarni način za zapisivanje skupa.

Simbole „ $\in$ ” i „ $\notin$ ” koristimo da zapišemo kada neki elemenat pripada ili ne pripada datom skupu. Za skup M je tačno $t \in M$ (čitamo „t je elemenat skupa M”, ali $r \notin M$ (čitamo „p NIJE elemenat skupa M”).

4. Koje od datih tvrdnji skup $B = \{2, 12, 22, 32, 42\}$ su tačne?

a) $12 \notin B$ b) $22 \in B$ c) $212 \in B$ č) $52 \notin B$ ć) $22 = B$

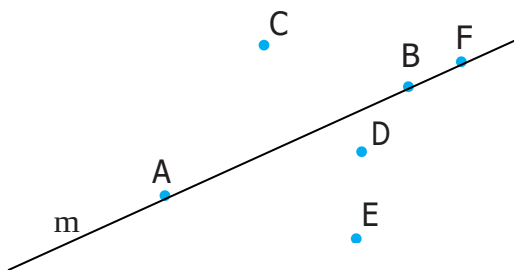


Provjeri da li si razumio.

1. Šta je skup? Šta je elemenat skupa?
2. Koji su elementi skupa od neparnih brojeva pete desetice.
3. Kako ćeš pomoću simbola zapisati da 8 NIJE elemenat skupa S?

Vježbaj

1. Zapiši sve elemente datih skupova:
 - a) skup A koji je sastavljen od djevojčica iz tvog odjeljenja,
 - b) skup V koji je sastavljen od slova riječi „sveska”,
 - c) skup M koji je sastavljen od trocifrenih brojeva treće stotice koji završavaju na 5,
 - č) skup R od četvorocifrenih brojeva koji su veći od 899, a manji od 1008.
2. Simbolima „ $\in$ ” i „ $\notin$ ” zapiši dvije tačne i dvije netačne tvrdnje koje se odnose na skup B čiji elementi su slova riječi matematika.



3. Prava je skup tačaka. Na jednoj pravi može da se predstavi mnogo tačaka, ali ima i mnogo tačaka koje ne pripadaju datoj pravi. Na crtežu je data prava m i tačke A, B, C, D, E, F. Simbolima „ $\in$ ” i „ $\notin$ ” zapiši koje od datih tačaka pripadaju, a koje ne pripadaju pravi m.

Grupna aktivnost

Izradite zajedničku interaktivnu prezentaciju sa slikama skupova koje srećete u vašoj svakodnevici.



NAČINI PREDSTAVLJANJA SKUPA

NAUČIT ČEŠ:

Da predstavljaš skup na različite načine (**tabelarno, grafički, opisno**).



ZA PODSJEĆANJE Čime je određen svaki skup?



INFORMACIJA

Jedan skup može da bude predstavljen na različite načine:

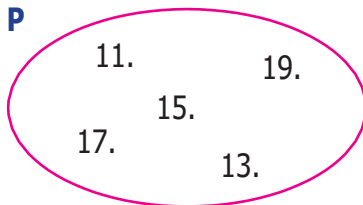
Tabelarni način – nabrajamo sve elemente u zagradi $P = \{11, 13, 15, 17, 19\}$

Opisni način – opisujemo elemente P skupa – koji su neparni brojevi druge desetice. Zapisuje se $P = \{x | x \text{ je neparni broj druge desetice}\}$.

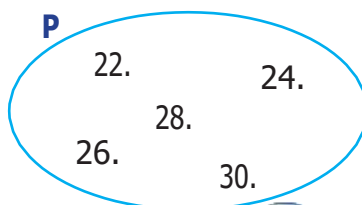
Objašnjenje

„ $x|x$ ” se čita „ x gde je x ”.

Grafički način – Venovim dijagramom – zatvorena kriva linija u čijoj unutrašnjosti se zapisuju elementi.



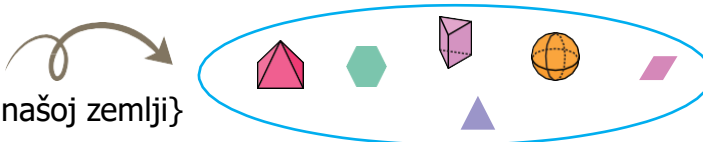
- a)** Skup $A = \{x | x \text{ je cifra broja } 25355\}$ zapisan na tabelarni način je $A = \{2, 3, 5\}$.
- b)** Skup $B = \{\text{Merkur, Venera, Zemlja, Mars, Jupiter, Saturn, Uran, Neptun}\}$ zapisan na opisni način je $B = \{x | x \text{ je planeta Sunčevog sistema}\}$
- c)** $P = \{x | x \text{ je paran broj treće desetice}\}$ dat je sljedećim Venovim dijagramom.



Svaki elemenat skupa zapisuje se samo jednom.

1. Zapiši na tabelarni način i Venovim dijagramom sljedeće skupove:

- a) $A = \{x | x \text{ je djelilac } 20\}$
 b) $B = \{x | x \text{ je 3D oblik crteža}\}$
 c) $P = \{x | x \text{ je prirodno jezero u našoj zemlji}\}$



2. Zapiši na opisan način i Venovim dijagramom sljedeće skupove:

- a) $A = \{\text{ravnostrani, ravnokraki, raznostran trougao}\}$
 b) $B = \{2, 7, 5\}$
 c) $P = \{o, n, s\}$

Neki elementi
mogu da se opišu
na različite načine.



Provjeri da li
si razumio.

1. Na koji načini se predstavlja skup?
 2. Zapiši na opisan način skup $M = \{8, 16, 24, 32\}$.
 3. Zapiši Venovim dijagramom skup
 $M = \{x | x \text{ je slovo riječi azbuka}\}$

Vježbaj

1. Zapiši date skupove na tabelaran način.

- a) $M = \{x | x \text{ je mjesec u godini čije ime sadrži četiri slova}\}$
 b) $E = \{x | x \text{ je djelilac } 24\}$
 c) $M = \{x | x \text{ je sadržalac broja } 7 \text{ manji od } 50\}$

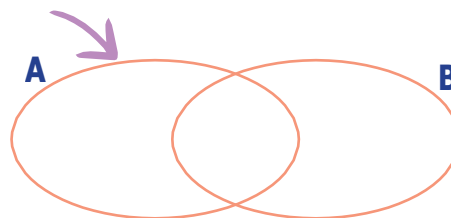
2. Zapiši date skupove na opisan način.

- a) $M = \{102\}$
 b) $E = \{1, 0, 2\}$
 c) $M = \{\text{ponedjeljak, petak}\}$

3. Poveži skupove date na opisan način odgovarajućim zapisom na tabelaran način.

- | | |
|--|------------------|
| $\{x x \text{ je cifra broja } 9807\}$ | $\{7, 8, 9\}$ |
| $\{x x \text{ je prethodnik broja } 988\}$ | $\{7, 8, 9, 0\}$ |
| $\{x x \text{ je cifra veća od } 6\}$ | $\{987\}$ |

4. Dati su skupovi $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ i
 $B = \{2, 12, 22, 32\}$. Predstavi ih u datom Venovom
 dijagramu.



NAUČIT ĆEŠ:

Da određuješ **broj skupa**. Da prepoznaješ **istobrojne i jednake skupove**, i **prazan skup**.

PRIMJER:

Zapiši na tabelaran način sljedeće skupove i izbroj po koliko elemenata imaju. Da li je neki skup bez elemenata? Koji od njih ima isti broj elemenata?

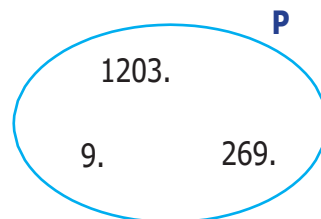
Da li neki od njih imaju iste elemente?

$A = \{x | x \text{ je cifra broja } 13555\}$

$B = \{x | x \text{ je slovo riječi MAJ}\}$

$C = \{x | x \text{ je mjesec u godini čije ime počinje slovom r}\}$

$D = \{x | x \text{ je neparni broj manji od } 6\}$

**Rješenje**

- $A = \{1, 3, 5\}$ i $D = \{1, 3, 5\}$ imaju iste elemente, iako su opisani na različit način.
- $B = \{M, A, J\}$ ima tri elementa, isto kao i skupovi A i D.
- U godini ne postoji mjesec čije ime počinje na slovo r, pa je skup C bez elemenata.

INFORMACIJA

Broj elemenata koji pripadaju skupu A naziva se **broj skupa** A. Označava se sa δA .

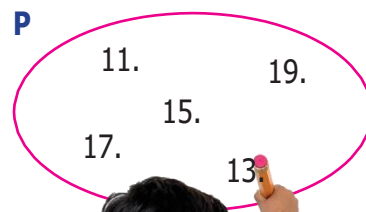
Skup koji nema elemente naziva se **prazan skup**. Označava se simbolom „ $\emptyset$ “. Skupovi koji imaju isti broj nazivaju se **istobrojni skupovi**.

Skupovi koji imaju iste elemente nazivaju se **jednaki skupovi**.

a) Skupovi $A = \{x | x \text{ je slovo od riječi ruka}\}$ i $M = \{a, r, k\}$ su jednaki skupovi, jer imaju iste elemente.

b) Skup $B = \{k, n, i, g, a\}$ i skup P zadat Venovim dijagramom su istobrojni skupovi $\delta V = \delta R = 5$ (imaju po 5 elemenata).

c) Skup $E = \{x | x \text{ je mjesec u godini koji ima } 32 \text{ dana}\}$ nema ni jedan elementat. $\delta E = 0$ i $E = \emptyset$.

**1. Odredi broj skupova**

$M = \{0, \emptyset\}$, $N = \{x | x \text{ je parni broj treće stotice}\}$,

$Q = \{5, 10, 15, 20, \dots, 95, 100\}$



Kada skup ima veliki broj elemenata, ne mora da ih zapišemo sve. Ukoliko se podrazumijeva koji su elementi, koristimo „...“, što pokazuje da među elementima ima još elemenata koji nisu zapisani.

2. Zapiši tri različita skupa koji su istobrojni sa skupom $T = \{x/x \text{ je sadržalac broja } 9 \text{ manji od } 70\}$.

3. Koje od sljedećih tvrdnji su istinite:

- a) $0 \in \emptyset$ b) $T = \{\emptyset\}$, $\delta T = 0$ c) $L = \{2, 4, 6, 8, \dots, 94, 96, 98, 100\}$, $\delta L = 8$

Provjeri da ti
si razumio

1. Koji skupovi su istobrojni? Koji skupovi su jednaki skupovi?
2. Šta je prazan skup i kako se bilježi?
3. Koliko elemenata ima skup $T = \{x/x \text{ je broj veći od } 10 \text{ i manji od } 18\}$
4. Zapiši dva istobrojna skupa A i V, tako da $\delta V = 8$.

Vježbaj

1. Zapiši broj skupova $T = \{x/x \text{ je trougao sa dva tupa ugla}\}$, $R = \{10, 20, 30, \dots, 970, 980, 990\}$, $M = \{x/x \text{ je djelilac broja } 30 \text{ veći od broja } 20\}$, $P = \{x/x \text{ je sadržalac broja } 9 \text{ manji od broja } 200, \text{ a veći od broja } 175\}$.
2. a) Zapiši primjer za prazan skup na opisan način.
b) Zapiši primjer za tri istobrojna skupa.
3. Odredi koji od sljedećih skupova su istobrojni, a koji su jednaki:
 $M = \{x/x \text{ je trocifreni parni broj manji od } 110\}$, $R = \{x/x \text{ je četvorocifreni parni broj manji od broja } 1110\}$, $M = \{51, 53, 55, 57, 59\}$, $P = \{x/x \text{ je neparni broj iz šeste desetice}\}$.
4. Koji od sljedećih tvrdnji su istinite? Objasni odgovor na primjeru.
a) Postoje različiti prazni skupovi.
b) Istobrojni skupovi su uvijek jednaki.
c) Jednaki skupovi su uvek istobrojni.

Zadaci



NAUČIT ĆEŠ:

Da zapisujes **podskup** i **pravi podskup** iz datog skupa.

PRIMJER:

U jednom skupu možeš da uočiš dio elemenata koji imaju i posebna svojstva. Na crtežu je dat skup iz 2D oblika. Izdvoj neke od njegovih elemenata prema nekom specifičnom svojstvu.



Iz elemenata skupa $A = \{2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 24, 26, 28, 30\}$ možemo da zapišemo i sljedeće skupove:

$M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ - skup elemenata koji pripadaju skupu A, ali su parni brojevi prve desetice;

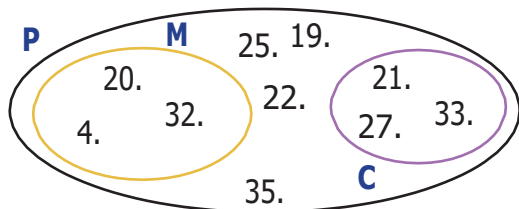
$N = \{2, 12, 20, 21, 23, 24, 26, 28\}$ - skup elemenata koji pripadaju skupu A, ali su brojevi koji imaju cifru 2;

$P = \{26, 28, 30\}$ - skup elemenata koji pripadaju skupu A, ali su veći od broja 25; Skupovi M, N, P su **podskupovi** skupa A.

INFORMACIJA

Skup B čiji svaki elementat je elementat skupa A se naziva **podskup** A. „ $\subseteq$ ” je **simbol** kojim se zapisuje ova relacija između skupova B i A. Zapisujemo $B \subseteq A$, a čitamo „B je podskup skupa A”.

Skup B za koji je svaki njegov element element skupa A, a skup A ima i druge elemente koji nisu elementi skupa B, naziva se **pravi podskup** skupa A. „ $\subset$ ” je **simbol**.



Venovim dijagramom je dat skup R i dva njegova prava podskupa:

M su sadržaoici 4 i S su sadržaoici 3. $M \subset R$ i $S \subset R$

1. Koje od datih tvrdnji su istinite? Obrazloži odgovor.

- a) $\{2, 3, 4, 5\} \subseteq \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ b) $\emptyset \subseteq \{2, 3, 5\}$ v) $\emptyset \in \{0, a, 3\}$
 g) $\{c, v, e, t\} \subset \{i, v, e, t, o, c\}$ d) $\{0, 1\} \subset \{1, 0\}$ gj) $0, 1 \subseteq \{10, 100\}$

2. Zapiši sve podskupove skupa $M = \{A, B, V\}$ (treba da zapišeš podskupove sa jedan, dva i tri elementa).

ZAPAMTI

Prazan skup je podskup svakog podskupa, zato je $\emptyset \subseteq M$.

Provjeri da li si razumio

- Šta je podskup? Koja je razlika između podskupa i pravog podskupa? Koji su simboli?
- Zapiši pravi podskup M skupa $A = \{x/x \text{ je slovo riječi matematika}\}$ tako što je $\delta M = 3$.

Vježbaj

1. Zapiši dva prava podskupa skupa

$M = \{x/x \text{ je trocifreni broj veći od 600 čiji zbir cifara je 8}\}$.

2. Koja od datih tvrdnji su istinite? Obrazloži odgovor.

- a) $\{a, b, c\} \subseteq \{b, a, c\}$ b) $\{\emptyset\} \subseteq \{0, 1, 2\}$ v) $\emptyset \subset \{222\}$

3. Zapiši sve podskupove skupa $M = \{m, n, p, q, r, s, k\}$ čiji broj je 4.

4. Simbolima „ $\subseteq$ ” i „ $\subset$ ” zapiši dvije tačne i dvije netačne tvrdnje koje se odnose na skup

$D = \{0, 5, 10\}$

Grupna aktivnost 1

U skupu saobraćajnih znakova predstavi podskupove od znakova prema obliku i boji, odnosno namjeni (znaci opasnosti, znaci, informisanje i sl.).

Grupna aktivnost 2

U skupu aplikacija na tvom mobilnom telefonu predstavi podskupove prema namjeni za koju ih koristiš (aplikacije za komunikaciju, za zabavu, učenje i sl.).

KONAČNI I BESKONAČNI SKUPOVI

NAUČIT ĆEŠ:

Da prepoznaš koji su **konačni**, a koji su **beskonačni skupovi** i da daješ odgovarajuće primjere.

Primjer

Učio si o broju skupova. Razmisli i odgovori na sledeća pitanja:

- Da li možeš da zapišeš skup koji ima najveći broj elemenata?
- Koji skup ima veći broj elemenata – skup parnih ili skup neparnih brojeva?
- Koliko najviše elemenata može da ima jedan skup?

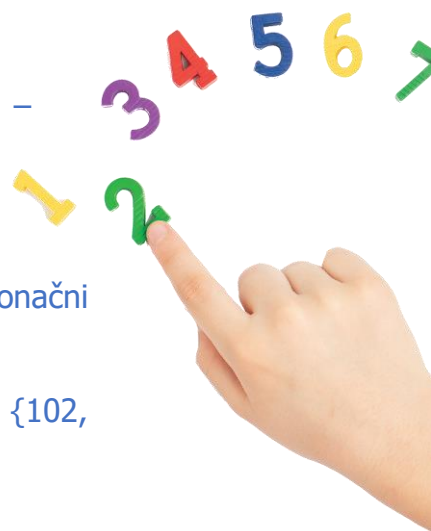
Razmisli i
odgovori



Rješenje

Postoje skupovi čiji broj elemenata ne možemo da odredimo – brojimo njihove elemente, ali se uvijek nalazi još jedan element. Skup brojeva je takav skup zato što uvijek može da se dopiše novi broj veći od datog. Takav je i skup tačaka jedne prave zato što uvijek možemo da nađemo novu tačku koja pripada pravoj. Ovakve skupove nazivamo beskonačni skupovi.

Beskonačan je i skup parnih brojeva većih od 100. Zapisujemo $A = \{102, 104, 106, 108, \dots\}$.



ZAPAMTI

Skup čiji broj elemenata može da se odredi naziva se **konačni skup**.
Beskonačni je skup koji nije konačan.

1. Da li može da se odredi broj elemenata sljedećih skupova

- a) $A = \{x/x \text{ je broj čija cifra jedinica je } 5\}$
- b) $B = \{x/x \text{ je paran broj manji od } 999999\}$
- v) $S = \{x/x \text{ je sadržalac broja } 200\}$
- g) drveće u jednoj šumi
- d) zvijezde na nebu
- đ) broj slova u najdužem romanu

Provjeri da li si razumio

- 1. Koji skup se naziva beskonačni skup?
- 2. Zapiši primjer za konačni i beskonačni skup.

Vježbaj

- 1. Zapiši primjer za tri beskonačna skupa.
- 2. Koji od sljedećih skupova su beskonačni, a koji su konačni:
 - a) skup ljudi koji žive na planeti Zemlji
 - b) skup zvijezda u univerzumu
 - c) skup svih razlomaka
 - č) skup delilaca broja 50 000



Skup zvijezda u univerzumu

NAUČIT ĆEŠ:

Da zapisuješ **skup prirodnih brojeva (N)** i **prošireni skup prirodnih brojeva (N_0)**.
Da predstavljas prirodne brojeve na obilježenoj brojevnoj pravi.



ZA PODSJEĆANJE

Koje brojeve si prve naučio?

Za šta koristimo brojeve u svakodnevici?

Isango

*Kako su nastali brojevi? E, to je misterija!*

Ali slobodno možemo da kazemo da bez brojeva civilizacije ne bi mogle da napreduju.

Otkriveni dokazi pokazuju da su brojevi i brojanje započeli brojem 1 koji se na početku zapisivao kao jedna crta, a najvjerovatnije nije imao ime. Dokaz je zapisan na kosti čije ime je Isango (kost babuna) pronađena u regionu Kongo u Africi. Ali, brojke i brojanje su zaista bile potrebne pojavom gradova. Pravi početak je oko 4000 g. pr. n. e. u Sumeriji, jednoj od najranijih civilizacija. Sa toliko mnogo ljudi, stoke, poljoprivrednih kultura i zanatskih proizvoda lociranih na istom mjestu, gradovima je bio potreban način da se organizuju i da prate sve to, jer se trošilo, dodavalo ili trgovalo.

Antički Grci su bili dobri matematičari. Ali, matematika starih Rimljana nije bila razvijenija od one na kosti Isango.

A broj 0???

Otkrivanje broja 0 je veoma važno matematičko otkriće koje se dogodilo oko 500 g. pr. n. e. u Indiji.



INFORMACIJA



Brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, 102, ... 999, 1000, 1001, 1002, se nazivaju **prirodni brojevi**. Broj 0 nije prirodni broj.

Skup prirodnih brojeva se označava sa $\mathbf{N}=\{1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$.

Skup svih prirodnih brojeva i broja 0 naziva se **prošireni skup prirodnih brojeva** i označava se sa $\mathbf{N}_0=\{0,1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$.

Brojeve iz $\mathbf{N}_0$ predstavljamo na **brojevnoj polupravi** koja počinje sa 0 i nema kraja, jer od svakog broja postoji veći. Na jednakim rastojanjima su poređani brojevi od manjeg ka većem.



Za predstavljanje većih brojeva brojevnica može da izgleda i ovako



Primjer

Koji brojevi na brojevnoj pravi treba da se napišu na praznim mjestima?

a)



b)



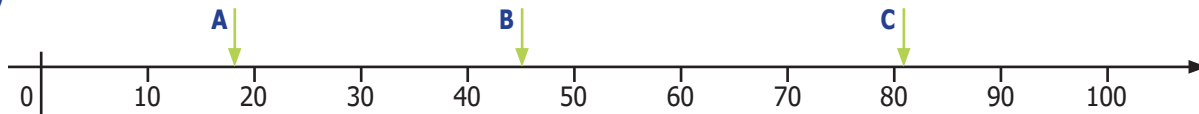
1. Nacrtaj brojevnju pravu na kojoj ćeš predstaviti:

a) brojeve iz prve stotice koji imaju cifre na jedinici 3

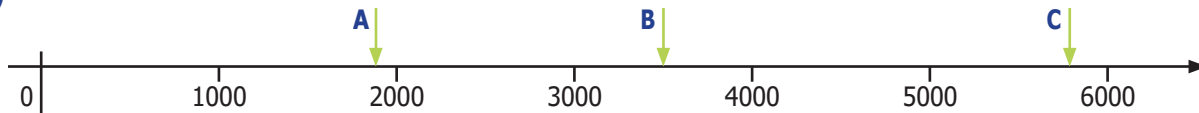
b) sadržao ci broja 7 koji su manji od 80

2. Procijeni i zapiši koji brojevi će biti na mjestu označenom strelicom.

a)



b)



Proveri da li
si razumio

1. Zapiši skup prirodnih brojeva proširenog skupa prirodnih brojeva? Po čemu se razlikuju?
2. Nacrtaj brojevnju pravu i na njoj predstavi parne brojeve manje od 30.
3. Gdje biste predstavili broj 2300 na datoj brojevnoj pravu?



Vježbaj

1. Koje od sljedećih tvrdnji su tačne?

a) $0 \in \mathbf{N}$ **b)** $0,5 \in \mathbf{N}$ **c)** $\{0, 5, 10\} \subset \mathbf{N}_0$ **d)** $\{0, \frac{5}{6}, 7\} \subseteq \mathbf{N}_0$

2. Nacrtaj brojevnju pravu i na njoj predstavi:

- a) trocifrene brojeve koji završavaju na 22
- b) dvocifrene brojeve djeljive sa 9

MATEMATIČKA DEBATA:

Zašto stari Rimljani
„nisu voleli” matematiku?

Da li je zapisivanje
brojeva u starom
Rimu kompliciralo
matematiku za
stare Rimljane?

NAUČIT ĆEŠ:

Da imenuješ mjesnu vrijednost, poziciju i klasu svake cifre prirodnih brojeva preko miliona.



ZA PODSJEĆANJE

Koje cifre koristimo za zapisivanje brojeva?

Kako čitamo broj 721 003?

Koju vrijednost ima cifra 7 u broju 7826?

Koji je najveći broj koji znaš da zapišeš i pročitáš?

Da li možeš da pročitaš broj 7 892 539 875 213?

Objašnjenje

Za lakše pisanje i čitanje brojeva većih od milion najlakše je da ih podijelimo u klase od po tri cifre (počinjući od cifre jedinica).

Klasa	Trilioni	Bilioni	Milioni	Hiljade	Jedinice
Cifre u klasi	7	892	539	875	213
Broj	7 892 539 875 213				

U svakoj klasi ima po tri cifre, i svaka cifra ima svoju poziciju i vrijednost.

Klasa	Trilijoni			Bilijoni			Milijoni			Hiljade			Jedinice		
Pozicija	Stotice trilijoni (ST)	Desetice trilijoni (DT)	Jedinice trilijoni (JT)	Stotice bilijoni (CB)	Desetice bilijoni (DB)	Jedinice bilijoni (JB)	Stotice milijoni (SM)	Desetice milijoni (DM)	Jedinice milijoni (JM)	Stotice hiljade (SH)	Desetice hiljade (DH)	Jedinice hiljade (JH)	Stotice (S)	Desetice (D)	Jedinice (J)
Vrijednost cifre			7 000 000 000 000	800 000 000 000	90 000 000 000	2 000 000 000	500 000 000	30 000 000	9 000 000	800 000	70 000	5 000	200	10	3
Cifra			7	8	9	2	5	3	9	8	7	5	2	1	3



Primjer

- a) 789 (sedam stotina osamdeset devet) je trocifreni broj, 8 je u klasi jedinica na poziciji desetica i njena vrijednost je $8 D = 80$.
- b) 78 256 325 (78 miliona 256 hiljada 325) je osmocifreni broj, 8 je u klasi milioni na poziciji jedinica milioni i njena vrijednost je $8 JM = 8\,000\,000$.

1. Zapiši riječima sljedeće brojeve:

- a) 82 608 b) 95 003 725 c) 123 000 356 278

2. Zapiši ciframa brojeve (Pazi na broj cifara. 0 (nula) je važna cifra i kada nema vrijednost.)

- a) pet miliona tri hiljade sto i tri
b) sedamnaest triliona i devet
c) sedam miliona dvanaest hiljada trista

3. Odredi klasu, poziciju i vrijednost cifre 5 u sljedećim brojevima:

- a) 8 523 b) 8 352 142 c) 589 259 365

Provjeri da li
si razumjeo

1. Koje su klase cifara koje ima dvanaesetocifreni broj?
2. Zapiši riječima broj 75890001. Koja je pozicija i vrijednost cifre 9 u ovom broju?

Vježbaj

1. Odredi klasu, poziciju i vrijednostu cifre 3 u sljedećim brojevima:

- a) 7 523 b) 8 352 142 c) 589 259 365

2. Zapiši ciframa brojeve:

- a) sedamdeset biliona i devet miliona
b) tri triliona dva biliona sto pet
c) dvanaest hiljada dvanaest

3. Zapiši ciframa i riječima:

- a) petocifreni broj koji ima 8 desetica, 7 jedinica hiljada, 3 desetice hiljada, ostale cifre su mu 4
b) devetocifreni broj koj u svakoj klasi ima cifre 1, 2 i 3 (mogući su različiti zapisi - brojevi)
c) sedmocifreni broj za koji je zbir cifara u svakoj klasi 8 (zapiši različite brojeve)
č) šestocifreni broj za koji je proizvod cifara u svakoj klasi 0 (zapiši različite brojeve)

4. Napravi listu mjernih brojeva koji se odnose na „mnoge velike stvari” oko nas. Na primjer – rastojanje od Sunca do planete Sunčevog sistema izraženo u kilometrima (rastojanje od Sunca do Neptuna je 4 495 100 000km.)

Koji broj je bolje zaokružen?

NAUČIT ĆEŠ:

Da zaokružuješ prirodne brojeve do najbliže desetice, stotice ili hiljade.



365

536



Šta je zaokruživanje brojeva?

ZA PODSJEĆANJE

Kako se zaokružuje broj 352 na desetice?

primjer:

U 2020. godini broj stanovnika na planeti Zemlji bio je 7 794 798 739.

Kako bi zaokružio ovaj broj?

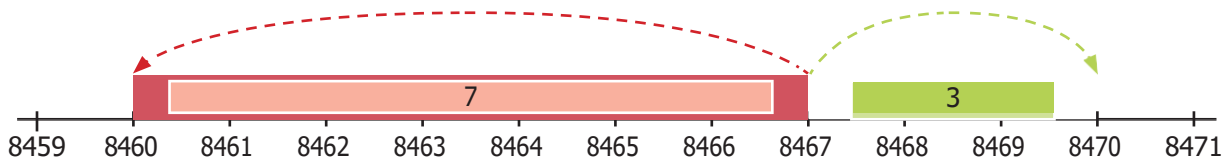
Objašnjenje

Zaokruživanje broja je promjena broja u njegov blizak broj. U svakodnevici često se koristi postupak „zaokruživanje brojeva“ da bi se olakšao proračun. Jedan broj može da bude zaokružen na različite načine – na desetice, stotice, hiljade itd.

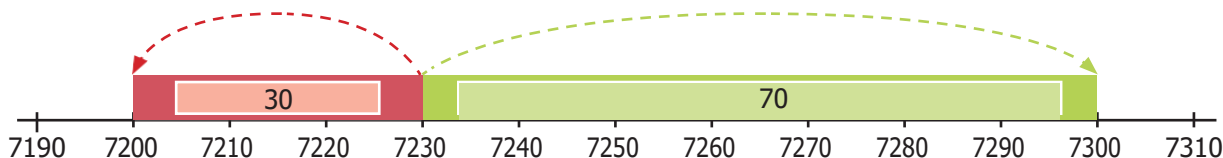


Pri razmišljanju vodi računa o poziciji i vrijednosti cifre za koju treba da izvršiš zaokruživanje. Možeš da koristiš i brojevnu pravu pri razmišljanju.

a) Kada broj 8 467 zaokružavaš na desetice, razmišljaj: on ima 6 desetica i nalazi se između 8460 i 8470, ali je bliže 8470.



b) Kada broj 7 230 zaokružuješ stoticama, razmišljaj: on ima 2 stotice i nalazi se između 7 200 i 7 300, ali je bliže 7 200.



- c) Kada broj 7 523 zaokružuješ na hiljade, razmišljaj: on ima 7 hiljade i nalazi se između 7 000 i 8 000, ali je bliže do 8 000.
- č) Kada broj 847 523 zaokružuješ na deset hiljade, razmišljaj: on ima 4 desetice hiljade i nalazi se između 840 000 i 850 000, ali bliže do 850 000.

Objašnjenje

Jedan broj može da bude zaokružen na različite načine – na desetice, stotice, hiljade itd.

1. Popuni tabelu

Broj	Zaokružen najbližoj desetici	Zaokružen najbližoj stotici	Zaokružen najbližoj hiljadi	Zaokružen najbližoj desetici hiljadi
10 268				
26 735				
827 365				
264 989				

Objašnjenje

Pri zaokruživanju možeš da odrediš za koliko se razlikuje zaokruženi od datog broja.

Kada zaokružuješ na stotice (na primjer) određuješ najbliže stotice do broja – na lijevo i na desno na brojevnoj pravi. Određuješ za koliko se razlikuju od datog broja. Broj zaokružuješ na onaj koj se razlikuje manje.

Razlika pokazuje za koliko je promijenjen broj pri zaokruživanju – to se naziva „grešku pri zaokruživanju”.

	Manja	Razlika do manje	Broj	Razlika do veće	Veća
Na desetice	3 580	7	3 587	3	3 590
Na stotice	3 500	27	3 527	73	3 600
Na hiljade	3 000	527	3 527	473	4 000

231

132

221

2. Broj 856 996 zaokruži koristeći tabelu.



Pazi: Kada je broj sa 9 desetica i 9 stotica „čudno se zaokružuje“.

	Manja	Razlika do manje	Broj	Razlika do veće	Veća
Na desetice			856 996		
Na stotice			856 208		
Na hiljade			856 208		
Na desetice hiljade			856 208		
Na stotice hiljade			856 208		

3. Odredi broj:

- koji se nalazi između 8 600 i 8 700, ima cifru jedinica 7, a zaokružen je na najbližoj desetici 8 640.
- koji je veći od 560 000, ima cifru stotice 3, cifru desetice dva puta veću od cifre stotica. Cifra jedinica je za 5 manja od cifre desetica, a zaokružen je na najbližoj hiljadi 563 000.

Provjeri da li si razumio.

- Na koliko načina možeš da zaokružiš broj 3286?
- Koliko je 78 623 zaokružen na hiljade?
- Zapiši tri broja koji se zaokružuju na 120 000.

Vježbaj

1. Zaokruži brojeve:

84 993

(na desetice)

(na stotice)

(na hiljade)

(na deset hiljada)

327 439

(na desetice)

na stotice)

(na hiljade)

(na deset hiljada)

2. Zaokruži date brojeve prema zahtjevu:

- a) 2 875 i 38 566 na desetice
- b) 63 861 i 729 543 na stotice
- c) 29 328 i 231 630 na hiljade
- č) 75 638 i 264 345 na desetice hiljade
- ć) 238 625 i 5 869 233 na stotice hiljade

3. Koliko brojeva koji se nalaze između 350 i 380 mogu da se zaokruže na 360? Koji su ti brojevi? Predstavi ih na brojevnoj pravi.

4. Koliko će iznositi broj 386 zaokružen na najbližoj hiljadi?

5. Tri najnaseljenija grada u 2022. godini su Tokio u Japanu sa 37 274 000 stanovnika, Delhi u Indiji sa 32 065 760 stanovnika i Sangaj u Kini sa 28 516 904. Koliko miliona stanovnika je ukupno živjelo 2022. godine u ova tri grada? (zaokruži brojeve na milione)

ZELENA MATEMATIKA

U tabeli su dati podaci o broju zasađenih stabala na 5 kontinenata u 2022. godini i prije 10 godina. Zaokruži date podatke na milione i odgovori na sljedeća pitanja:

Koliko miliona stabala je ukupno zasađeno u 2022. godini na ovih 5 kontinenata? Koliko miliona stabala je zasađeno prije 5 godina? Kako se promijenio broj zasađenih stabala u 2022. poređeno sa brojem prije 10 godina?

Kontinent	Broj zasađenih stabala u 2022.?	Broj zasađenih stabala pre 10 godina
Sjeverna Amerika	10,965,751	12,346,764
Južna Amerika	4,330,130	6,783,083
Afrika	2,610,000	3,362,798
Azija	5,077,224	6,563,903
Evropa	605,127	760,845

AKTIVNOST

Kada primjenjujemo proračunavanje i zaokruživanje, kada imamo manju „grešku” – da li je bolje da prvo zaokružimo brojeve, a zatim da proračunavamo ili da prvo izračunamo, a zatim samo da rješenje zaokružimo?

Zadatak:

Cijena jednog tableta je 18505 denara, a cijena jednog laptopa je 21505 denara. Koliko hiljada denara je potrebno da se kupi tablet i laptop?

Prvo da zaokružimo cijene, zatim da nađemo zbir ili prvo da nađemo zbir, a zatim da zaokružimo? Zašto?



Šta ako je cijena tableta 18495 denara, a cijena laptopa je 21495 denara?

Šta pravi razliku?



REĐANJE I UPOREĐIVANJE BROJEVA

NAUČIT ĆEŠ:

Da poređaš i uporediš prirodne brojeve koristeći znakove $>$, $<$ i $=$.



ZA PODSJEĆANJE

Šta je poređenje brojeva?

Šta je ređanje brojeva?

primjer:

Koji proizvod ima najvišu, a koji najnižu cijenu. Cijene poređaj po veličini.

 NEO ACS-HR18LED R410 29.799 20.999	 HYUNDAI AC120 ECO INVERTER 29.299 20.599	 MIDEA MS12FU-12HRDN1-QRDOGW 29.399 25.999	 VIVAX ACP-12CH35AERI 31.999 27.999
---	---	---	---

Objašnjenje

Cifre iz viših klasa imaju veću vrijednost. Pri poređenju brojeva prvo poredimo najviše klase. Ako su one jednake, onda poredimo niže klase iz brojeva.

$256\ 987 > 132\ 999$, budući da je 256 hiljada više od 132 hiljade (poredimo samo klasu hiljada).

$148\ 987 < 148\ 999$, u klasi hiljade i oba broja imaju 148, pa zato poredimo klasu jedinice.

$32\ 308\ 547 < 232\ 625\ 432$ budući da je 32 miliona manje od 232 miliona (poredimo samo klasu miliona).

1. Uporedi brojeve koristeći znakove $>$, $<$ i $=$

a) 305 984 i 99 476

b) 3 259 598 i 2 998 998

c) 309 268 i 1 299 478

Primjer

Poređaj po veličini brojeve 28 369, 387 000, 3 478 i 28 520 (počevši od najmanjeg).

Prvo poredim više klase, ukoliko imaju iste vrjednosti, u najvišoj klasi poredimo sljedeće: **3 478** < **28 369** < **28 520** < **387 000**.

2. Poređaj po veličini date brojeve počevši od najmanjeg:

a) 2 891, 36 280, 598, 67 777 i 6 777

b) 300 003, 33 033, 300 033, 3 333, 33 000

3. Od cifara 4, 5, 6 sastavi najmanji i najveći šestocifreni broj (dozvoljeno je da se ponavlja neka od cifara najviše tri puta).

Provjeri da li si razumjeo

- Objasni na koji način porediš/ređaš brojeve?
- Koristeći znakove, $<$ i $=$ uporedi brojeve:
a) 255889 i 39322 **b)** 500302 i 500203 **c)** 399999 i 99993

Vježbaj

- Uporedi brojeve koristeći znakove $>$, $<$ i $=$
a) 58 369 i 99 002 **b)** 3 568 236 i 14 200 003 **c)** 33 505 i 5 335
- Poređaj po veličini date brojeve počinjući od najmanjeg:
a) 69 289, 59 289, 322 125 i 69 289
b) 4 004, 44 000, 4 444, 40 404 i 4 044
- Brojeve 35278, 416278, 23789, 44968, 3489, 37894, 26835 rasporedi u datom Karolovom dijagramu.

	Broj je između 5000 i 45000	Broj nije između 35000 i 45000
Broj ima parnu cifru na poziciji stotice		
Broj nema parnu cifru na poziciji stotice		

- Na mjestu polja $\square 825 < \square \square 26$
rasporedi cifre 5, 6, 8 da dobijes tačan iskaz. Koliko različitih raspoređivanja možeš da uradiš?
- Koje tri uzastopne cifre u broju 275 276 236 ćeš izbrisati da bi dobio najveći mogući šestocifreni broj.



NAUČIT ĆEŠ:

Da otkrivaš pravilo da bi dopunio ili produžio niz prirodnih brojeva.



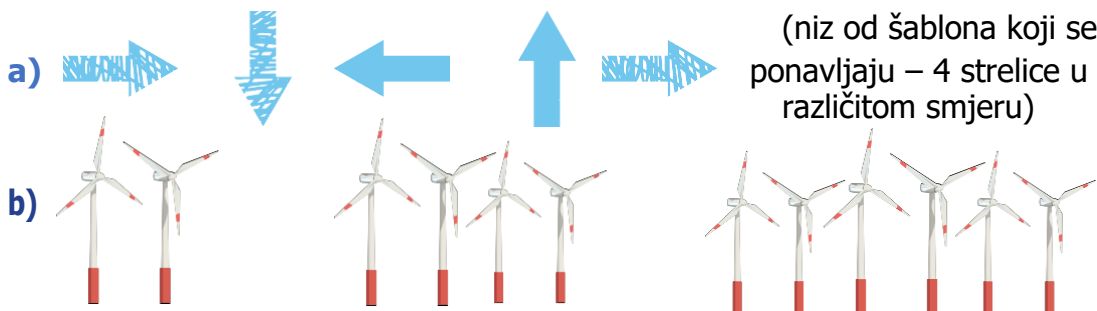
ZA PODSJEĆANJE

Počni od 18 i uvećaj za 5.

Počni od 258 i umanji za 3.

primjer:

Pokušaj da otkriješ i zapišeš pravilo prema kome možeš da predvidiš sljedeće članove nizova. Zapiši još tri člana za svaki od njih.

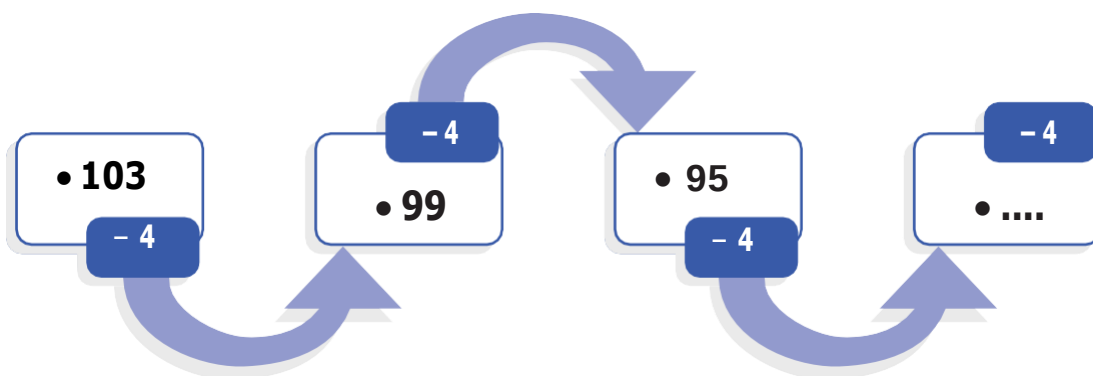


č) 3, 5, 5, 4, 3, 5, 5, 4, 3, ... (niz brojeva u kome se ponavlja grupa istih članova – cifre 3, 5, 5, 4)

- ć) 3, 8, 13, 18, ... (niz brojeva koji se povećavaju za 5)
 d) 2, 6, 18, 54, ... (niz brojeva koji se povećavaju 3 puta)
 dž) 103, 99, 95, 91, ... (niz brojeva koji se smanjuju za 4)
 đ) 3, 9, 27, ... (niz brojeva koji se povećavaju 3 puta)



Brojni nizovi koji se povećavaju ili smanjuju mogu da se predstavljaju dijagramom ili na brojevnoj pravi



INFORMACIJA



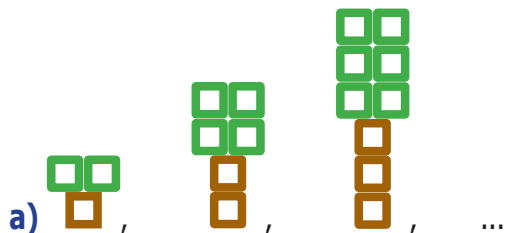
Postoje razne vrste nizova – nizovi od šablona i nizovi od brojeva. Nizovi od šablona mogu da se predstavljaju i kao nizovi brojeva.

Najjednostavniji su nizovi u kojima se ponavljaju određene grupe članova i nizovi kod kojih se susjedni članovi razlikuju za isti broj.

ZAPAMTI

Za svaki niz odrediti pravilo kojim se dobijaju članovi, da bi se mogla niz održati.

1. Zapiši pravila kojima se dobijaju članovi sljedećih nizova i zapiši još tri njihova člana.



- b) 27, 34, 41, ...
- c) 1025, 926, 827, ...
- č) 7, 14, 21, ...

2. Članovi sljedećih nizova dobijaju se povećanjem ili smanjenjem. Zapiši pravila kojima se dobijaju, a zatim i članove koji nedostaju:

- a) 4, ..., ..., 83, 95, ..., ...
- b) ..., ..., ..., 203, 185,
- c) 8, ..., ..., ..., 53, ..., ...

Objašnjenje

Postoje i druge vrste nizova, na primjer nizovi sa dvojnim pravilima. To su nizovi od kojih mogu da se dobiju dva druga niza – podnizovi.

Zadatak:

Pažljivo razgledaj sljedeće nizove i pokušaj da ih nastaviš sljedećim članovima.

- a) 7, 10, 7, 15, 7, 20, ...
- b) 2, 9, 4, 11, 6, 13, 8, 15,

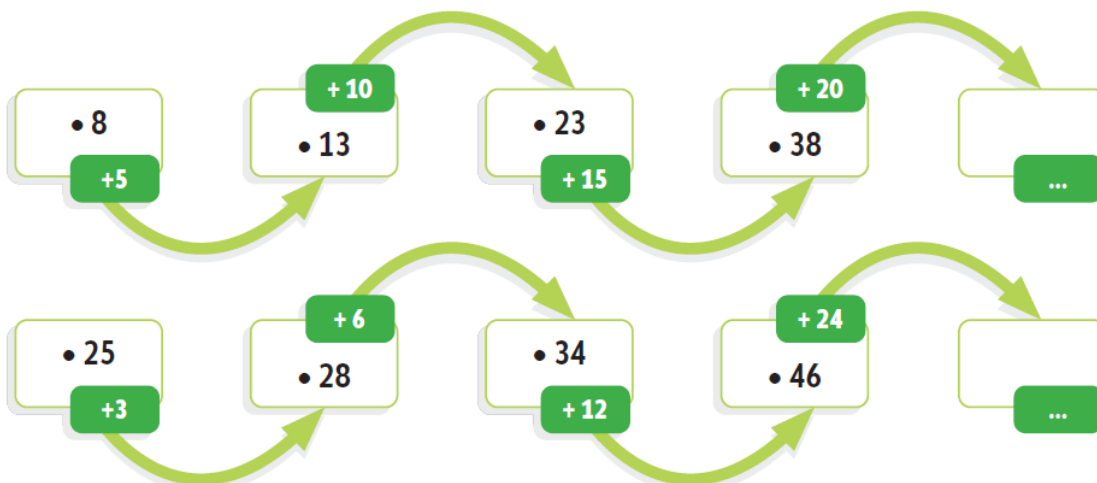
INFORMACIJA



Evo još nekoliko drugačijih nizova prirodnih brojeva.

- a) 8, 13, 23, 38,
- b) 25, 28, 34, 46,

(Koja je razlika između susjednih članova? Kod ovih nizova razlike formiraju novu niz.)



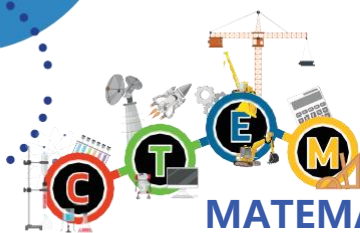
Provjeri da li
si razumjeo

1. Kakvi mogu da budu nizovi? Šta je potrebno da otkriješ da bi mogao da nastaviš neki niz?
2. Zapiši pravilo za nizove i sljedećih pet članova.
 - a) 56, 45, 34, ...
 - b) 1205, 1306, 1407, ...
 - c) 3005, 1, 2905, 2, 2805, 3, ...

Vježbaj

1. Zapiši pravilo za nizove i sljedećih pet članova.
 - a) 33, 45, 57, ...
 - b) 125, 114, 105, ...
 - c) 2125, 2119, 2113, ...
 - č) 302, 11, 3012, 12, 322, 13, ...
 - ć) 45, 62, 55, 67, 65, 72, ...
 - d) 55, 57, 61, 67, ...
 - dž) 118, 98, 80, 74, ...
2. Zapiši pravilo za nizove i nepoznate članove.
 - a) ..., ..., ..., 1098, 2018, ..., ...
 - b) ..., ..., ..., ..., ..., 17, 1
 - c) ..., ..., ..., 49, ..., 57, ..., ...
 - č) ..., ..., ..., 655, ..., ..., ..., 743
3. U svakom od datih nizova jedan član mu ne pripada. Precrtaj pogrešnog člana i zapiši pravilo za članove niza.
 - a) 68, 72, 76, 78, 80, 84, 88
 - b) 109, 107, 104, 101, 98, 95
 - c) 19, 24, 29, 34, 49, 69, 94
 - č) 25, 19, 35, 17, 16, 45, 15, 55, 13, 65, 11
4. Da li niz 24, 28, 32, 36, može kao član da ima broj 743? Zapiši pravilo za niz i obrazloži svoj odgovor.
5. Smanjuješ po 9 počevši od 100. Da li će broj 0 biti član niza?
6. Povećavaš po 7 počinjući od 0. Da li će 10000 biti član niza?



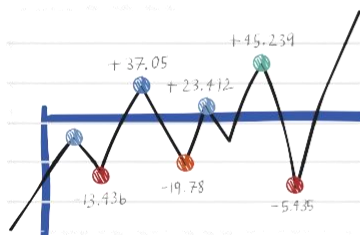


MATEMATIKA

Automobil je povećavao svoju brzinu za 9 km/h svake naredne sekunde. Ako vozi brzinom od 30 km/h, za koliko sekundi će njegova brzina biti 138 km/h?

Pri kočenju, svake sekunde smanjuje brzinu za 12 km/h. Ako automobil vozi brzinom od 190 km/h koliko sekundi mu je potrebno da smanji brzinu do 82 km/h?

(Mijenjanje brzine automobila zapiši kao brojni niz.)



EKONOMSKA MATEMATIKA

Mert je u januaru imao ušteđevinu od 15000 denara. Svakog mjeseca, tokom cijele godine dodaje ušteđenom novcu po 1200 denara. Ali, u junu je rezervisao letovanje koje je isplaćivao od ušteđenog novca u 5 rata po 2000 denara.

Zapiši kako se povećava Mertova ušteda svakog meseca, od januara do juna.

Kolika je Mertova ušteđevina u avgustu i oktobru?
Koliko denara je njegova ušteđevina na kraju godine?

(Mijenjanje Mertove ušteđevine zapiši kao brojni niz.)



RIMSKE CIFRE I BROJEVI

1

NAUČIT ĆEŠ:

Da prepoznaš rimske cifre I, V, X, L, C, D, M i da iskazuješ njihovu vrijednost.

Cifre kojima smo do sada zapisivali brojeve nazivamo arapskim ciframa.

Rimske cifre imaju 7 osnovnih oblika:

I grupa: I = 1, X = 10, C = 100, M = 1000.

II grupa: V = 5, L = 50, D = 500.



Za pisanje brojeva rimskim ciframa i čitanje brojeva napisanih rimskim ciframa imamo ova osnovna pravila:

a) Ako se ponavljaju iste cifre ili ako se cifra sa manjom vrijednosti nalazi desno od cifre sa većom vrijednosti, onda se vrijednosti sabiraju.

III = 3, CC = 200, VIII = 8, CLVII = 157,

XX = 20, CCC = 300, VII = 7, LX = 60, MC = 1100,

XXX = 30, MM = 2000, XI = 11, CXX = 120, MCCLII = 1252.

b) Ako cifra manje vrijednosti stoji lijevo ispred cifre sa većom vrijednošću, onda se vrijednost cifre oduzima od veće.

IV = 4, XC = 90,

IX = 9, CD = 400,

XL = 40, CM = 900.



♦ Postoje i druga pomoćna pravila:

c) Ako se cifra (broj) nalazi između dvije cifre većih vrijednosti, onda ona ide sa brojem koji se nalazi sa njene strane.

XIX = 19, CXL = 140.

č) Ne treba da se pišu više od tri jednake cifre jedna do druge.

Ne piše se XXXIIII, već XXXIV = 34

ć) Sa lijeve strane bilo koje cifre treba da se piše samo jedna cifra manje vrijednosti, a ta cifra manje vrijednosti nikako ne smije da bude V, L i D.

Pravilno je CM = 900, ali nije pravilno VC = 95, isto tako 8 se ne piše IIX, već VIII.

d) Cifra I se ne piše levo od cifre L, C, D i M niti se cifra X piše lijevo od D i M.

XLIX = 49, a ne piše se IL, CDXC = 490, a ne XD, CML = 950, a ne LM.



Rimske cifre nisu zgodne za pisanje brojeva. Jos veći nedostatak je što pomoću njih ne možemo pismeno da računamo.

Rimska cifra ima istu vrijednost bez razlike da li se nalazi na početku, u sredini ili na kraju broja.

Dekadni sistem je izgrađen od 10 cifara: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9.

Zato je dekadni sistem za pisanje, čitanje, računanje brojevima mnogo lakši, jednostavniji i usavršeniji u odnosu na rimski sistem brojeva.



Vježbaj

1. Popuni tabelu:

Rimska cifra	I		C			L	D
Vrijednost		10		5	1000		

- Pročitaj i napiši arapskim ciframa: XXXIII, XLIV, LV, LXXXIX, CCII, DCC, MDXXI, MDCCCLXVIII.
- Pročitaj i napiši arapskim ciframa: IX, XIX, LIX, LXV, CIX, CXI, MCCXC, MDX, MXL, DIX, MDIX.
- Napiši rimskim ciframa sljedeće brojeve: 108, 127, 207, 210, 333, 645, 755, 889.
- Napiši rimskim ciframa sljedeće brojeve: 1231, 1914, 444, 1111, 1648, 244, 2890, 1550.

NAUČIT ĆEŠ:

- Da objasniš čitanje i pisanje rimskih brojeva.
- Da koristiš rimske brojeve za zapisivanje brojnih pridjeva (ličnih imena, mjeseci, događaja od historijskog značenja...).

primjer

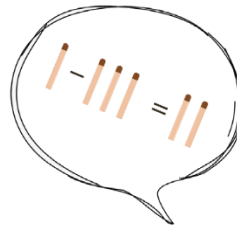
U sljedećim jednakostima, premjestite samo po jedno drvce, da biste dobili jednake strane.

a) I – III = II

b) VIII – II = XI

c) $\frac{I}{VII} = \frac{I}{III}$

č) IX · III = XVII



Gdje se danas upotrebljavaju rimske cifre?

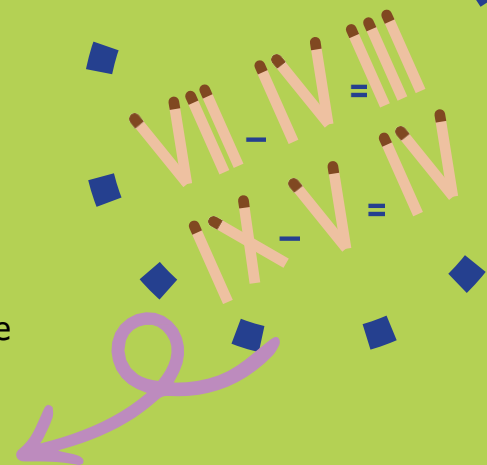
Danas rimske cifre upotrebljavamo najčešće:

- pri zapisivanju jubilarnih datuma,
- pri imenovanju raznih kongresa, konferencija, skupština i sastanaka,
- pri zapisivanju mjeseca u datumu,
- pri imenovanju odjeljenja i razreda u školi,
- pri numerisanju nekih stranica, glava i dijelova knjiga, itd.



Vježbaj

1. Napiši godinu u kojoj se nalazimo rimskim ciframa.
2. Napiši rimskim ciframa godinu tvog rođenja.
3. Napiši rimskim ciframa godine u ovoj rečenici: Lenjin je rođen 1870. godine, a umro 1924. godine.
4. Na nekom spomeniku je napisano: 7-VIII-MDCCCXLIX. Koji mjesec i godina su napisani?
5. Napiši rimskim ciframa sljedeće datume:
 - a) 2. avgust 1903. god.,
 - b) 11. oktobar 1941. god.,
 - c) 26. jul 1963. god.,
 - č) 11. novembar 1944. god.
6. Na slici premjesti jedno drvce šibice, tako da jednakost ostane tačna.
 - a) $VII - IV = III$
 - b) $IX - V = IV$

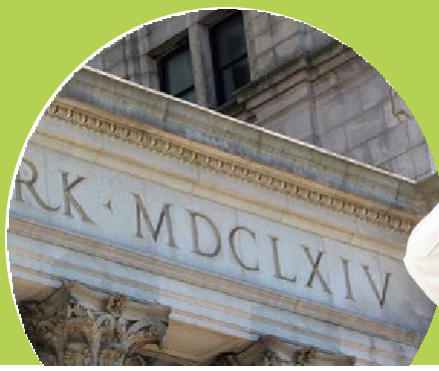


Izazov:

Koji je najmanji broj premještanja šibice da bi se formirala jednakost. (Znaci za operacije nisu drvca).

$$XI + I = X$$

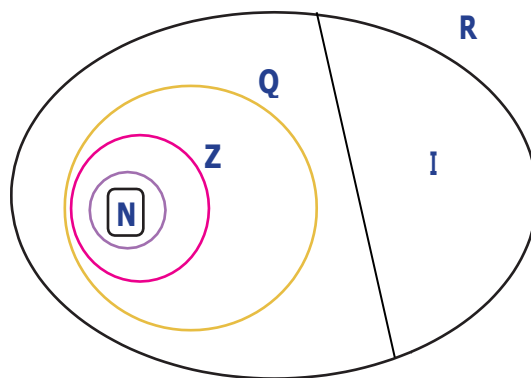
Iz historijske enciklopedije nađi pojmove koji su označeni rimskim ciframa.



NAUČIT ĆEŠ:

- Da zapisuješ skup cijelih brojeva (**Z**).
- Da objašnjavaš uzajamni odnos između skupova **N**, **N₀**, **Z⁺**, **Z⁻** i **Z**.

Danas ne možemo da zamislamo svakodnevni život bez upotrebe prirodnih brojeva. Prirodnim brojevima iskazujemo koliko učenika ima u odjeljenju, koliko knjiga ima u biblioteci, koliko automobila je registrovano u gradu itd.



Skup prirodnih brojeva označavamo sa **N** i zapisujemo: $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, gdje sa tri tačke označavamo da njihov niz nema kraj.

Broj nula nam je već poznat i znamo da računamo s njim iako ne pripada skupu prirodnih brojeva **N**. Skup koji je sastavljen od svih prirodnih brojeva i nule označava se sa **N₀**, nazivamo ga prošireni skup prirodnih brojeva i zapisujemo:

$$\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0\} \cup \mathbf{N}$$

Znamo da skup prirodnih brojeva nam nije dovoljan da opišemo sve „probleme” sa kojima se srećemo u svakodnevnom životu. Rezultati mjerenja ne mogu da se uvijek izraze prirodnim brojevima.

Kada slušamo Vrijemensku prognozu za Skoplje, slušamo da je temperatura iznosila „minus tri” stepeni, a u Prilepu „minus 5” stepeni.

Pri iskazivanju temperature spomenuti broj „minus tri”, koji se zapisuje kao -3 ili „minus 5” koji se zapisuje kao -5, ne nalazi se ni u skupu prirodnih brojeva **N** niti u

proširenom skupu prirodnih brojeva $\mathbf{N}_0$.

Zato proširujemo skup $\mathbf{N}_0$ i dobijamo novi skup

$$\mathbf{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Skup $\mathbf{Z}$ nazivamo skup cijelih brojeva, a njegove elemente nazivamo cijeli brojevi. Brojeve $-1, -2, -3, \dots$ nazivamo negativnim brojevima.

Skup $\mathbf{Z}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$ nazivamo skup svih negativnih cijelih brojeva, a skup prirodnih brojeva $\mathbf{N} = \mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ nazivamo skup svih pozitivnih cijelih brojeva.

Možemo da zapišemo:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbf{Z}^+, \quad \mathbf{Z}^+ \cap \mathbf{Z}^- = \emptyset.$$

Znači skup $\mathbf{Z}$ se sastoji od svih pozitivnih, svih negativnih cijelih brojeva i nule. Skupovi $\mathbf{Z}^-$, $\mathbf{Z}^+$ i $\{0\}$ nemaju zajedničke elemente. Skup $\mathbf{N}$ je podskup $\mathbf{Z}$,

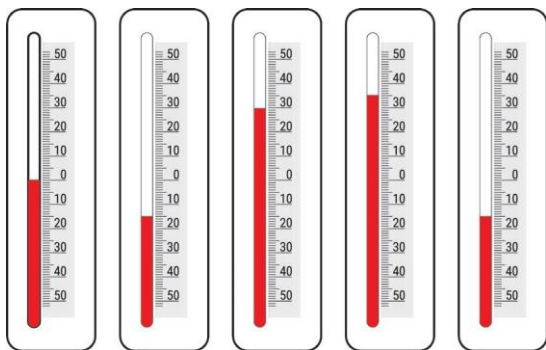
$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}.$$

Napomena: Broj nula niti je pozitivan, niti je negativan cijeli broj.

Vježbaj

1. Da li znaš gdje se u svakodnevnom životu koriste negativni brojevi?

2. Pročitaj temperaturu na sljedećim termometrima:



3. Na brojevnoj pravi označeni su brojevi -9 i 5 . Napiši cijele brojeve, koji se nalaze između ovih brojeva.

4. Koji od brojeva: $-3, -8, 0, 9, 10, 23, -16$ su pozitivni, a koji su negativni?

5. Negativni brojevi su:

_____.

6. Pozitivni brojevi su:

_____.

7. Da li je tačno da: a) $-6 \in \mathbf{Z}$, b) $587 \in \mathbf{Z}$, c) $-32\,459 \in \mathbf{Z}$.

8. Da li je tačno da: a) $42,3 \in \mathbf{Z}$, b) $0,65 \notin \mathbf{Z}$, c) $\text{prover} \frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$.

9. Da li je tačno da: a) $\{-1, 0, 1\} \subset \mathbf{Z}$, b) $\mathbf{Z}^- \subset \mathbf{Z}$, c) $\mathbf{N}_0 \subset \mathbf{Z}$.

BROJANJE KORAKOM NEGATIVNI BROJ

NAUČIT ĆEŠ:

Da brojiš unaprijed i unazad negativnim celim brojevima u koracima po 2, po 3, po 4, po 5, ..., 10.

Primjer

1. Počni od broja 2. Broji sa 3 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: 2, 5, 8, 11, 14, 17, ...
2. Počni od broja 2. Broji sa 2 koraka unazad, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: _____ 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10, ...
1. Počni od broja 224. Broji sa 2 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: _____
2. Počni od broja 123. Broji sa 2 koraka unazad, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: _____
3. Počni od broja 115. Broji sa 5 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: _____
4. Počni od broja 555. Broji sa 5 koraka unazad, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: _____
5. Počni od broja 600. Broji sa 10 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: _____
6. Počni od broja 150. Broji sa 10 koraka unazad, po koliko treba da brojiš? Napiši brojeve: _____
7. Počni od broja 55. Broji sa 5 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš?
 - a) 10, 20, 30, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ ;
 - b) 1, 4, 7, 10, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ ;
 - c) 100, 80, 60, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ .

Provjeri da li
razumjeo

Dopuni niz

- a) _ , _ , 295; _ , 305 ; 310; _ , _ , _ , _ ;
c) 14; 6; -2; _ , _ , _ , _ , _ , _ .

- b) 3000; _ , 2980; 2970; _ , _ , _ , _ ;
č) -60; -40; _ ; 0; _ , _ , _ , _ , _ .

NAUČIT ĆEŠ:

Da predstavljaš cijele brojeve na brojevnoj pravi.

Da prepoznaješ i određuješ suprotan broj datom cijelom broju.

Primjer

Na brojevnoj pravi nanesi tačku A(4), B(-4), C(6), D(-6), A(-4),

čitamo: Tačka A sa koordinatom -4.



Za brojeve 4 i -4, 6 i -6 kažemo da su uzajamno suprotni brojevi.

1. Na brojevnoj pravi nanesi tačke M (2), N (-1), P (8), C (-5), O (0).

2. Odredi suprotne brojeve brojeva:

a) 25

b) -19

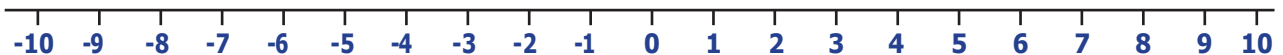
c) 9

č) -100

3. Na brojevnoj pravi označene su tačke -2, -7, 0, 6, 5, -6, 7, 9, Napiši koordinate na tačkama i odredi koji brojevi su suprotni brojevi.

Vježbaj

1. Predstavi na brojevnoj pravi brojeve -8, -4, -2, 0, 1, 3, 5, 9 i njihove suprotne brojeve.



2. Predstavi na brojevnoj pravi brojeve -8, -4, -2, 0, 1, 3, 5, 9 i njihove suprotne brojeve.

Cijeli broj	- 1	12		55	9876	
Suprotan broj	1		- 34			-10007



3. Dat je skup $A = \{-10, 6, 0, 12, 34, -17\}$. Zapiši tabelarno skup B čiji elementi su suprotni brojevi elementima skupa A.

4. Odredi suprotne brojeve brojeva:

a) 99

b) -101

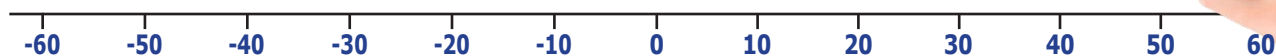
c) 67

č) -1000

5. Predstavi tačke na brojevnu pravu: M (1), N (-1), P (12), C (-4), O (3).

6. Zapiši suprotne brojeve brojeva: 45, -78, 120, 987, 1076, - 46, -3490.

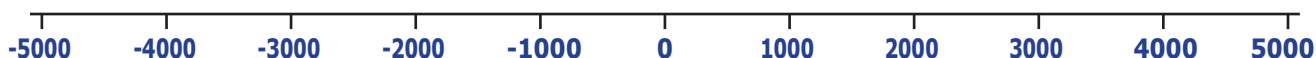
7. Predstavi na brojevnu pravu brojeve, -20, 0, 30, 10, -10, 20, -30, 50, -50 i označi ih tačkama.



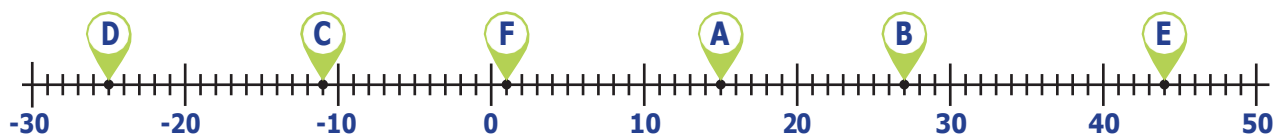
8. Predstavi na brojevnu pravu, 700, 0, -300, -200, 100, 700, 600, 300, 500 i označi tačke.



9. Predstavi na brojevnu pravi tačke: A (1000), B (-1000), D (0), X (-4000), P (3000), L (4000), S (-5000).



10. Odredi koordinate tačaka:



NAUČIT ĆEŠ:

Da poređaš i uporediš cijele brojeve.

Da nađeš mjesto četvorocifrenom broju na brojevnom nizu od 0 do - 10 000.

Primjer

1. Poređaj cijele brojeve: -9, 5, -4, 0, 2, -3, 7 po veličini, počevši od najmanjeg.

Rješenje

Od dva broja manji je onaj koji je lijevo na brojevnoj pravi.

Prema tome brojeve ređamo na sledeći način: -9, -4, -3, 0, 2, 5, 7.

2. Uporedi cijele brojeve koristeći znakove: <, =, >.

a) -5 8

b) 0 -13

c) -24 25

č) 23 -23

ć) -9 10

Rješenje

a) -5 < 8

b) 0 > -13

c) -24 > -25

č) 23 > -23

ć) -9 < 10

1. Uporedi brojeve, koristeći znakove: <, =, >.

a) -4 4

b) 0 -43

c) -74 125

č) 7000 -2306

ć) -9000 10000

2. Uporedi brojeve: 45, 1002, 32, -98, 24, -456, 478, -34 po veličini (počevši od najmanjeg).

3. Vrijemenska prognoza za određene gradove je data sljedećim temperaturama: -2 °C, 3 °C, -4 °C, 0 °C, 1 °C, -3 °C, -1 °C, 5 °C. Poređaj temperature po veličini.

4. Temperatura je tokom dana bila 6 °C, tokom noći se smanjila za 8 °C. Koliko iznosi temperatura tokom noći?



Vježbaj

1. Produži niz:

a) _____, -200, _____, 0, 100, _____, _____, _____;

b) -1500, _____, -500, _____, 500, _____, _____, _____, _____;

c) -6750, -6754, _____, -6762, _____, _____, _____, _____, _____.

Grupna aktivnost



Iz današnje vremenske prognoze za Makedoniju zapiši temperature po gradovima i potom poređaj ih po veličini. U kom gradu je bila najniža temperatura, a u kom gradu najviša?

Vremenska prognoza

SKOPLJE
+11°

BITOLJ
+8°

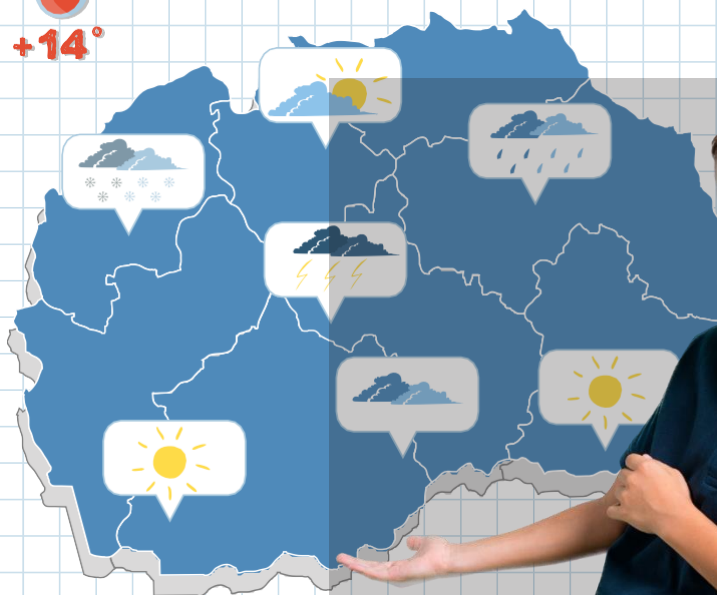
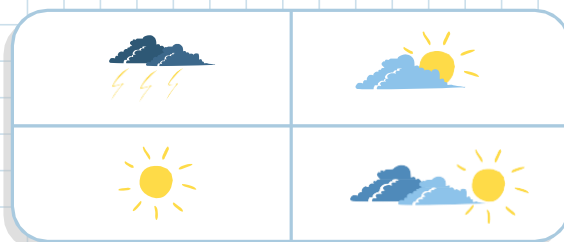
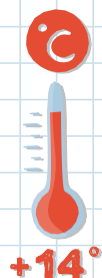
BEROVO
+6°

OHRID
+15°

STRUMICA
+18°

TETOVO
+16°

GEVGELIJA
+23°



NAUČIT ĆEŠ:

Da produžiš i da dopuniš niz cijelih brojeva.



Primjer

Produži i dopuni niz:

- a) 4, 8, 16, _ _ _ _ _ ;
b) -50, -20, _ _ _ _ _ .

Rješenje

- a) 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048.
b) -50, -20, 10, 40, 70, 100, 130, 160, 190.



1. Produži niz:

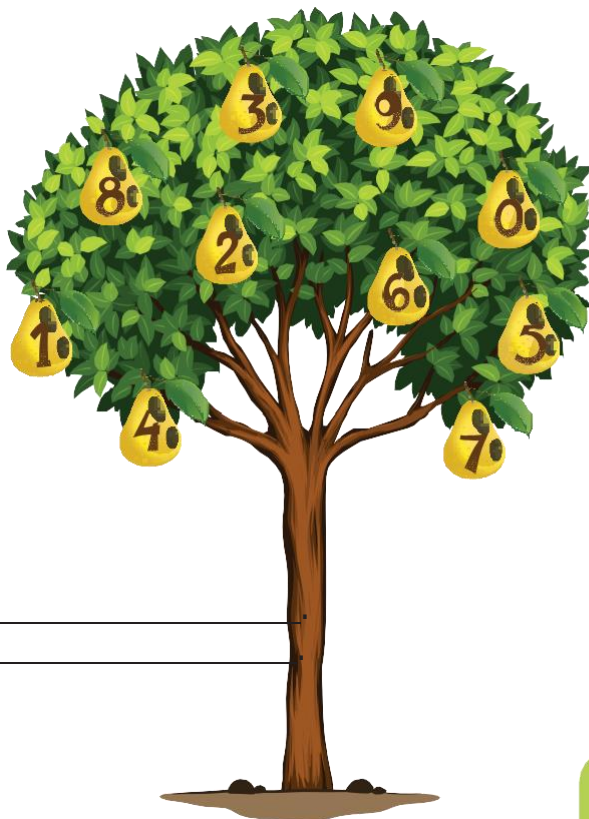
- a) 2, 4, 6, _ _ _ _ _ ;
b) 5, 10, 15, _ _ _ _ _ .

2. Dopuni niz:

- a) _ _ , 18, _ , 30, 36, _ _ _ _ ;
b) 30, _ , 26, _ , 22, _ _ _ _ ;
c) 5, 3, 1, _ _ , -5, _ _ _ _ .

3. Ako jedan niz počinje brojem nula:

- a) produži niz sa po 5 koraka nadesno: _____
b) produži niz sa po 5 koraka nalijevo: _____



4. Produži niz:

- a) 10, 30, 60, __, __, __, __, __, __, __, __;
 b) 10000, 1000, __, __, __, __, __, 0, 01.

5. Produži ili dopuni niz:

- a) -9, -5, --, -1, --, --, --, --, --, --.
 b) 16, 22, --, --, 40, --, --, --, --.
 c) -5000, -4000, --, --, --, 0, --, --, --, --.
 č) --, --, 300, --, --, 600, --, --, --, --.
 ć) 1000, 100, --, 0; 0, 1; --, 0, 001.
 d) 0, 07; --; 7; 70, --, --, --, --.

30

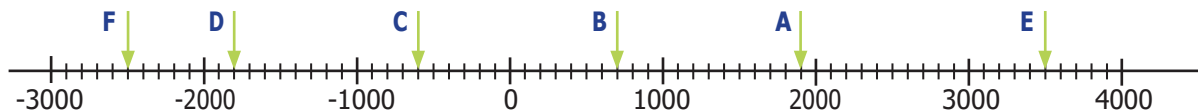
33

36

39

42

6. Koju vrijednost označava slova predstavljena na brojevnoj pravi?



Koji broj je
označen sa
A?

1950

-10

NAUČIT ĆEŠ:

Da brojiš unaprijed i unazad u razlomcima i decimalama, na primjer, za 14, za 0,2, do cijelog broja (i ispod nule).

Primjer

Počni od broja 30,5. Broj sa 10 koraka unazad, po koliko treba da brojiš?

Napiši brojeve: 30,5; 20,5; 10,5; 0,5; -10,5; -20,5; -30,5, -40,5...

1. Počni od broja 4. Broj sa 14 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš?

Napiši brojeve: _____

2. Počni od broja 1. Broj sa 0,2 koraka unazad, po koliko treba da brojiš?

Napiši brojeve: _____

3. Počni od broja 5. Broj sa 0,2 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš?

Napiši brojeve: _____

4. Počni od broja 2. Broj sa 5 koraka unazad, po koliko treba da brojiš?

Napiši brojeve: _____

5. Počni od broja 10. Broj sa 0,5 koraka unaprijed, po koliko treba da brojiš?

Napiši brojeve: _____

6. Počni od broja 10. Broj sa 0,5 koraka unazad, po koliko treba da brojiš?

Napiši brojeve: _____



Vježbaj

1. Produži niz:

a) $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10},$ _____,

b) 1,3; 4,3; 7,3; ____; ____; ____; ____; ____; ____; ____; ____;

2. Dopuni niz:

a) ____; ____; 10,5; ____; 14,5; 16,5; ____; ____; ____; ____;

b) 3,1;____; 17,1; 24,1;____;____;____;____;

c) 25,2; ____; ____; 10,2; ____; ____; ____; ____; ____; ____; ____;

č) $\frac{13}{100}, \underline{\hspace{1cm}}, \frac{37}{100}, \frac{49}{100}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}},$

$$\frac{16}{20}$$

14
20

12
20

$$\frac{10}{20}$$

$$\frac{8}{20}$$

$$\frac{6}{20}$$

$$\frac{2}{20}$$

$$\frac{4}{20}$$

NAUČIT ĆEŠ:

Da imenuješ mjesnu vrijednost svake cifre u decimalnim brojevima sa jednom i dvije decimale.

Svaka cifra pored svoje **brojne vrijednosti**, ima i odgovarajuću **mjesnu vrijednost**. Svaka mjesna vrijednost je 10 puta veća od mjesne vrijednosti koja je sa desne strane cifre.

Da bismo odvojili cijela od decimalnih mjesta koristimo zapetu (,) koju nazivamo **decimalna zapeta**.

Cifre lijevo od decimalne zapete nazivamo **cijelim**, a cifre desno od decimalne zapete nazivamo **decimalnim**.

Napomena

Cijeli broj možemo zapisati kao decimani broj. Na pr. $75 = 75,0 = 75,00$.

Primjer

Odredi mjesnu vrijednost cifara datih decimalnih brojeva u tabeli.

hiljade (H)	stotice (S)	desetice (D)	jedinice (J)	,	desetinke (d)	stotinke (s)
		5	4	,	2	7
1	9	6	2	,	3	

Rješenje

Mjesna vrijednost cifara broja 54,27 je:

$$5D = 50, 4J = 4, 2 \text{ desetinke} = \frac{2}{10}, 7 \text{ stotinki} = \frac{7}{100}.$$

Mjesna vrijednost cifara broja 1962,3 je:

$$1I = 1000, 9S = 900, 6D = 60, 2J = 2, 3 \text{ desetinke} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ ili}$$

$$1962,3 = 1000 + 900 + 60 + 2 + 0,3$$

Manje veličine od mjera možemo da izrazimo pomoću razlomaka kao dijelovi većih veličina.

Evo još
nekoliko
primjera:

a) $1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm}, \quad 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$

Znači brojevi su izraženi razlomcima
čiji imenitelji su dekadne jedinice 10, 100, 1000,...

Razlomci: $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{100}, \frac{3}{100}$ kojima su

imenitelji dekadne jedinice nazivaju se

decimalni razlomci.

b) Decimalni razlomci mogu da se zapišu bez imenitelja na sljedeći način:

$\frac{1}{10}$ zapisuje se 0,1 i čita se **nula cijelih i 1 desetinka;**

$\frac{3}{10}$ zapisuje se 0,3 i čita se **nula cijelih i 3 desetinke;**

$\frac{1}{100}$ zapisuje se 0,01 i čita se **nula cijelih i jedna stotinka;**

$2\frac{7}{100}$ zapisuje se 2,7 i čita se **dva cijela i sedam stotinki;**

$1\frac{7}{100}$ zapisuje se 1,05 i čita se **jedno cijelo i 5 stotinki.**

1. Zapiši 5 decimalnih razlomaka.

2. Koliko cijelih i koliko decimala ima decimalni broj:

a) 5,6;

b) 1,47;

c) 9,03;

č) 0,08.

3. Zapiši kao decimalne brojeve sljedeće decimalne razlomke:

a) $\frac{6}{10}$

b) $\frac{2}{100}$

c) $3\frac{5}{10}$

č) $\frac{25}{100}$

4. Pročitaj sljedeće decimalne brojeve:

a) 0,2;

b) 1,28;

c) 8,09;

č) 12,54.

Vježbaj

1. Imenuj mjesnu vrijednost svake cifre u brojevima:

- a) 4375,1 _____;
- b) 48 271,34 _____;
- c) 324 756,29 _____;
- č) 549893,2 _____;

2. U svakom od brojeva: 75 432,12; 5 678,23; 6 985 607 koliko ima:

- a) J-jedinica
- b) D-desetica
- c) desetinki
- č) stotinki
- ć) H-hiljada.

3. Napiši sljedeće brojeve:

- 23 cijela i 7 desetinki _____,
- 4 cijela, 53 stotinke _____,
- 234 cijela i 8 stotinki _____.

4. Ako u decimalnom broju 123,4567 pomjerimo decimalnu zapetu: a) za jedno; b) za dva mjesta nadesno: šta će biti sa mjesnim vrijednostima? Šta će biti ako se zapeta pomjeri nalijevo?

123,4567



Vježbaj

ZAOKRUŽIVANJE DECIMALNIH BROJEVA

NAUČIT ĆEŠ:

Da zaokružuješ decimalni broj sa dvije decimale na jednu decimalu ili na cijeli broj.

Primjer

Zaokruži brojeve:



Broj	Cijeli broj	Jedna decimala	Dvije decimale
15,382	16	15,4	15,38
721,846	722	721,8	721,85

Zaokruži broj 34,25 na jednu decimalu.

Rješenje

$34,25 \approx 34,3$; Znak „ $\approx$ ” čita se „približno”.



1. Sljedeće decimalne brojeve zaokružite do najbližeg cijelog broja, sljedeći primjer.

$$4,15 \approx 4$$

$$7,53 \approx 8$$

$$3,46 \approx$$

$$9,23 \approx$$

$$1,09 \approx$$

$$6,78 \approx$$



2. Sljedeće decimalne brojeve treba da zaokružimo na jednu decimalu, sljedeći primjer.

$$5,35 = 5,4$$

$$1,23 = 1,2$$

$$3,67 =$$

$$0,25 =$$

$$7,05 =$$

$$8,37 =$$

3. Broj 12,763 zaokruži:

a) na cijeli broj;

b) na 1 decimalu

c) na 2 decimale.

4. Zaokruži decimalne brojeve:

a) 2,34; 0,239; 17,438; 1,078 na 1 decimalu.

b) 1,589; 5,374; 479,028; 1000,546 na 2 decimale.



$$12,23 = 12,2$$

5. Umesto * zapiši potrebnu cifru da bude tačno zaokruživanje:

a) $5,46 \approx 5,*$;

č) $1200,*1 \approx 1200,2$;

b) $23,456 \approx 23,4*$;

ć) $90,1*4 \approx 90,18$.

c) $101,43 \approx 101,*$;

6. Brojeve 5,671 i 8,793 zaokruži na dvije decimale, a zatim izračunaj njihov zbir.



MJEŠOVITI BROJ KAO RAZLOMAK

NAUČIT ĆEŠ:

- Da pretvaraš cijeli broj u razlomak.
- Da pretvaraš miješani broj u razlomak.



ZA PODSJEĆANJE

Šta je razlomak?

Šta pokazuju brojilac i imenilac razlomka?

Koje vrste može biti razlomak?

Primjer

Despini je bio rođendan pa je počastila krem-bananama, u odjeljenju. Za svakoga je bila po jedna. Ona je potrosila 3 cijela pakovanja i $\frac{3}{10}$ četvrtog pakovanja. Možeš li da otkriješ koliko učenika je bilo prisutno u školi toga dana?

Šta možeš da otkriješ iz razlomka $\frac{3}{10}$?

Rješenje

- U ovoj situaciji razlomak nam kaže da je u pakovanju bilo 10 krem-banana, ali 3 nisu uzete. Znači cijelo pakovanje je podijeljeno na 10 jednakih dijelova, od kojih 3 nisu uzete.

Onda kako će glasiti razlomak koji će predstaviti cijelo pakovanje krem-banana?

- Jedno cijelo pakovanje krem-banana može da se predstavi kao razlomak: $1 = \frac{10}{10}$.

Kako ćeš predstaviti tri cijela pakovanja u obliku razlomaka?

- Ako jedno pakovanje krem-banana ima deset jednakih dijelova ili $\frac{10}{10}$, onda će

tri pakovanja imati tri puta više, odnosno $3 = \frac{30}{10}$.

Na kraju koliko desetica krem-banana je pojedeno?

- Pojedene su $\frac{33}{10}$ krem-banana.

Koliko je učenika bilo danas u školi?

INFORMACIJA



Mješovit broj je zbir cijelog broja i pravilnog razlomka. Pravilan razlomak ima vrijednost manju od jednog cijelog.

Primjer

$$1\frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}, \quad 4\frac{5}{12} = 4 + \frac{5}{12}, \quad 2\frac{13}{100} = 2 + \frac{13}{100}$$



Pretvaranje mješovitih brojeva u razlomke omogućava da se bolje razumije količina i da se lakše radi sa brojevima. Da vidimo kako možemo da pretvorimo jedan mješovit broj u razlomak.

Mješovit broj $2\frac{1}{4}$ pretvori u razlomak.



Rješenje

Uoči da razlomak zahfata tri cjeline od kojih su dvije potpuno iskorištene. Uoči da je jedno cijelo podijeljeno na 4 jednaka dijelova.

Da odredimo koliko četvtina sadrži miješani broj $2\frac{1}{4}$.

Koliko četvtina sadrži 1 cijelo?

- Jedno cijelo sadrži 4 četvtine.

Koliko četvtina sadrže 2 cijela?

- Dva cijela sadrže $2 \cdot 4 = 8$ četvtine.

Koliko ukupno četvtina sadrži mješoviti broj?

$2 \cdot 4 + 1 = 9$ četvtina.

$$2\frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{4}$$

INFORMACIJA



Svaki cijeli broj može da se zapiše u vidu razlomka, koji se naziva **prvidan razlomak**. Brojilac ovog razlomka je sadržalac imenitelja: $2 = \frac{8}{4}$

ZAPAMTI

Mješoviti broj pretvaraš u razlomak, tako što njegov brojilac dobijaš kada imenilac pomnožiš sa brojem cijelih i dodaješ brojilac, a imenilac ostaje isti. Njegov razlomak je nepravilni razlomak, ima vrijednost veću od jednog cijelog.

Proveri da li si razumio

1. Šta je mješovit broj?
2. Šta je prividan razlomak?
3. Nacrtaj model mješovitog broja $1\frac{3}{8}$ koristeći krugove. Koliko osmina sadrži u sebi ovaj mješoviti broj?
4. Mješovite brojeve $1\frac{5}{7}$, $3\frac{9}{13}$, $2\frac{1}{10}$ zapiši u obliku razlomka. Koristi model sa trakama ili manipulative.
5. Koliko petina ima u dva cijela?
6. Koliko trećina ima u $4\frac{2}{3}$? Nacrtaj model sa krugovima, a zatim zapiši mješovit broj u obliku razlomka.

Vježbaj

1. Pretvorite sljedeće mješovite brojeve u razlomke:

$$7\frac{1}{3}, \quad 4\frac{7}{9}, \quad 1\frac{3}{10}, \quad 13\frac{2}{5},$$

2. Brojeve 1, 3, 5, 7, 10 i 13 pretvori u:

a) trećine b) petine c) osmine č) desetine

3. Dopuni da bude tačno:

$$2\frac{\boxed{}}{7} = \frac{15}{7} \quad \boxed{}\frac{2}{5} = \frac{17}{5} \quad 3\frac{4}{\boxed{}} = \frac{19}{\boxed{}} \quad 3 = \frac{15}{\boxed{}} \quad 7 = \frac{\boxed{}}{7} \quad \frac{12}{3} = \boxed{}$$

4. Mješoviti broj $4\frac{7}{8}$ predstavi kao zbir od:

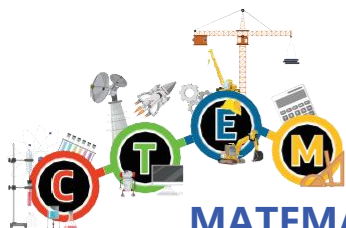
a) tri razlomka b) tri jednaka razlomka





PROŠIRIVANJE ZNANJA:

1. Mješoviti broj $2\frac{3}{4}$ predstavi kao zbir dva miješana broja sa različitim imeniocem.
2. Da li je moguće da se broj $4\frac{7}{8}$ predstavi kao zbir tri pravilna razlomka? Objasni.



MATEMATIKA

Jedan tim istraživača otkriva da osojska zona na planini koju istražuju ima temperaturu $4\frac{2}{4}$ stepeni Celzijusovih. Istovrijemeno, otkrivaju da na drugom kraju planine, u toploj zoni, temperatura iznosi $22\frac{3}{4}$ stepeni Celzijusovih. Koliko četvrtina iznosi razlika u temperaturi između dva dijela planine?



ZELENA MATEMATIKA

U školskom dvorištu postoji biljka visine od $3\frac{1}{2}$ stope. Želiš li da otkriješ koliko centimetara je visoka ova biljka? Danas, polovina stope iznosi 15,2 centimetara. Koliko centimetara je visoka ova biljka?



EKONOMSKA MATEMATIKA:

Elvira želi da kupi haljinu koja košta 6150 denara. Ona je već sakupila 3400 denara, a ostatak želi da zaradi čuvajući djecu. Ako je za jedan čas plaćaju $2\frac{1}{2}$ stotice denara, onda koliko sati će trebati da odradi da bi kupila haljinu?



MATEMATIČKA DEBATA

Tema: Da li je pretvaranje mješovitog broja u razlomak korisno u realnom svetu?

Zadatak:

Za obrok koji treba da se ispeće treba da se upotrebi od $10\frac{1}{4}$ šolja brašna. Kuvar ima $\frac{23}{4}$ šolje brašna. Koliko četvrtina brašna treba da doda da bi dobio traženi iznos?



Objašnjenje

Tim koji zastupa pretvaranje mješovitog broja u razlomak treba da objasni zašto je korisno u ovoj situaciji i zašto je važno da učenici znaju ovo pretvaranje. Tim koji zastupa upotrebu nepravilnog razlomka treba dati svoje argumente i da objasni zašto smatra da je nepravilni razlomak bolji izbor u ovoj situaciji.

MATEMATIČKA DEBATA



NAUČIT ĆEŠ:

Da pretvaraš razlomak u mješoviti broj.



ZA PODSJEĆANJE

Šta je razlomak?

Šta pokazuju dijelovi razlomka?

Kakav može da bude razlomak?



Primjer

Na početku školske godine Petar i njegove tri sestre od roditelja su dobili po jednu kutiju sa 12 olovaka. Svako koristi olovke iz svoje kutije. Da bi napravili više mjesta u fioci odlučili su da smjeste sve olovke zajedno.

U Petrovoj kutiji ostalo je $\frac{5}{12}$ od olovaka, a u kutijama njegovih sestara

ostalo je $\frac{7}{12}$, $\frac{4}{12}$ i $\frac{6}{12}$. Koji je dio svih olovaka zajedno?

Koliko kutija će biti potrebno da se olovke smjeste?

Rješenje

Koliki dio olovaka je ostao svakom od četvoro djece?

• Ostalo im je 5 dvanaestina, 7 dvanaestina, 4 dvanaestina i 6 dvanaestina.

Koji je dio svih olovaka zajedno?

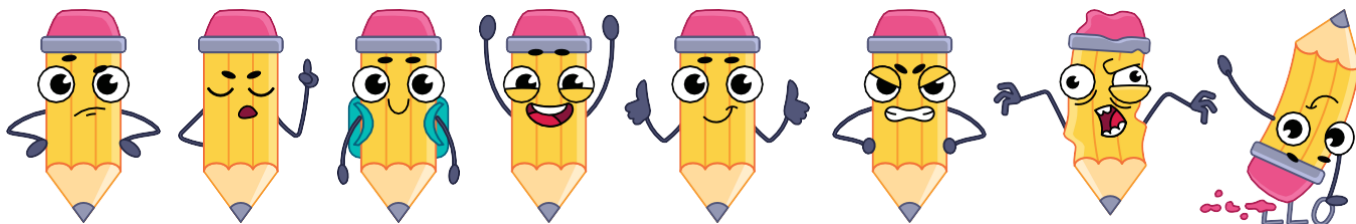
• Sve olovke zajedno zahvataju dio $5+7+4+6=22$ dvanaestina ili $\frac{22}{12}$.

Koliko kutija će biti potrebno da se smjeste olovke?

• Jedna kutija sadrži 12 olovaka. Znači jedno cijelo je podijeljeno na 12 jednakih dijelova. Sve preostale olovke zahvataju $\frac{22}{12}$, što je više od jednog cijelog, ali manje od 2 cijela.

$$\frac{22}{12} = 1 \frac{\square}{12} \Rightarrow 22 = 12 \cdot 1 + \square = 12 + \square$$

Od 12 do 22 olovke dopunjavamo sa 10 olovaka. Znači broj u kvadratiću mora da je 10. Možemo da zaključimo da će biti upotrebene dvije kutije, ali će biti napunjena $1 \frac{10}{12}$ kutija.



INFORMACIJA



Samo nepravilni razlomak može da se pretvori u mješoviti broj. Nepravilni razlomak ima vrijednost veću od jednog cijelog ili jednaku jednom cijelom.

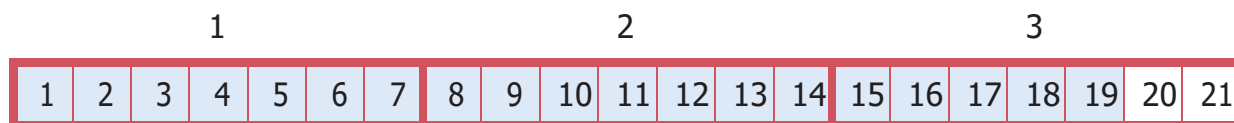
Pretvaranje mješovitog broja može da pojednostavi i ubrza računanje, ali isto tako se povećava i tačnost računanja, odnosno smanjuje rizik od grešaka u računanju. Mješoviti brojevi, za razliku od nepravilnih razlomaka, mnogo realnije predstavljaju veličine.

Primjer

Razlomak $\frac{19}{7}$ pretvori u mješovit broj.

Rješenje

Imenilac razlomka nam kaže da je jedno cijelo podijeljeno na 7 jednakih dijelova. Onda treba da otkrijemo koliko puta se 7 sadrži u 19. Za ovo ćemo koristiti model traka.



INFORMACIJA



Razlomačka crta ima ulogu operacije dijeljenja. Razlomak je količnik dva prirodna broja.

Ako podijelimo 19 sa 7, dobićemo količnik 2 i ostatak 5.

19 je djeljenik = brojilac

7 je djelitelj = imenitelj

2 je broj cijelih = količnik pri dijeljenju

5 je ostatak = novi brojilac

$$\begin{array}{r}
 19 : 7 = 2 \frac{5}{7} \\
 \underline{14} \\
 5
 \end{array}$$

INFORMACIJA



Nepravilni razlomak pretvaramo u mješoviti broj tako što dijelimo brojilaca sa imeniocem razlomka. Količnik nam daje broj cijelih, dok je ostatak brojilac. Imenilac ostaje isti.

Zadatak:

Poveži svaki nepravilni razlomak sa mješovitim brojem koji mu odgovara. Da bi sebi pomogao koristi crtanje modijela na traci.

Provjeri da li si razumjeo



$$\frac{30}{7}$$

$$3$$

$$\frac{15}{7}$$

$$4\frac{2}{7}$$

$$\frac{21}{7}$$

$$3\frac{5}{7}$$

$$\frac{26}{7}$$

$$1\frac{5}{7}$$

$$\frac{12}{7}$$

$$2\frac{1}{7}$$

1. Nacrtaj model razlomka $\frac{11}{8}$ koristeći traku. Koliko cijelih sadrži ovaj razlomak?
2. Razlomke $\frac{12}{7}$, $\frac{48}{13}$ i $\frac{21}{10}$ zapiši u obliku miješanog broja. Koristi model sa trakama ili manipulative.
3. Koliko cijelih ima u 32 četvrtine?
4. Koliko cijelih je potrebno da se predstavi razlomak $\frac{22}{3}$? Nacrtaj model sa trakama, a zatim zapiši razlomak kao mješoviti broj.

Vježbaj

1. Zapišite tri razlomka čiji je imenilac 9 veći od 1.
2. Pretvorite sljedeće razlomke u mješovite brojeve.

a) $\frac{53}{3}$ b) $\frac{107}{9}$ c) $\frac{71}{10}$ č $\frac{32}{5}$

3. Koja je vrijednost razlomka?

a) $\frac{56}{7}$ b) $\frac{91}{91}$ c) $\frac{0}{12}$ č $\frac{51}{17}$





PROŠIRIVANJE ZNANJA:

1. Razlomak $\frac{83}{40}$ predstavi kao zbir dva mješovita broja.

ZELENA MATEMATIKA

Jedan pčelar je sakupio $\frac{122}{4}$ l med iz jedne košnice, a drugi pčelar je sakupio $\frac{97}{4}$ l med iz svoje košnice. Koliko ukupno litara meda su sakupili iz obe košnice zajedno? Zatim, pčelari su riješili da spakuju med u teglama zapremine 1 l. Koliko tegli će im biti potrebno da spakuju ukupnu količinu meda koju su sakupili? Koliko tegli će napuniti?



MATEMATIČKA DEBATA

Tema: Šta je jednostavnije, upotreba nepravilnih razlomaka ili upotreba mješovitih brojeva?

Tim 1: Upotreba nepravilnih razlomaka je jednostavnije, jer nije potrebno da se vrše pretvaranja.

Tim 2: Upotreba mješovitih brojeva je jednostavnija, jer je bolji način za razumjevanje prave vrijednosti broja.

MATEMATIČKA DEBATA



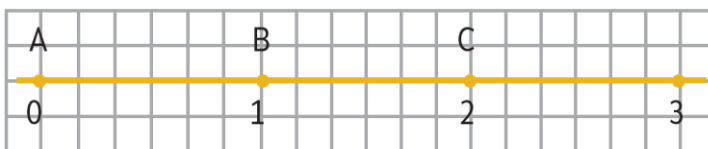
NAUČIT ĆEŠ:

- Da odrediš tačku na brojevnoj pravi koja odgovara datom miešanom broju.
- Da pročitaš mješoviti broj označen tačkom na brojevnoj pravi.
- Da odrediš između koja dva prirodni broja se nalazi dati miešani broj.

INFORMACIJA

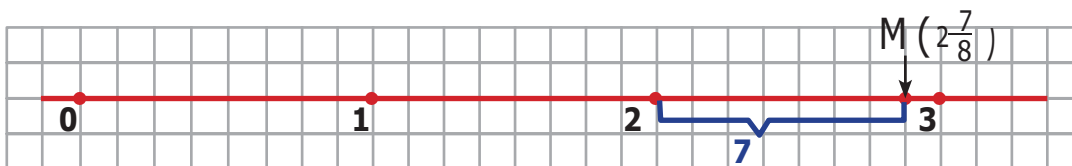


Na jednoj pravi da označimo dvije različite tačke A i B. Duž $\overline{AB}$ nazvat ćemo je jedinačna duž. Tački A ćemo dodati broj 0, a tački B dodaćemo broj 1. Na ovaj način je određena brojeva prava. Broj 2 će biti dodan tački C, tako da će važiti $AB=BC$.



Primjer

U svesci nacrtaj jednu pravu. Levo označi tačku kojoj ćeš dodati broj 0. Desno od nje izbroj 8 kvadratića i označi tačku kojoj ćeš dodati broj 1. Na isti način nastavi da dodaješ brojeve 2 i 3. Sada označi tačku M koja će odgovarati broju $2\frac{7}{8}$.



Rješenje

- Između koja dva cijela broja se nalazi tačka M?
- Koliko kvadratića zahvata razlomak $\frac{1}{8}$?
- Bez da brojiš, možeš li da kažeš koliko kvadratića zahvata mješoviti broj $2\frac{7}{8}$?
- Ako treba da označiš tačku R kojoj će odgovarati broj $1\frac{1}{2}$, što ćeš uraditi?
 - Rastojanje između 1 i 2 podijelit ćeš na polovinu i u toj tački označit ćeš R.

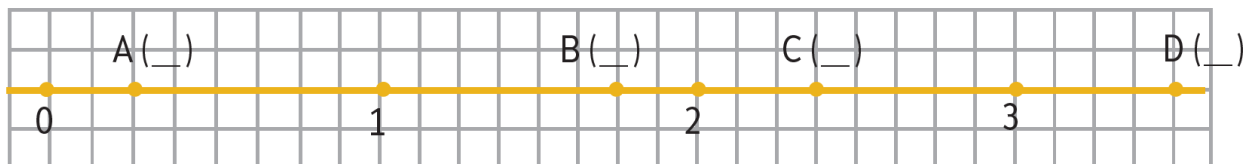
- Ako treba da označiš tačku X kojoj će odgovarati broj $1\frac{3}{4}$ šta ćeš uraditi?
– Rastojanje između 1 i 2 podijelit ćeš na 4 jednaka dijela (svaki dio će sadržati 2 kvadratića). Tačku ćeš označiti na kraju trećeg dijela.

INFORMACIJA



Za svaki razlomak postoji jedinstvena tačka na brojevnoj pravi.

Zadatak: Svakoj od označenih tačaka dodaj odgovarajući broj.



- Koje tačke se nalaze između brojeva 1 i 3?
- Između kojih prirodnih brojeva se nalazi tačka D?



Provjeri da li si razumjeo

- Koliko puta treba da preneseš jedinačnu duž na brojevnoj pravi počevši od broja 2 da dobiješ tačku koja odgovara broju 11?
- U svesci nacrtaj brojevnju pravu sa jedinačnom duži od 6 kvadratića. Zatim označi tačke
- Iz brojevnje prave odredi razlomke koji odgovaraju označenim tačkama.



Vježbaj

- Na brojevnoj pravi odredi tačke koje odgovaraju brojevima: $\frac{12}{5}$, $1\frac{3}{10}$ i $3\frac{11}{20}$. Koliko kvadratića ćeš izabrati da bude duga jedinačna duž?
- Koji razlomci odgovaraju tačkama iz brojevnje prave?



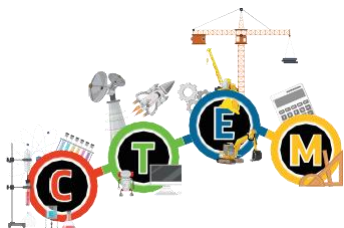


PROŠIRIVANJE ZNANJA:

1. Koristeći dio brojevne prave oznči tačke koje odgovaraju razlomcima:

$$\frac{77}{3}, \frac{235}{9}, \frac{218}{9}, \frac{83}{3}.$$

Između kojih prirodnih brojeva se nalaze ovi razlomci na brojevnoj pravi? Koji razlomci su od 25?



MATEMATIKA: Izgradnja puta

Građevinska kompanija „Granit“, zajedno sa drugom kompanijom, treba da izgradi novi put u planinskoj oblasti. Put će biti izgrađen u dvije faze. U prvoj fazi, doprinos tima „Granit“ biće $\frac{3}{5}$ dužine puta, a u drugoj fazi,

doprinos drugih radnika biće $\frac{2}{3}$ dužine puta.

1. Pokaži, koristeći brojevnu pravu, koliki put će izgraditi tim „Granita“ u prvoj fazi.
2. Pokaži, koristeći brojevnu pravu, koliki put će izgraditi drugi radnici u drugoj fazi?

ZELENA MATEMATIKA Energetska efikasnost solarnog panela

Petar želi da smanji svoje emisije ugljen-dioksida i da koristi zelene izvore energije. Zato, on odlučuje da instalira fotovoltaične panele na svojoj kući. Petar je instalirao 12 panela, svaki kapaciteta $\frac{3}{4}$ MW (megavata). Od januara do juna, u toku 6 mjeseci, Petar proizvodi električnu energiju pomoću svojih panela.

1. Koristeći brojevnu pravu, pokaži koliko megavat-časova (MWh) energije proizvodi Petar pomoću svojih panela tokom 6 mjeseci?
2. Ukoliko Petar proda $\frac{3}{5}$ svoje proizvedene energije na energetske mreži, onda pokaži, koristeći brojevnu pravu, koliko energije će ostati njemu?



RAZLOMAK KAO DECIMALNI BROJ

NAUČIT ĆEŠ:

- Šta je konačni decimalni broj.
- Koja svojstva važe za decimalne brojeve.
- Da pretvaraš razlomak u konačni decimalni broj preko dijeljenja brojilca sa imeniocem i korštenjem svojstava decimalnih brojeva.
- Da pretvaraš mješoviti broj u konačni decimalni broj.



ZA PODSJEĆANJE

Šta je decimalni broj?

Od kojih dijelova je sastavljen decimalni broj?

Kako se pretvara decimalni razlomak u decimalni broj?

Kako se pretvara decimalni broj u decimalni razlomak?

Koja je uloga razlomačke crte u razlomku?



Primjer

$$\frac{7}{10} = 0,7$$

$$\frac{125}{100} = 0,125$$

$$\frac{74}{1000} = 0,074$$

$$\frac{17}{10} = 1,7$$

$$\frac{38}{100} = 0,38$$

Rješenje

Decimalni razlomak prelazi u decimalni broj, tako što se brojilcu odvaja onoliko decimala koliko ima nula u imeniocu.

INFORMACIJA



Za decimalne brojeve važe sljedeća svojstva:

1. Decimalni broj neće promijeniti svoju vrijednost ako na kraju decimalnog dijela mu se dopiše nekoliko nula. $0,34 = 0,3400\dots$
2. Decimalni broj neće promijeniti svoju vrijednost ako se sa kraja decimalnog dijela izostave sve nule koje su poslednje. $2,500 = 2,5$
3. Svaki prirodni broj može da se zapiše kako decimalni broj ako se odvoji zapekom i ako mu se dopišu nule kao decimale. $5 = 5,0\dots$

Primjer

Razlomke $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{2}$ i $\frac{7}{4}$ pretvori u decimalni broj, tako što ćeš podeliti brojilaca imeniocem.

Rješenje

Da bismo pretvorili razlomak $\frac{4}{5}$ dijelimo 4 sa 5. Budući da se 5 ne sadrži ni jednom u broju 4, u količniku zapisujemo broj 0 i pišemo decimalnu zapetu. Svojstvo decimalnih brojeva dozvoljava da dopisujemo onoliko nula koliko će nam biti potrebno da nastavimo sa dijeljenjem, pa se dijeljenje nastavlja.

$$\begin{array}{r} \frac{4}{5} = 4,00 \dots : 5 = 0,8 \\ \underline{0} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{5}{2} = 5,00 \dots : 2 = 2,5 \\ \underline{4} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

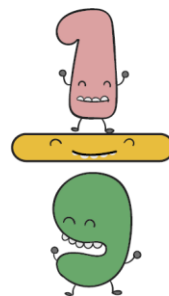
$$\begin{array}{r} \frac{7}{4} = 7,00 \dots : 4 = 1,75 \\ \underline{4} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Pri dijeljenju si primjetio da za ove razlomke, dijeljenje je dalo ostatak 0. Zato decimalni brojevi koje si dobio ovim dijeljenjem nazivamo **konačnim decimalnim brojevima**.

Razlomke $\frac{5}{6}$ i $\frac{2}{11}$ pretvori u decimalni broj, tako što ćeš podijeliti brojilac sa imeniocem.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{11} = 2,00 \dots : 11 = 0,181\dots \\ \underline{0} \\ 20 \\ \underline{11} \\ 90 \\ \underline{88} \\ 20 \\ \underline{11} \\ 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{5}{6} = 5,00 \dots : 6 = 0,833\dots \\ \underline{0} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$



Pri dijeljenju ovih razlomaka, koliko i da nastavljaš zaključit ćeš da nećeš dobiti ostatak 0. Zato se ovi decimalni brojevi nazivaju **beskonačni decimalni brojevi**.



Proširi
svoja
znanja:

INFORMACIJA



Ako je imenilac razlomka proizvod samo od dvojki ili petica ili dvojki i petica, onda taj razlomak može da se pretvori u konačan decimalni broj.

Tako na primjer, razlomak $\frac{7}{15}$ ne može da se pretvori u konačni decimalni broj, zato što je njen imenilac proizvod brojeva 3 i 5.

Provjeri da li si razumio

1. Razlomke $\frac{3}{5}$, $\frac{12}{25}$ i $\frac{19}{8}$ pretvori u decimalni broj.

2. Pretvori miješane brojeve $2\frac{5}{16}$, $5\frac{1}{4}$ i $3\frac{13}{30}$ u konačne decimalne brojeve?

Vježbaj

1. Pretvorite sljedeće razlomke u decimalni broj.

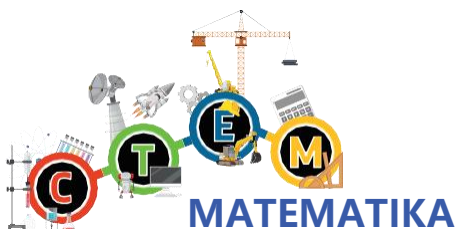
$$\frac{102}{16}, \frac{23}{25}, \frac{7}{8}, \frac{21}{5}, \frac{11}{4}.$$

2. Bez dijeljenja, odredi koji se od sljedećih razlomaka može pretvoriti u konačni decimalni broj?

$$\frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{5}{18}, \frac{15}{32}, \frac{4}{25}.$$

3. Pretvorite sljedeće mješovite brojeve u decimalne brojeve.

$$2\frac{1}{2}, 1\frac{7}{16}, 3\frac{12}{25}, 124\frac{3}{8}, 36\frac{9}{20}.$$



U laboratoriji ima $4\frac{5}{3}$ litara
jedne hemikalije i $\frac{3}{4}$ litara
druge hemikalije.
Izrazi količine u stotineke.



Dati su sljedeći podaci o energetskej efikasnosti različitih električnih aparata:

- klimatizer - koeficijent energetske efikasnosti od $\frac{4}{5}$
- lampa - koeficijent energetske efikasnosti od $\frac{3}{10}$
- hladnjak - koeficijent energetske efikasnosti od $\frac{7}{8}$

Koliko iznosi efikasnost aparata izražena kao decimalni broj?



MATEMATIČKA DEBATA

Tema: Pretvaranje razlomaka u decimalne brojeve u svakodnevnoj situaciji

Opis teme: U ovoj debati, učenici će razgledati i diskutovati o pretvaranju razlomaka u decimalne brojeve u svakodnevnim situacijama. Oni mogu da istraže različite aspekti na ovu temu, kao što su:

1. Kupovanje hrane i napitaka - Koliko vode ima u napitku sa etiketom koja pokazuje da sadrži $\frac{3}{4}$ litra vode?
2. Pretvaranje mernih jedinica - Koliko metara ima jedna traka koja je duga $\frac{7}{8}$ 1 metra?
3. Procenti - Koliko procenata predstavlja $\frac{2}{5}$ cijelog budžeta jedne organizacije?
4. Dugovi i krediti - Koliko otplata treba da bi se napravi da bi se platilo $\frac{3}{10}$ za dug hipoteku kuće?

Učenici mogu da razgledaju i druge slične situacije, i da istražuju različite načine pretvaranja razlomaka u decimalne brojeve. Mogu da diskutuju prednosti i izazove pri upotrebi decimalnih brojeva u svakodnevnim situacijama, i da istraže uticaj na tačnost rezultata u određenim situacijama.

NAUČIT ĆEŠ:

Da proširuješ razlomak prirodnim brojem

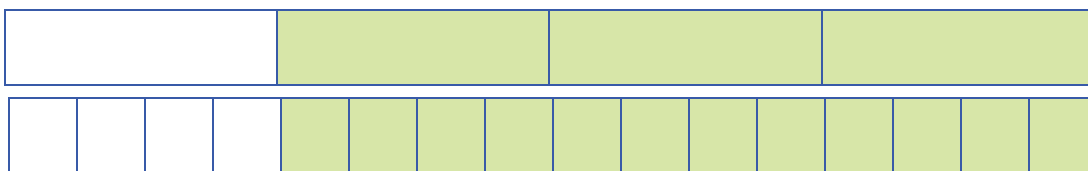
Šta znači proširivanje razlomka u realnom kontekstu.

Primjer

Danas sam bio kod bake. Pokazala mi je njenu kolekciju kasičica za kafu. Rekla je da želi da mi pokloni $\frac{3}{4}$ od njih, a ostatak da pokloni muzeju. Pomislio sam, koliko bi bilo lijepo da svoj dio podijelim sa svojim 11 braće i sestara (bratučeda). Koliki dio kolekcije bi dobio svako od nas?

Koliki dio kolekcije je naš dio?

Rješenje



Kolekcija je podijeljena na 4 jednaka dijela od kojih će 3 pripasti meni, a 1 muzeju.

Da bih podijelio kašičice sa svojim bratučedima, treba da podijelim svoj dio na manje dijelove, čime ću dobiti više dijelova. Da bih dobio 12 dijelova svaki dio ću podijeliti na 3 manja jednaka dijela. Tako bi svako od nas dobio $\frac{1}{16}$ kolekcije. Sada naš dio iznosi $\frac{12}{16}$ kolekcije.

INFORMACIJA

Proširivanje razlomka znači da se brojilac i imenilac razlomka pomnože istim prirodnim brojem. U realnosti to znači da se dijelovi cjeline isitne, ali da se njihov broj poveća, čime se količina koju predstavlja razlomak ne mijenja.

Primjer

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$$

Ako se razlomak $\frac{3}{4}$ proširi brojem 4 (jednaki dijelovi se smanje 4 puta, ali njihov broj se poveća 4 puta) onda se dobija razlomak $\frac{12}{16}$.

Provjeri da li
si razumio

1. Proširi razlomak $\frac{3}{4}$ so 3, 5, 7 i 10.

2. Odredi razlomak koji se dobija proširivanjem razlomka $\frac{3}{7}$ ima imenilac:

a) 14, b) 49, c) 84, č) 105.

3. Odredi razlomak koji se dobija proširivanjem razlomka $\frac{7}{9}$ ima brojioca:

a) 14, b) 49, c) 84, č) 105.

4. Odredi koliko 50-tinki ima svaki razlomak: $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{10}, \frac{17}{25}$.

Vježbaj

1. Proširi razlomke $\frac{5}{7}$ i $\frac{11}{12}$ so 2, 5, 7 i 11.

2. Kojim brojem treba da se proširi razlomak $\frac{6}{13}$ da bi se dobio razlomak $\frac{54}{117}$?

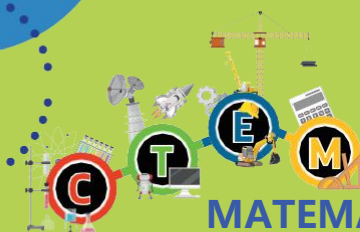
3. Kojim brojem treba da proširiš razlomak da bi popunio prazno mjesto?

$$\frac{5}{9} = \frac{45}{\square} \quad \frac{7}{11} = \frac{\square}{55}$$

4. Odredi koliko stotinki ima svaki razlomak:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{17}{20}, \frac{13}{25} \text{ i } \frac{31}{50}$$





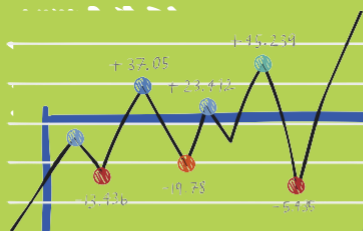
MATEMATIKA

U jednom inženjerskom timu je velika količina kompjutera koji se koriste za razvoj novog softvera. Menadžer tima je odlučio da podijeli $\frac{2}{3}$ dio kompjutera programerima, kao investiciju u njihovim projektima, a ostale $\frac{1}{3}$ za obuku studenata iz lokalnog tehničkog fakulteta. Ako ima 8 programera u timu i 60 studenata na fakultetu, koliki dio kompjutera će dobiti svaki od programera i studenata?



ZELENA MATEMATIKA

U jednom ekološkom centru su drveća koja su posađena za održavanje biodiverziteta u regionu. Upravitelj centra odlučuje da podijeli $\frac{3}{4}$ drveća lokalnoj zajednici da bi ih posadili u školama i javnim prostorima, a ostala da zadrži. Ako ima 9 škola u regionu, koliki dio drveća će dobiti svako od njih?



EKONOMSKA MATEMATIKA

Upravitelj jedne kompanije odlučuje da podijeli $\frac{3}{5}$ od akcija zaposlenih kao nagradu za njihov trud i kreativnost, a ostale $\frac{2}{5}$ da zadrži u svoje vlasništvo. Ako u kompaniji rade 51 zaposlenih, koliki dio akcija će dobiti svaki od njih?



Primjer

Pokaži skraćivanje razlomaka $\frac{18}{48}$ na više načina.

Rješenje

Razlomak može da se skraćuje na više načina:

- Postepeno skraćivanje (koristi priznake deljivosti).

$$\frac{18}{48} \stackrel{\div 2}{=} \frac{9}{24} \stackrel{\div 3}{=} \frac{3}{8}$$

- Skraćivanje sa razlaganjem prostih množilaca.

$$\frac{18}{48} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{3}} = \frac{3}{8}$$

- Skraćivanje brojioca i imenioca sa NZD.

$$\frac{18}{48} \stackrel{\div \text{NZD}(18, 48)}{=} \frac{18 \div 6}{48 \div 6} = \frac{3}{8}$$

Provjeri da li si razumio

- Šta je neskratljiv razlomak?
- Kojim brojevima može da se skрати razlomak $\frac{24}{36}$?
- Skrati razlomak $\frac{24}{36}$ na tri načina.

Vježbaj

- Skrati razlomke $\frac{72}{108}$ и $\frac{198}{252}$ sa a) 9 b) do neskratljivog
- Skrati razlomak $\frac{78}{390}$ do neskratljivog
- Koji broj trebate da skratite razlomak da biste popunili prazninu?

$$\frac{35}{42} = \frac{5}{\square} \quad \frac{16}{28} = \frac{\square}{7}$$

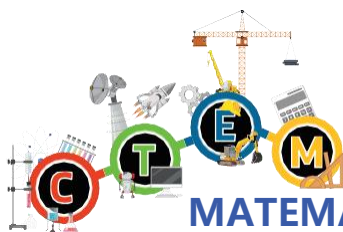
- Koji brojevi bi trebali biti na prazninama?

$$\frac{12}{15} = \frac{\square}{5} = \frac{20}{\square}$$

- Skrati razlomak na neskratljivog razlomaka

$$\frac{8 \cdot 15}{24 \cdot 5} \quad \frac{35 \cdot 88 \cdot 24}{25 \cdot 55 \cdot 42}$$





MATEMATIKA

Stefan ima 36 čokoladnih bombona koje želi da podijeli na svojih 12 prijatelja. Ali, samo 8 njih može da jede čokoladne bombone zbog alergije. Znači, samo 8 prijatelja će dobiti bombone, a ostali (četvoro) 4 neće moći da jedu bombone.

Koliki dio bombona će dobiti Stefanovi prijatelji koji mogu da jedu čokoladne bombone?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{9}$

č) $\frac{1}{9}$

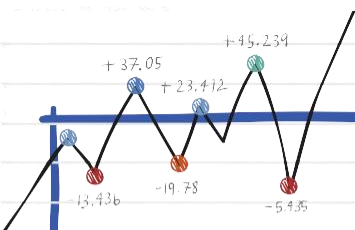


ZELENA MATEMATIKA

U bašti imamo $\frac{36}{48}$ kapaciteta rezervoara za vodu koji je ispunjen kišnicom. Voda treba da se iskoristi za navodnjavanje leja sa povrćem.

Za svaku leju se koristi po $\frac{1}{12}$ vode?

Koliko leja će biti navodnjeno?



EKONOMSKA MATEMATIKA

U prodavnici za kompjutere imaju na zalihama $\frac{35}{50}$ od svog uobičajenog brojnog stanja procesora. Prethodno su napravili proračun zarade od prodatih $\frac{1}{10}$ procesora i žele da otkriju kolika će im biti zarada ako prodaju sve procesore koje imaju na zalihama. Možeš li da im pomogneš da otkriju koliko desetica imaju na zalihama?



NAUČIT ĆEŠ:

Šta su ekvivalentni razlomci

Da provjeravaš jednakost razlomaka.



Šta je proširivanje (skraćivanje) razlomaka?

ZA PODSJEĆANJE

Kakvi su među sobom dati razlomak i prošireni (skraćeni) razlomci?

Primjer

Analiziraj zid razlomaka.

Pomoću lenjira pronadi
jednake dijelove po dužini.

Crvena linija pokazuje da

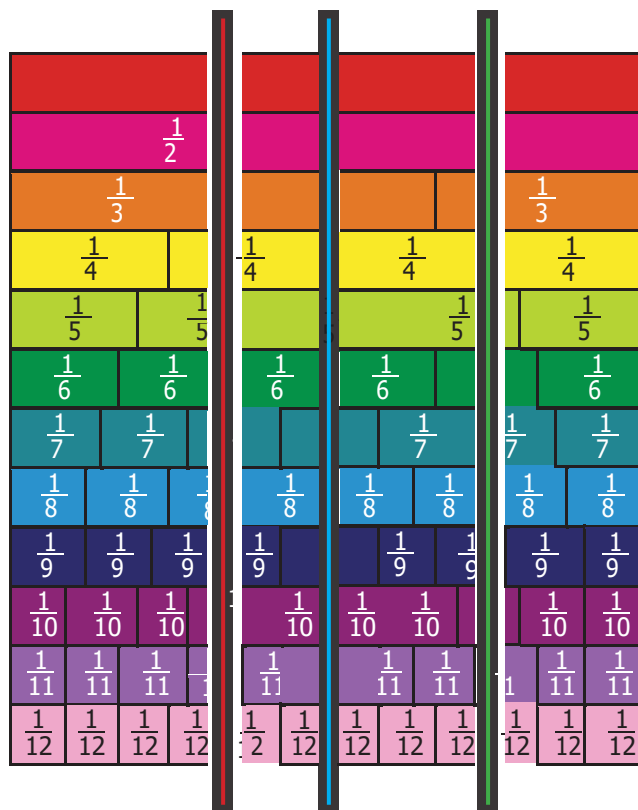
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

Plava linija pokazuje da

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

Zelena linija pokazuje da

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

**INFORMACIJA**

Razlomci koji imaju jednaku vrijednost nazivaju se **ekvivalentni razlomci**.

Dva razlomka su ekvivalentna ako je proizvod brojioca prvog razlomka i imenilac drugog razlomka jednak proizvodu brojioca drugog i imenioca prvog razlomka.

Primjer

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{12} \Rightarrow 3 \cdot 12 = 9 \cdot 4 \quad \frac{2}{5} = \frac{\square}{20} \Rightarrow 2 \cdot 10 = 40 = \square \cdot 5$$

U prazni kvadratić treba da stoji broj **8**.

$$40 : 5 = 8$$

Provjeri da li
si razumio

1. Koji od sljedećih razlomaka su jednaki:

$$\frac{3}{8} \text{ i } \frac{4}{5}; \frac{3}{8} \text{ i } \frac{6}{16}; \frac{4}{28} \text{ i } \frac{5}{5}; \frac{5}{5} \text{ i } \frac{7}{7}.$$

Vježbaj

1. Koji razlomci imaju jednake vrijednosti:

a) $\frac{3}{8}, \frac{3}{5}, \frac{9}{32}, \frac{15}{25}, \frac{21}{49}, \frac{3}{7}$.

b) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{6}, \frac{10}{15}, \frac{4}{11}, \frac{20}{30}$.

2. Pomoću pravila za ekvivalentne razlomke odredi koji broj treba da stoji na praznom mjestu:

a) $\frac{21}{45} = \frac{\square}{30} = \frac{3}{\square}$;

b) $\frac{11}{13} = \frac{\square}{39}$;

c) $\frac{6}{7} = \frac{20 + \square}{28}$

č) $\frac{34}{3 \cdot \square} = \frac{\square}{12}$

3. Napiši razlomke koji su ekvivalentni razlomku i imaju $\frac{5}{13}$ imenioc 26, 65, 39, 78 i 52.

4. Napiši sve razlomke koji su ekvivalentni razlomku $\frac{9}{20}$, čiji imenitelji su brojevi između 50 i 150.

5. Odredi razlomak ekvivalentan razlomku $\frac{3}{4}$, čiji brojilac i imenilac se razlikuju za 5.



NAUCIT ĆEŠ:

Da uporediš razlomke sa istim imeniocem.

Da uporediš razlomke sa istim brojiocem.

Da uporediš razlomke sa različitim imeniocima i različitim brojiocima.

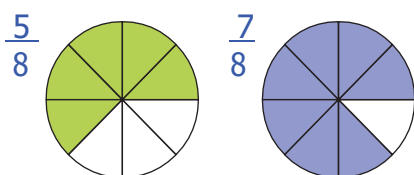
Da ređaš razlomke po veličini.

**ZA PODSJEĆANJE**

Šta je NZS?

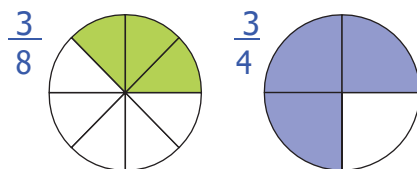
Primjer

Đorđi i Nazmi su susjedi koji svakog ponedjeljka zajedno posjećuju lokalnu burekdžinicu. Ovog ponedjeljka Đorđi je kupio 5 osmina bureka, a Nazmi je kupio 7 osmina bureka. Prošlog ponedjeljka Đorđi je kupio 3 osmine bureka, a Nazmi je kupio 3 četvrtine bureka. Prije prošlog ponedjeljka Đorđi je kupio 6 osmina bureka, a Nazmi je kupio 2 četvrtine bureka. Odredi ko je kupovao više bureka za svaki ponedjeljak posebno.

**Rješenje**

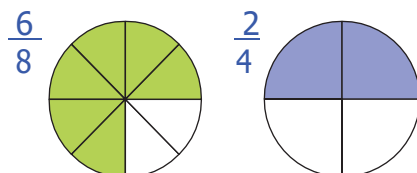
Ovog ponedjeljka više bureka kupio je Nazmi. Dvije pite bureka su podijeljene na jednake parčiće, ali je Nazmi kupio više takvih parčića.

$$5 < 7 \Rightarrow \frac{5}{8} < \frac{7}{8}$$



Prošlog ponedjeljka više bureka kupio je Nazmi. Obojica su kupili isti broj parčića, ali su parčići koje je kupio Nazmi veći (zato što je cijelo podijeljeno na manje dijelova).

$$8 > 4 \Rightarrow \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$$



Prije prošlog ponedjeljka više bureka kupio je Đorđi. Obojica su kupili različit broj parčića različite veličine. Ako prepolovimo parčiće koje je kupio Nazmi (proširimo razlomak sa 2) dobit ćemo 4 osmine bureka. Sada je lako:

Đorđi

Nazmi



Upoređuju se samo razlomci sa istim imeniteljima. Razlomci koji imaju različite brojioce i različite imenioce svode se na **najmanji zajednički imenitelj** ili najmanji zajednički brojilac (preko NZS).

Primjer

Poređaj razlomke $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{5}$ po veličini, počinjući od najmanje, na dva načina.

Rješenje Prvi način je preko svođenja na najmanji zajednički imenilac. $NZS(6, 3, 5) = 30$

$$\frac{5}{6} \stackrel{\setminus 5}{=} \frac{25}{30} \quad \frac{2}{3} \stackrel{\setminus 10}{=} \frac{20}{30} \quad \frac{3}{5} \stackrel{\setminus 6}{=} \frac{18}{30} \Rightarrow \frac{18}{30} < \frac{20}{30} < \frac{25}{30} \quad \text{odnosno} \quad \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Drugi način je preko svođenja na najmanji zajednički brojilac. **NZS (5, 2, 3) = 30**

$$\frac{5}{6} \stackrel{\setminus 6}{=} \frac{30}{36} \quad \frac{2}{3} \stackrel{\setminus 15}{=} \frac{30}{45} \quad \frac{3}{5} \stackrel{\setminus 10}{=} \frac{30}{50} \Rightarrow \frac{30}{50} < \frac{30}{45} < \frac{30}{36} \quad \text{odnosno} \quad \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Provjeri da li si razumio

1. Koji od datih razlomaka je manji?

$$\frac{3}{10} \text{ ili } \frac{7}{10}; \quad \frac{8}{10} \text{ ili } \frac{8}{11}; \quad \frac{7}{9} \text{ ili } \frac{5}{9}; \quad \frac{3}{5} \text{ ili } \frac{3}{4}.$$

2. Koji od razlomaka je veći?

$$\frac{4}{13} \text{ ili } \frac{7}{13}; \quad \frac{7}{15} \text{ ili } \frac{7}{17}; \quad \frac{15}{7} \text{ ili } \frac{17}{7}; \quad \frac{5}{8} \text{ ili } \frac{5}{7}.$$

3. Svedi razlomke na najmanji zajednički imenilac, a zatim ih uporedi?

Vježbaj

1. Date razlomke svedi na zajednički imenilac, a zatim ih uporedi.

$$\frac{1}{3} \text{ i } \frac{8}{21}; \quad \frac{3}{5} \text{ i } \frac{8}{15}; \quad \frac{7}{30} \text{ i } \frac{3}{10}; \quad \frac{17}{60} \text{ i } \frac{5}{12}.$$

2. Odredi koji brojevi mogu da se nađu na praznom mjestu.

$$\frac{12}{17} = \frac{\square}{17} = \frac{16}{17'} \quad \text{i} \quad \frac{15}{36} = \frac{\square}{36} = \frac{21}{36'}$$



3. Poređaj razlomke po veličini, počevši od najvećeg.

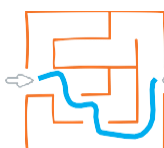
$$\frac{5}{12}, \frac{7}{8}, \frac{9}{20}, \frac{3}{4} \text{ i } \frac{2}{5}$$

4. Skrati razlomke, a zatim ih poređaj po veličini, počevši od najmanjeg.

$$\frac{25}{45}, \frac{14}{35}, \frac{33}{44}$$

5. Popuni brojem koji odgovara.

$$\frac{\square + 2}{7} = \frac{5}{7}, \quad \frac{17 - \square}{15} = \frac{11}{15}, \quad \frac{2 - \square}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{\square - 3}{3} = \frac{4}{6}, \quad \frac{2 + \square}{4} = 4$$



Izazov:

1. Da li možeš da otkriješ barem dva razlomka koji su veći od $\frac{1}{3}$,

ali manji od $\frac{2}{3}$?

2. Jedna cijev sama puni bazen za 12 sati, a druga za 16 sati.

Ako je prva cijev bila otvorena 5 sati, a druga cijev bila otvorena 6 sati, koja od cijevi je napunila veći dio bazena?



MATEMATIKA



Kazmišlja se o izgradnji novih hidroelektrana na rijeci. Dosadašnja istraživanja pokazuju da jedan dio rijeke može proizvesti energiju u količini od $\frac{2}{3}$

maksimalna moguća proizvodnja energije. Da li je ta rijeka bolja lokacija za izgradnju hidroelektrane u odnosu na druge dostupne opcije:

- a) Rijeka koja može proizvesti energiju u količini od $\frac{3}{4}$ od maksimalna moguća proizvodnja energije.
- b) Rijeka koja može proizvesti energiju u količini od $\frac{5}{8}$ od maksimalno moguće proizvodnje energije.



ZELENA MATEMATIKA

Razgleda uticaj dvije različite metode za pročišćavanje rijeke.

Prvata metoda uključuje upotrebu hemijskih preparata koji smanjuju zagađenost vode za $\frac{5}{17}$, dok druga metoda uključuje regularno čišćenje rijeke brodom koji sakuplja otpad iz vode i odvozi ga u deponiju. Ova metoda smanjuje zagađenost rijeke za $\frac{7}{18}$.

Koja od metoda ima veći efekat u smanjenju zagađenosti reke?

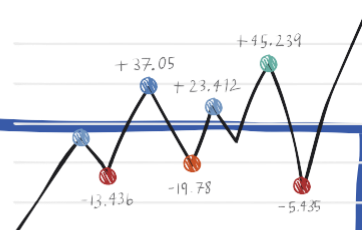


EKONOMSKA MATEMATIKA

Dvije različite kreditne institucije, banka A i banka B, imaju različite uslove kreditiranja. Banka A nudi kredit sa godišnjom kamatom od $\frac{2}{25}$, koja se računa na početni kapital, dok banka B nudi kredit

sa godišnjom kamatom od $\frac{7}{100}$.

Koja banka klijentu nudi povoljnije rješenje?



AKTIVNOST

Tema: Koji je efikasniji metod za poređenje razlomaka: svođenje zajedničkog imenioca ili svođenje zajedničkog brojioca?

Zadaca: Poređaj razlomke po veličini,

počevši od najmanjeg: $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$

Razmišljaj o svakom metodu posebno, kombinaciji u zavisnosti od konteksta zadatka.



1 POREĐENJE DECIMALNIH BROJEVA

NAUČIT ĆEŠ:

Da porediš decimalne brojeve

Da porediš decimalne brojeve i razlomke.

ZA PODSJEĆANJE

Navedi dijelove decimalnog broja!

Primjer

Danas na času fizičkog skakali smo u dalj. Lazar je skočio 5,65 metara, Aleksandra je skočila 5,05 metara, Mario je skočio 5,56 metara, Kalina je skočila 4,59 metara, Federiko je skočio 5,5 metara, Mina je skočila 4,9 metara, Vlatko je skočio 4,34 metara, a Gergana je skočila 4,05 metara. Pomozi mi da sastavim spisak učenika prema dužini skoka, počevši od najdužeg?

Rješenje

Redni broj	Ime učenika	jedinice	desetinke	stotinke
	Lazar	5	6	5
	Aleksandra	5	0	5
	Mario	5	5	6
	Kalina	4	5	9
	Federiko	5	5	
	Mina	4	9	
	Vlatko	4	3	4
	Gergana	4	0	5

Da bih poređao po veličini najprije sam uporedio cijele dijelove decimalnih brojeva i odmah sam znao koji učenici će biti u vrhu spiska. Zatim sam uporedio decimalni dio brojeva sa istim ciljem. Od dva broja sa istim cijelim dijelom, veći je onaj koji ima veći decimalni dio.

Redni broj	Ime učenika	jedinice	desetinke	stotinke
	Lazar	5	6	5
	Mario	5	5	6
	Federiko	5	5	
	Aleksandra	5	0	5
	Mina	4	9	
	Kalina	4	5	9
	Vlatko	4	3	4
	Gergana	4	0	5

Objašnjenje

Da bi mogao lakše i brže da upoređuješ decimalne brojeve, poredi ih po mjesnoj vrijednosti cifara u odgovarajućim pozicijama, počevši s lijeva na desno.



INFORMACIJA



Ako su decimalni brojevi koji se upoređuju sa različitim brojem cijelih, onda je veći onaj koji ima veći broj cijelih.

$$4,37 \square 8,24 \quad 4 < 8 \quad \Rightarrow \quad 4,37 \boxed{<} 8,24$$

Ako decimalni brojevi koji se upoređuju imaju jednak broj cijelih, a različit decimalni dio, onda je veći onaj koji ima veći decimalni dio.

$$2,38 \square 2,29 \quad 2 = 2 \text{ i } 3 > 2 \quad \Rightarrow \quad 2,38 \boxed{>} 2,29$$

Ako dva decimalni broja imaju jednak cijeli dio i jednak decimalni dio, onda su oni jednaki.

$$5,16 \square 5,16 \quad 5 = 5, 1 = 1 \text{ i } 6 = 6 \quad \Rightarrow \quad 5,16 \boxed{=} 5,16$$

Primjer

Uporedi decimalne brojeve:

$$156,21 \square 165,21 \quad 4,1101 \square 4,1011 \quad 1,05 \square 0,15$$

Provjeri da li si razumio

1. Prvo nađi najmanji decimalni broj među brojevima: 0,75; 0,82; 0,67; 0,99; 0,52. Zatim nađi najveći decimalni broj među brojevima: 0,63; 0,98; 0,74; 0,82; 0,57. Na kraju, uporedi najmanji i najveći decimalni broj koje si našao prethodno i odgovori na pitanje: Koji od ova dva decimalna broja je veći? Zašto?

2. Koji razlomak je veći?

$$1,2; 4,5; 3; 3,1; 2,3; 4,25.$$

$$0,1; \frac{7}{8}; 0; 0,4; \frac{3}{4}; 0,14.$$

$$\frac{7}{10}; 1,5; 1,66; 1\frac{3}{5}; 1,7; 0,68.$$

3. Saška, Elena i Ivan su jeli vafle. Saška je pojela $\frac{5}{8}$ svoje vafle,

Elena je pojela $\frac{3}{4}$, a Ivan je pojeo 0,5.

Ko je pojeo najviše, a ko najmanje od svoje vafle?



Vježbaj

1. Uporedi decimalne brojeve:

17,9 18,1 3,003 3,005 1,001 0,999 4 4,00 58,58 58,85

2. Poređaj brojeve po veličini, počevši od najmanjeg.

6,04; 6,1; 6; 6,09; 6,9; 6,99; 6,2; 6,37.

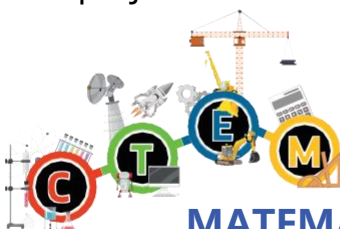
3. Poređaj brojeve po veličini, počinjući od najvećeg

13,518; 0,135; 130,18; 1,301; 1,351; 135,18; 0,130.

4. Na brojevnoj pravi predstavi brojeve:

5,8; $\frac{450}{100}$; 7,2; $\frac{66}{10}$; 8,1; $\frac{9000}{1000}$; 2,200; $\frac{13}{4}$; 1,10000

5. Napravi tabelu prema postignutom rezultatu takmičara koji su učestvovali na turniru u bacanju koplja, ako je takmičar Đatovski bacio 78,25 metara, Petkov je bacio 76,24 metara, Damjanoski je bacio 79,25 metara, Imeri je bacio 77,56 metara i Jokić je bacio 78,91 metar. Ko je pobedio?



MATEMATIKA

Istraživac mjeri brzine dvije različite bakterijske kulture koje rastu u različitim uslovima. Podaci o brzini rasta bakterijskih kultura su date sljedećim decimalnim brojevima:

kultura A: 0,45; 0,82; 0,36; 0,57; 0,63

kultura B: 0,56; 0,64; 0,72; 0,68; 0,59

Nađi kulturu koja ima brzi rast i obrazloži svoj odgovor. Uporedi decimalne brojeve i zaključi koja kultura ima više brojeva koji označavaju brzine rasta. Zašto misliš da ta kultura ima najbrži rast u odnosu na drugu kulturu?



ZELENA MATEMATIKA

Naučnici analiziraju rezultate mjerenja zagađenja vode u tri različite rijeke u jednoj opštini. Rezultati nivoa zagađenja vode su dati sljedećim decimalnim brojevima:

rijeka 1: 0,36; 0,28; 0,41; 0,32; 0,25

rijeka 2: 0,42; 0,36; 0,29; 0,47; 0,38

rijeka 3: 0,29; 0,35; 0,42; 0,33; 0,27

Nađi rijeku koja ima najveće zagađenje vode i obrazloži svoj odgovor. Uporedi decimalne brojeve i zaključi koja rijeka ima najveće brojeve koji označavaju njihove nivoe zagađenja. Zašto smatraš da ta rijeka ima najveće zagađenje vode u odnosu na druge rijeke?



AKTIVNOST

Tema: Najčešće greške pri poređenju decimalnih brojeva i kako da se izbegnu

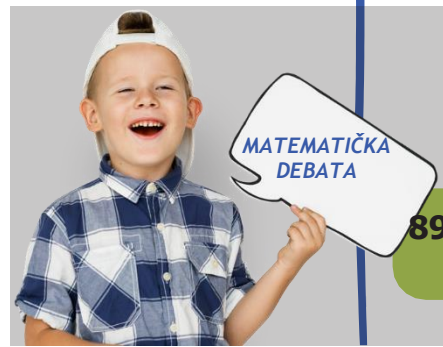
Za:

- 1: **Greške u prepoznavanju broja decimala:** Učenici često prave greške u prepoznavanju broja decimala kada se porede decimalni brojevi. Na primjer, mogu da pogriješe pri prepoznavanju broja decimala dva broja, što može da vodi do netačnih poređenja.
- 2: **Greške u čitanju decimalnih cifara:** Učenici mogu da naprave greške u čitanju decimalnih cifara, posebno kada se radi sa velikim brojevima sa mnogo decimala. Na primjer, mogu da prepoznaju 0,05 kao 0,5, što može da dovede do netačnih poređenja.
- 3: **Greške u poređenju malih promjena u decimalnim dijelovima:** Učenici mogu da imaju teškoće u prepoznavanju malih promjena u decimalnim dijelovima pri poređenju decimalnih brojeva. Na primjer, mogu da ne zabeleže mnogo male promjene za 0,001 ili za 0,0001, što može da dovede do netačnih poređenja.

Protiv:

- 1: **Pažljivo čitanje i provjera:** Učenici mogu da izbegnu greške u prepoznavanju brojeva na decimalama pažljivim čitanjem brojeva i provjerom broja decimala prema poređenju.

AKTIVNOST SE NASTAVLJA ...



AKTIVNOST (se nastavlja)

- 2: **Vježba i trening:** Učenici mogu da poboljšaju svoje sposobnosti poređenja decimalnih brojeva preko vježbe i treninga. Vježbanje redovnih matematičkih zadataka i primjera koji uključuju poređenje decimalnih brojeva može da pomogne učenicima da razviju svoju vještinu preciznog poređenja.
- 3: **Razumjevanje koncepta decimalnih brojeva:** Važno je da učenici razumiju koncept decimalnih brojeva i kako se radi sa njima. Ako razumiju kako funkcionišu decimalni brojevi, učenici mogu da izbjegnu greške u poređenju.
- 4: **Korištenje vizuelnih pomoćnih sredstava:** Učenici mogu da koriste vizuelna pomoćna sredstva, kao na primjer grafičke prikaze ili dijagrame, da bi vizualizirali poređenje decimalnih brojeva i da izbjegnu greške.
- 5: **Provjera:** Učenici treba da se naviknu da provjeravaju svoja rješenja i da isprave greške prije nego što ih prilože kao finalna. Pregled njihovih rješenja i upotreba kalkulatora za provjeru ili druge alatke može da pomogne da se izbjegnu greške pri poređenju decimalnih brojeva.

Tok debate:

Protivnik 1: Argumentuj greške u prepoznavanju broja decimala i njihove moguće posledice.

Protivnik 2: Argumentuj greške u čitanju decimalnih cifara i njihove moguće posledice.

Protivnik 3: Argumentuj greške u poređenju malih promjena u decimalnim dijelovima i njihove moguće posledice.



Vrijeme za odgovore protivnika i za međusobno debatiranje.

Vrijeme za zaključak i rezime debate, uključujući i najvažnije argumenti i zaključke iz debate.

Mogu da pokušaju da identifikuju najznačajnije greške koje mogu da se jave pri poređenju decimalnih brojeva, kako na primjer greške u čitanju i prepoznavanju broja decimalnih cifara, greške u poređenju malih promjena u decimalnim dijelovima, i mogućim posledicama takvih grešaka. Zaključak može da istakne značenje vježbanja, treninga i razumjevanje koncepta decimalnih brojeva za izbjegavanje grešaka pri poređenju i za tačno i precizno računanje sa decimalnim brojevima.

- Debata može da bude strukturirana, sa tačno određenim vremenom za svakog debataru kako bi izneo svoje stavove, i da se pruži mogućnost svim učesnicima da izraze svoja mišljenja i zaključke. Nastavnik može da vodi debatu i da kontroliše vrijeme, da postavlja pitanja i da održava red u debati.
- Cilj ove debate je da podstakne učenike da razmišljaju i da argumentiraju moguće greške pri poređenju decimalnih brojeva, da ih podstakne da razvijaju kritičku misao i da steknu duboko razumjevanje ovog matematičkog koncepta.



Procenat je matematički pojam koji se koristi da bi se izrazio dio cijelog u odnosu na Riječ „procenat” potiče od latinskog izraza „per centum” što bukvalno znači „po sto” ili „za sto”.

Koncept procenta ima dugu istoriju i sreće se u različitim kulturama i vremenskim periodima. U Starom Egiptu, oko 2000. godine pr. n. e., računanje poreza uključivalo je upotrebu procenata. U drevnom Rimskom Carstvu, procenat je korišten za finansijske transakcije i kredite.

Ipak, sa vremena upotreba procenta u Evropi vuče korjene iz 15. vijeka. Italijanski matematičar Filipo Bergamo (Fibonacci) je uveo koncept procenta u svojoj knjizi „Liber abaci” (1202. godine) gde je prikazao različite primjere procenata i njihovu upotrebu u trgovini.

U 17. i 18. vijeku, procenata se razvio kao važan koncept u oblasti finansija, investicija, kredita i u sferi ekonomije uopšte.

Da nas je procenat univerzalno korišten i važan matematički pojam u različitim oblastima svakodnevnog života, uključujući finansije, ekonomiju, bankarstvo, statistiku, promet, nauku i mnoge druge. Procenti se koriste da se izračunaju procenti rasta ili smanjenje, da bi se poredili i analizirali podaci i da bi se donosile odluke u različitim kontekstima.

NAUČIT ĆEŠ:

- Da pretvaraš razlomke u procenante.
- Da pretvaraš procenat u razlomak.



ZA PODSJEĆANJE

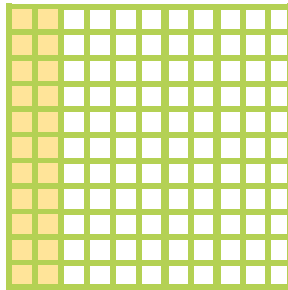
Možeš li da kažeš na koliko jednakih dijelova je podijeljena cjelina ako je dio nje predstavljen:

- a) razlomkom? b) decimalnim brojem? c) procentom?



Primjer

- Koji razlomak predstavlja obojeni dio kvadratne mreže?
- Koji decimalni broj predstavlja obojeni dio kvadratne mreže?
- Koliko procenata kvadratne mreže je obojeno?

**Rješenje**

- Obojeni dio kvadratne mreže je jedan od pet jednakih dijelova na koje je podijeljen kvadrat. Njemu odgovara razlomak $\frac{1}{5}$.
- Ovaj razlomak dijeljenjem brojioca i imenioca može da se predstavi kao decimalni broj: $1 : 5 = 0,2$.
- Ovaj razlomak, proširen prirodnim brojem 20, postaje razlomak koji izražava broj stotinki: $\frac{20}{100}$.
- Broj stotinki daje procenat obojenom dijelu kvadratne mreže: 20 stotinki 20%.

INFORMACIJA

Procentom se izražava stoti dio cijelog.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Primjer

Procenti 2 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 75 % i 100 % pretvoreni u neskratljive razlomke biće:

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}, \quad 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}, \quad 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}, \quad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4},$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, \quad 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

1. Zapiši razlomke u procentima: a) $\frac{13}{100}$; b) $\frac{8}{100}$; v) $\frac{2}{5}$; r) $\frac{3}{25}$

2. Zapiši razlomkom procenat: a) 6 %; b) 17 %; c) 125 %; č) 200 %

3. Kiril je potrošio 25 % novca.

Koliko procenata novca mu je ostalo?



Vježbaj

1. Svaki razlomak poveži sa procentom koji mu odgovara.

$\frac{8}{25}$	$\frac{23}{100}$	$\frac{33}{50}$	$1\frac{2}{100}$	$\frac{30}{10}$
102%	32%	300%	23%	66%

2. Zapiši količinu razlomkom, a zatim ga pretvori u procenat.

- Od 25 bombone u kutiji, ostale su samo 6.
- Od 32 učenika u odeljenju, 8 su odlični.
- U školskom dvorištu ima 25 borova od ukupno 75 stabala.
- Od 3600 denara ostalo mi je samo 900 denara.
- Pišu samo 14 od 70 flomastera.

3. U poslastičari ima 25 % eklera, $\frac{7}{10}$ indijanki i 0,05 padobranaca.

Koristi pretvaranje u razlomke, a zatim u procenat, i poređaj ih po količini, po veličini počevši od najveće.

RAZLOMAK KAO PROCENAT

NAUCIT ĆEŠ:

Šta je procenat

Da pretvoriš razlomke u procenat

Da pretvaraš procenat u razlomak.



ZA PODSJEĆANJE

Možeš li da kažeš na koliko jednakih delova je podijeljena cjelina, ako je dio predstavljen:

- a) razlomkom, b) decimalnim brojem, c) procentom.

INFORMACIJA



Procentom se izražava stoti dio cijelog.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Primjer

- Koji razlomak predstavlja obojeni dio kvadratne mreže?
- Koji decimalni broj predstavlja obojeni dio kvadratne mreže?
- Koliko procenata kvadratne mreže je obojeno?



Rješenje

- Obojeni dio kvadratne mreže je jedan od pet jednakih dijelova na koje je podijeljen kvadrat. Njemu odgovara razlomak $\frac{1}{5}$.
- Ovaj razlomak dijeljenjem brojioca i imenioca može da se predstavi kao decimalni broj: $1 : 5 = 0,2$.
- Ovaj razlomak, proširen prirodnim brojem 20, postaje razlomak koji izražava broj stotinki: $\frac{20}{100}$.
- Broj stotinki daje procenat obojenog dijela kvadratne mreže: 20 stotinki $\rightarrow$ 20 %.



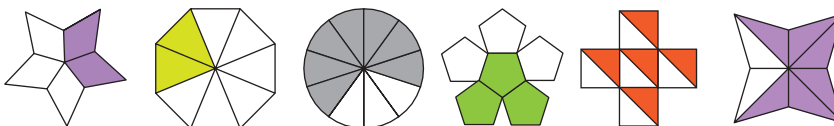
Procenti 2 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 75 % i 100 % pretvoreni u neskratljive razlomke biće:

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}, \quad 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}, \quad 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}, \quad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4},$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, \quad 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Provjeri da li si razumio

1. Odredi koliki procenat predstavlja obojeni dio svakog oblika:



2. Zapiši razlomke u procentima:

a) $\frac{13}{100}$; b) $\frac{8}{100}$; c) $\frac{2}{5}$; č) $\frac{3}{25}$

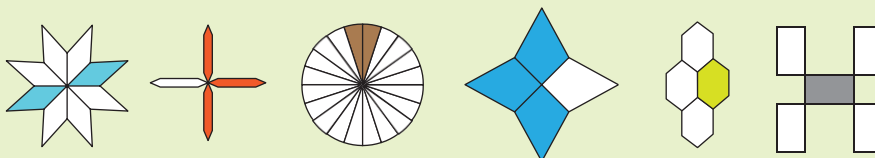
3. Zapiši u razlomcima procenat:

a) 6%; b) 17%; c) 125%; č) 200%

4. Kiril je potrošio 25 % novca. Koliko procenata novca mu je ostalo?

Vezbaj

1. Odredi koliki procenat predstavlja obojeni dio svakog oblika:



2. Svaki razlomak poveži sa procentom koji mu odgovara.

$$\frac{8}{25}$$

$$\frac{23}{100}$$

$$\frac{33}{50}$$

$$1\frac{2}{100}$$

$$\frac{30}{10}$$

$$102\%$$

$$32\%$$

$$300\%$$

$$23\%$$

$$66\%$$

3. Zapiši kolicinu razlomkom, a zatim ga pretvori u procenat.

- Od 25 bombona u kutiji, ostalo je samo 6.
- Od 32 učenika u odjeljenju, 8 su odlični.
- U školskom dvorištu ima 25 borova od ukupno 75 stabala.
- Od 3600 denara ostalo mi je samo 900 denara.
- Pišu samo 14 od 70 flomastera.



4. Dopuni:

30 e % od 120

35 e % od 250

156 e % od 520.



5. Marko je prošao jednu četvrtinu puta. Još koliko procenata mu je preostalo od puta?

6. Mina je pojela 20 % pice, još koliki dio joj je ostao da pojede?



7. U poslastičari ima 25 % eklera, $\frac{7}{10}$ indijanki i 0,05 padobranaca. Koristi pretvaranje u razlomke, a zatim u procenat, i poredaj količine po veličini, počevši od najveće.



NAUČIT ĆEŠ:

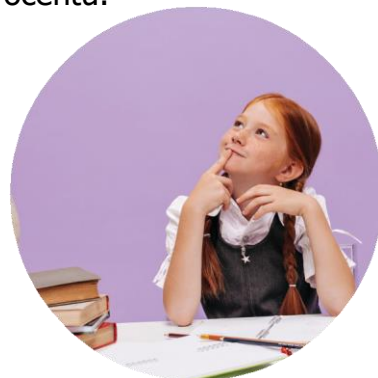
- Da određuješ koliko iznosi procenat date količine
- Da odrediš od koje količine je izračunat iznos prema datom procentu.



ZA PODSJEĆANJE

Šta je procenat?

Koliko procenata iznosi jedno cijelo?



Primjer

Erdžan je uštedio 2400 denara. On želi 20 % svog novca da donira za liječenje svog bolesnog druga iz odjeljenja. Koliko novca treba da odvoji od svoje uštede?

Rješenje

Cjelina iznosi 2400 denara ili 100 %.

Prvi način: postepenim približavanjem iznosu od 16 %.

- Za bolju preglednost koristi se tabela.
- U tabeli dozvoljene operacije su množenje redova i sakupljanje kolona.

Drugi način: preko nalaženja iznosa 1 %.

- Da bismo odredili koliko iznosi 16 %, prvo treba da odredimo koliko iznosi 1 %.
- 1 % je 100 puta manje od 100 %. Znači ako podijelimo $2400 : 100 = 24$, dobijamo iznos 1 %. kolona.
- Da bismo dobili iznos od 16 % treba samo da pomnožimo $16 \cdot 24 = 384$.
- Erdžan će za liječenje bolesnog druga donirati 384 denara.

Broj reda	Denara	Procenta	Operacija
1	2400	100	
2	240	10	Red 1 umanjen 10 puta
3	120	5	Red 2 umanjen 2 puta
4	24	1	Red 1 umanjen 100 puta
5	384	16	Zbir reda 2, 3 i 4

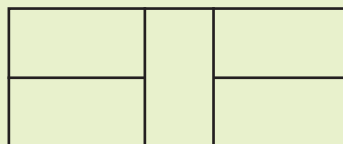
Proveri da li
si razumio

1. Koliko iznosi 20 % od 90 metara?
2. Od 80 djece, 25 % je ____.
3. 65 % je ____ grama od 900 grama.
4. Šta je veće 30 % od 40 ili 40 % od 30?



Vježbaj

1. Oboj 40 % datog oblika.



2. Dopuni:

Ako 10 % od 50 je ____, onda je 20 % od 50 ____.

Ako 10 % je 15, onda 30 % je ____.

Ako 1 % je 4, onda 100 % je ____.

Ako 40 % je 56, onda 100 % je ____.

3. Izračunaj iznos procenta za svaku količinu u tabeli.

	20%	50%	70%	30%	10%
2060					
700					
990					
1400					

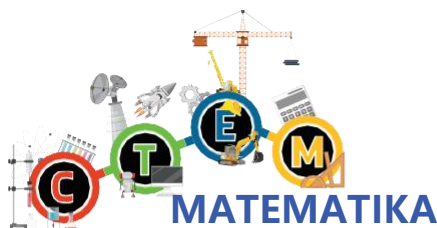
4. Koliko je:

- 99 % od 200,
- 11 % od 300,
- 5 % od 500,
- 95 % od 400?

5. Od svih knjiga na polici 15 % iz žanra naučne fantastike i ima ih 45.
Koliko knjiga ima na polici?

6. Ako je 45 % nekog broja 540, onda koliko će biti 65 % istog broja?





MATEMATIKA

1. U laboratoriji se radi na istraživanju lijeka protiv raka. Pretpostavka je da će lijek biti efikasan na 60 % slučajeva. Ako se prijavilo 200 dobrovoljaca, koliko njih treba da bude uspješno testirano ovim lijekom da bi se dobio reprezentativni primjerak?
2. U određenom gradu, 35 % djece mlađe od 18 godina ima alergije. U jednom odjeljenju sa 30 učenika, koliko učenika sa alergijom možemo da očekujemo?
3. Ako se broj zaraženih opasnim virusom u jednoj zemlji poveća za 30 % u odnosu na prošlu nedjelju, a prošle nedjelje broj je iznosio 500, koliko novozaraženih ima?



TEMA 1

EKONOMSKA MATEMATIKA:

Na zelenoj pijaci ove sezone grašak je sa popustom od 30%, što znači da je cijena umanjena za 3, 5 denara po kilogramu. Koliko je iznosila osnovna vrijednost graška prije popusta?



ZELENA MATEMATIKA

U jezeru ima 5000 litara vode, što je 40 % kapaciteta jezera. Koliko litara može stati u jezeru?



AKTIVNOST

Tema: Šta je bolje primjeniti pri računanju dijela cijelog: razlomak ili procenat?

Uvod: Opišite temu debate i izložite osnovne koncepte dijela cijelog, razlomke i procenat.

Predstavljanje argumenata

a) O upotrebi razlomaka: Objasnite zašto razlomci mogu da budu efektivni za računanje dijela cijelog i dajte primjere kako mogu da budu korisni u različitim situacijama. Podržite svoj argument primjerima i ilustracijama.

b) O upotrebi procenata: Objasnite zašto procenti mogu da budu efektivni za računanje dijela cijelog i dajte primjere kako mogu da budu korisni u različitim situacijama. Podržite svoj argument primjerima i ilustracijama.

Kontra argumenti:

a) Protiv upotrebe razlomaka: Iznesite razloge zbog kojih razlozi mogu da budu problematični i objasnite u kojim situacijama mogu da se jave greške. Podržite svoj argument primjerima i ilustracijama.

b) Protiv upotrebe procenata: Iznesite razloge zbog kojih procenti mogu da budu problematični i objasnite u kojim situacijama mogu da se jave greške. Podržite svoj argument primjerima i ilustracijama.

Rasprava: Diskusija i razmjena mišljenja između protivnika debata. Postavljajte pitanja, komentarišite i dajte dodatne dokaze.

Zaključak: Sumirajte argumente i kontra argumente i objasnite svoj zaključak. Podržite najsnažnijim dokazima i ilustracijama.



NAUČIT ĆEŠ:

Šta je razmjer.

Da dijeliš cijelo na dijelove u saodnosu koji ćeš uočiti ili prema nekom svojstvu dijelova.

Da određuješ dio cijelog.

INFORMACIJA



U užem smislu, razmjera je saodnos između dva ili više sastavnih dijelova jedne celine. Svi sastavni dijelovi sačinjavaju cjelinu. Saodnos dijela i cjeline naziva se dio cijelog. U širem smislu, razmjera je saodnos između dvije ili više istorodne veličine.

Primjer

U odjeljenju se glasa za izbor filma za projekciju. Učenici treba da izaberu između dokumentarnog i animiranog filma. Od njih 12 je glasalo za dokumentarni film, a 18 je glasalo za animirani film. Nije bilo uzdržanih učenika.

- Koliko učenika je glasalo za izbor filma?
- Koji je saodnos učenika koji su glasali za dokumentarni? prema učenicima koji su glasali za animirani film?
- Koliki dio učenika je glasalo za dokumentarni film?
- Koliki dio učenika je glasalo za animirani film?

Rješenje

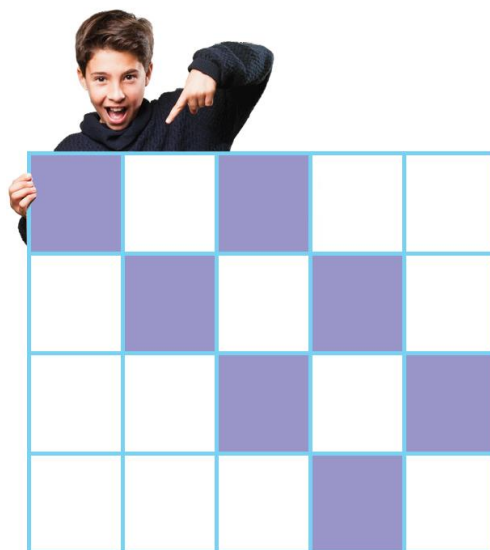
- Glasalo je $12+18=30$ učenika.
- Glasovi za dokumentarni (D) prema animiranom (A) filmu su 12 prema 18. Zapisujemo $D : A = 12 : 18$. Kažemo da je razmjera $12 : 18$.
- Za dokumentarni film glasalo je 12 od 30 učenika. Znači dio glasova za dokumentarni film od svih glasova je $12 : 30$.
- Dio glasova za animirani film je $18 : 30$.



Proveri da li
si razumio razumeo

Zapiši razmjerom

- Broj obojenih prema broju na neobojenih polja na slici.
- Dio neobojenih polja na slici.



INFORMACIJA



Razmjer je količnik dva prirodna broja. Ovaj količnik može da se zapiše i u vidu razlomka. Dovođenje ovog razlomka naziva se uprošćavanje razmera.

$$A : B = 12 : 18 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} = 2 : 3$$

Provjeri da li
si razumio

1. Pretvori razmjere u razlomke, a razlomke u razmjere:

$$5 : 6 = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{7}{11} = \quad : \quad$$

$$8 : 14 = \frac{\quad}{\quad}$$

2. Uprosti razmjere:

$$4 : 6, \quad 3 : 15, \quad 12 : 64, \quad 65 : 130$$

INFORMACIJA



Razmjer koji može da se uprosti i njegov uprošćeni razmjer imaju jednaku vrijednost. Ova jednakost razmjera naziva se proporcija. Proširivanjem ili skraćivanjem jednog razmjera pravimo proporcionalno povećanje ili smanjenje veličina u razmjeri.

Primjer

Ako 3 kilograma jabuka košta 90 denara, onda koliko denara košta 8 kilograma jabuka?

Rješenje

Razmjer mase jabuka je jednak sa razmjerom cene jabuka. Zadatak može da se riješi na nekoliko načina:

$$3 : 8 = 90 : \square$$

a) Preko proširivanja i kraćenja razmjera: $3 : 8 = 90 \overset{1:30}{:} 240$

b) Unitarnim metodom, preko otkrivanja iznosa jediničnog dijela:

- Da bismo otkrili koliko denara košta 1 kg jabuka, podijelićemo $90 : 3 = 30$ i otkrićemo da 1 kg jabuka košta 30 denara.
- Da bismo otkrili koliko denara košta 8 kg jabuka, pomnožit ćemo $8 \cdot 30 = 240$ otkrit ćemo da 8 kg jabuka staje/košta 240 denara.

c) Primjenom proporcionalnog razmišljanja:

Broj reda	Jabuka (kg)	Cena (den.)	Operacija
1	3	90	
2	1	30	Red 1 umanjen 3 puta
3	9	270	Red 1 povećan 3 puta
4	8	240	Red 3 umanjen za red 2

Primjer

Dominik želi da napravi palačinke za sebe i svoje drugove. On će koristiti recept svoje bake, prema kome, da bi napravilo 10 palačinki potrebne su mu sljedeće namirnice:

- 1 jaje
- 100 ml gazirane vode
- 1/2 kašičica šećera
- 150 ml mlijeka
- 1/4 kašičica soli
- 10 kašika brašna
- malo ulja za podmazivanje tave.



Po koliko namirnica će biti potrebno Dominiku, ako on i njegovih 7 drugova žele da pojedu po a) 2, b) 3, v) 4 ili g) 5 palačinki? Po koliko palačinki treba da ima za svakoga, da bi Dominik imao najbolju iskorišćenost namirnica?

Rješenje

Dominik i njegovi drugovi su ukupno 8 lica. Znači treba da se naprave

a) 16, b) 24, c) 32 ili č) 40 palačinki.

Da bi se riješio ovaj zadatak najbolje je da se upotrijebi tabela za organizaciju rješenja.

Broj reda	Broj palačinki	Jaja (broj)	Šećer (kašičica)	So (kašičica)	Gazirana voda (ml)	Mlijeko (ml)	Operacija
1	10	1	$\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{1}{4}=0,25$	100	150	Red 1 umanjen 10 puta
2	1	0,1	0,05	0,025	10	15	Red 1 umanjen 10 puta
3	5	0,5	0,25	0,125	50	75	Red 2 uvećan 5 puta
4	16	1,6	0,75	0,4	160	240	Zbir reda 1,2 i 3
5	20	2	1	0,5	200	300	Red 1 uvećan 2 puta
6	4	0,4	0,2	0,1	40	60	Red 3 umanjen sa redom 1
7	24	2,4	1,2	0,6	240	360	Red 5 uvećan sa redom 6
8	32	3,2	1,5	0,8	320	480	Red 4 uvećan 2 puta
9	40	4	2	1	400	600	Red 6 uvećan 10 puta

Najbolja iskorišćenost namirnica postići će se sa 40 napravljenih palačinki. Svako će dobiti po 5 palačinki.



Provjeri d li
si razumio

1. Kada Sandra vozi svoj bicikl na keju, za 60 minuta prelazi 18 kilometara, kada vozi u saobraćaju, za 1 sat prelazi 12 kilometara, a kada vozi na brzo za 10 minuta prelazi 1,2 kilometar. Znajući ovo popuni tabel:

Na keju	
Vrijeme (min.)	Udaljenost (km)
5	
10	
30	
45	
60	18

U saobraćaju	
Vrijeme (min.)	Udaljenost (km)
0,5	
1	12
3	
4,5	
8	

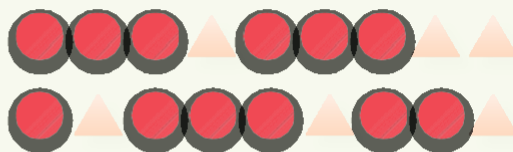
Na brdu	
Vrijeme (min.)	Udaljenost (km)
10	1,2
15	
30	
45	
60	



Vježbaj

1. Razgledaj crtež desno i zatim:

- Odredi razmjer trouglova prema krugovima.
- Zapiši razmjer uprošćenom formom.



2. Za vreme ekološke akcije u školskom dvorištu zasađeno je 36 stabala zimzelenog drveća i 24 stabala listopadnog drveća.

- Koliko stabala je zasađeno?
- Koji je razmer listopadnog prema zimzelenom drveću?
- Koliki je dio zimzelenog drveća?
- Koliki je dio listopadnog drveća?



3. U jednom odjeljenju učenici treniraju tri sporta: fudbal, rukomet i odbojku. Njihov broj je dat u tabeli. Odredi sledeće razmere:

- a) muški : ženski
 b) odbojkašice : odbojkaši
 c) fudbal : odbojka
 č) odbojka : rukomet

	Fudbal	Rukomet	Odbojka
Muški	5	6	4
Ženski	0	5	8

4. Dopuni proporciju

$$32 : \boxed{} = 12 : 24,$$

$$30 : 36 = 5 : \boxed{},$$

$$\boxed{} : 6 = 4 : 3,$$

$$12 : 18 = \boxed{} : 6$$

5. Jedan automobil za 12 časa prelazi 720 kilometara. Koliko kilometara će preći za 15 časova, krećući se istom brzinom?

6. Na podu su poređane crne i bijele pločice sa razmjerom 3 : 4. Koliko crnih pločica je poređano ako znaš da je bijelih 56?



7. Teta Maja pravi veoma ukusne i zdrave kolače. Njen recept za 4 osobe sastoji se od:

- 100 gr biskviti/keksa
- 100 gr šećera u prahu
- 50 gr mljevenih lešnjaka
- 50 gr suvih šljiva
- 1 kašike meda
- 1/2 kašičice cimeta
- 2 crne čokolade

Odredii koja količina će biti potrebna ako treba da napravi kolačiće za 15 osoba?



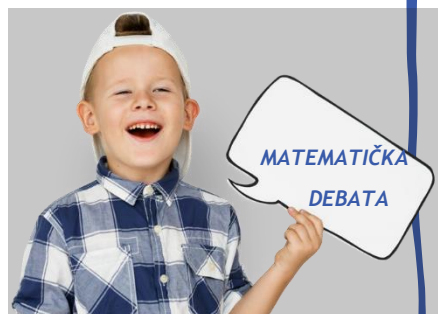
AKTIVNOST

Tema: Da li svi predmeti imaju istu razmeru između dužine, širine i visine?

Suprostavljjeni stavovi:

- 1: Da, svaki predmet ima isti razmjer između dužine, širine i visine, jer su proizvedeni istom tehnologijom i prate iste standarde za dimenziju.

AKTIVNOST SE NASTAVLJA...



AKTIVNOST (se nastavlja)

2: Ne, različiti predmeti imaju različite proporcije između dužine, širine i visine, jer se proizvode za različite namjene i treba da ispunjavaju različite standarde za dimenziju.

Nekoliko mogućnosti za argumente:

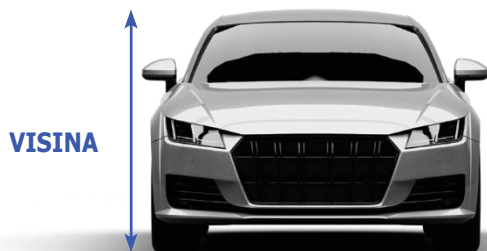
Za:

- Sve knjige imaju približno isti razmjer, jer mora da imaju dovoljno veliku površinu za tekst i dovoljno malu dužinu da može da se čita sa lakoćom.
- Sve kutije za hranu imaju približno isti razmjer dimenzija, jer mora da budu kompaktni da mogu da se stave u frižider ili da se lako prenose.
- Svi bicikli imaju približno ist razmjeru, jer mora da budu balansirani i da se voze lako i stabilno.

Protiv:

- Kompjuteri imaju različite proporcije između dužine, širine i visine, jer treba da ispune različite potrebe i da budu dizajnirani za različite vrste korisnika.
- Namještaj ima različite proporcije između dužine, širine i visine, jer treba da se prilagodi različitim prostorijama i različitim potrebama korisnika.
- Automobili imaju različite proporcije između dužine, širine i visine, jer treba da se prilagode različitim potrebama vozača i različitim uslovima puta.

Na primer, automobili sa većom dužinom mogu da ponude više prostora za putnike i prtljag, ali mogu da budu izdržljiviji za parkiranje ili manevrisanje u gradskim uslovima. Slično, automobili sa većom širinom mogu da budu stabilni pri vožnji visokom brzinom, ali mogu da imaju manje prostore za parkiranje ili manevrisanje u gradskim uslovima.



2

$=h$

$\%$

$\%$

$\%$



$A+$



Geometrija



Tema Geometrija



U temi Geometrija produbićeš znanja o 2D oblicima u ravni (duž, ugao, krug, mnogougao) i 3D oblicima u prostoru (prizma, piramida i cilindar). Svi objekti u tvom svakodnevnom okruženju su neka vrsta geometrijskog oblika. Različiti geometrijski oblici imaju svoja svojstva. Njihovo poznavanje omogućava da precizno konstruišemo i rješavamo probleme u svakodnevnom kontekstu. Arhitektura, dizajniranje, grafički dizajn, kretanje robota – primjenjuju geometriju. Za uspješan rad potreban ti je geometrijski pribor.



REZULTATI UČENJA

1. da rješavaš probleme iz svakodnevnog konteksta upotrebom pojmova duž i ugao;
2. da koristiš pojmove kružnica, krug, uzajamni položaj kružnice sa tačkom, prava i kružnica, u svakodnevnom kontekstu;
3. da rješavaš probleme iz trougla upotrebom pojmova: ortocentar, težište, upisana i opisana kružnica i zbir uglova u trouglu;
4. da opisuješ i crtaš mreže 3D oblika (prizma, piramida i cilindar);
5. da koristiš promjenu položaja mnogougla sa osnom simetrijom, translacijom ili rotacijom za 900 oko jednog njegovog temena u svakodnevnom kontekstu.

SODRZINI

1. Duž i ugao
2. Krug
3. Mnogougao
4. Veza između 2D i 3D oblika
5. Položaj smer i kretanje



Pojmovi:

Simetrala duži, simetrala ugla, grafičko i aritmetičko sabiranje duži, susjedni uglovi, uporedni uglovi, unakrsni uglovi, komplementni i suplementni uglovi, kružnica, centar kružnice, krug, radijus, dijametar, tetiva, broj dijagonala mnogougla, visina trougla, ortocentar, težišna linija, težište, simetrala ugla i simetrala strane kod trougla, upisana i opisana kružnica, unutrašnji i spoljašnji uglovi trougla, mreža cilindra, centar rotacije, ugao rotacije, original, slika.

NAUČIT ĆEŠ:

- Da određuješ i da upoređuješ dužinu duži.

Šta je Duž?

Duž je dio prave ograničen sa dvije krajnje tačke.

Duži mogu da se označavaju i malim latiničnim slovima (a, b, c, d, e, f,...).

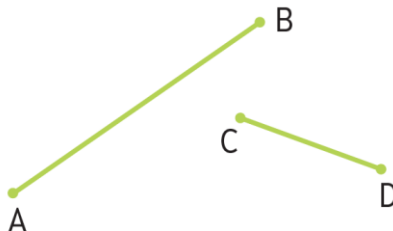


Dužinu duži $\overline{PQ}$ možemo tri puta da nanesimo na dužinu duži $\overline{AB}$. Možemo da kažemo da mjerni broj dužine duži $\overline{AB}$ u odnosu na dužinu duži $\overline{PQ}$ je 3 ili kratko pišemo:

$\overline{AB} = 3 \overline{PQ}$ ili $\overline{AB} > \overline{PQ}$

Primjer

Nacrtaj proizvoljne duži AB i CD, izmjeri njihove dužine i uporedi ih.



$\overline{AB} = ?$

$\overline{CD} = ?$

Rješenje

Rješenje: Merimo duži $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ lenjirom, $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{CD} = 2$ cm zapisujemo $\overline{AB} > \overline{CD}$.

Nacrtaj proizvoljne duži $\overline{MN}$ i $\overline{FG}$, izmjeri ih i uporedi njihovu dužinu.

Provjeri da li si razumio

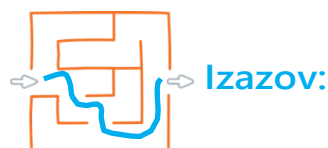
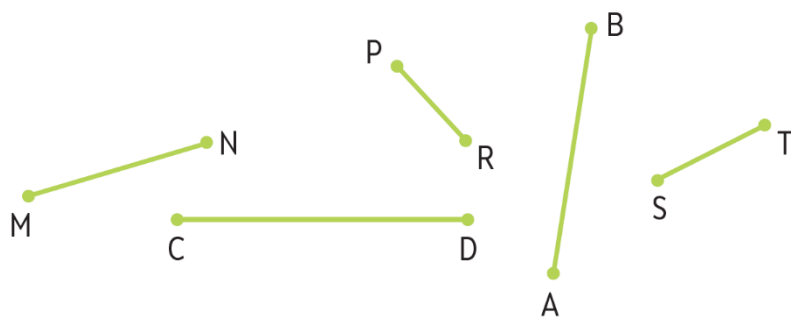
Vježbaj

1. Nacrtaj proizvoljnu duž $\overline{MN}$, izmjeri je lenjirom i zapiši njenu dužinu.

2. Nacrtaj duž $\overline{AB} = 7$ cm.

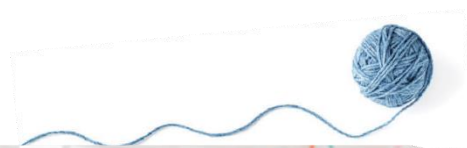


3. Izmjeri dužinu duži na crtežu, zapiši dužine duži i uporedi ih. Koja duž ima najveću dužinu, odnosno koja duž ima najmanju dužinu?



1. Pomoću konca izmjeri i uporedi dužinu sa širinom poda u tvojoj učionici.

2. Izmjeri dužinu nekoliko predmeta u učionici, zapiši njihovu dužinu i uporedi izmjerene dužine.



NAUČIT ĆEŠ:

Da sabiraš i da oduzimaš duži (grafički i aritmetički).



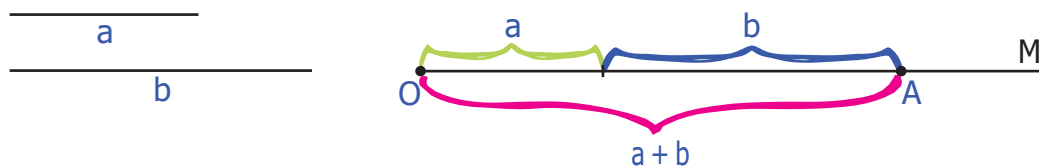
Graficko sabiranje i oduzimanje duži radi se crtanjem. Ime dolazi od grčke riječi „grafo” - pišem, crtam.

Primjer

Saberi duži a i b (grafički).

Rješenje

Na slici su predstavljene dužine duži a i b. Na polupravi OM iz tačke O prenosimo dužine duži a i b tako što ih nadovezujemo jednu do druge i tako dobijamo dužinu OA tj. dobili smo grafički zbir duži a i b.



Zapisujemo $\overline{OA} = a + b$

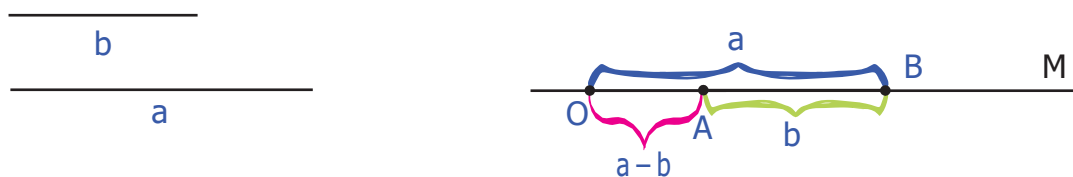
Napomena: Na isti način možemo da saberemo tri ili više duži.



a. Oduzmi duži a i b (graficki).

Rješenje

Na slici su predstavljene dužine duži a i b. Na polupravi OM iz tačke O prenosimo dužinu duže duži a, zatim prenosimo dužinu duži b iz krajnje tačke duži a, tako što kraj duži a je početak duži (prenosimo sa desna na lijevo) i tako dobijamo dužinu duži OA ili smo dobili grafičku razliku duži a i b.



Zapisujemo $\overline{OA} = a - b$

b. Date su duži $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ i $\overline{MN} = 2 \text{ cm}$, da izračunamo aritmetički njihov zbir i razliku.

Rješenje

$$\overline{AB} + \overline{MN} = 5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} - \overline{MN} = 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

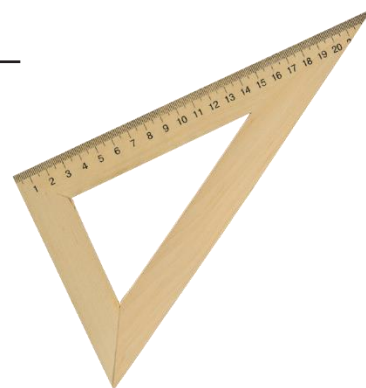
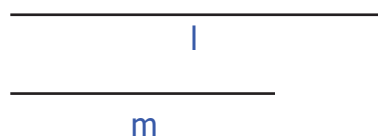
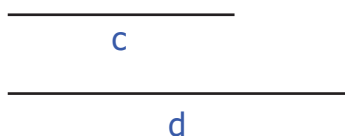
1. Odredi zbir ili razliku duži na slici, grafički:

a) $d - c$

b) $c + d$

c) $m + l$

č) $l - m$



2. Date su duži $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$ i $\overline{MN} = 6 \text{ cm}$.

3. Izračunaj zbir i razliku duži $\overline{AB}$ i $\overline{MN}$.

a) grafički

b) aritmetički

Vježbaj

1. Nacrtaj dvije proizvoljne duži f i g . Izračunaj njihov zbir grafički i aritmetički.



NAUČIT ĆEŠ:

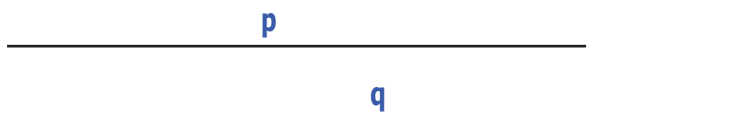
Da crtaš paralelne i normalne prave geometrijskim priborom.



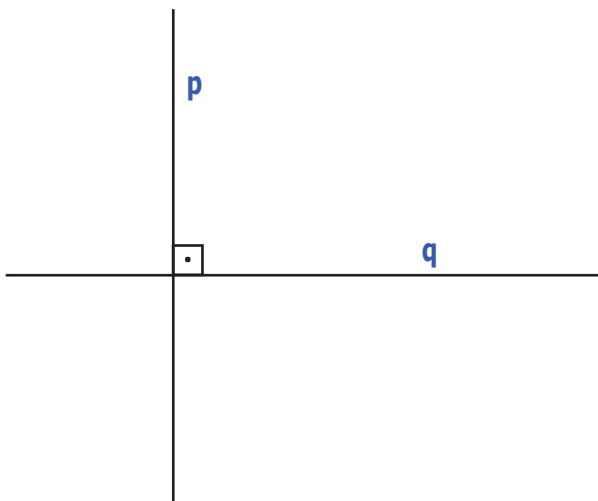
Prave p i q koje nemaju zajedničku tačku nazivaju se

paralelne prave i označavamo ih

$p \parallel q$, (čitamo prava p je paralelna sa pravom q), znak $\parallel$ - čita se: „**je paralelan sa**“.



Prave p i q koje se seku i formiraju ugao od 90° sa temenom u presečnoj tački nazivaju se **normalne prave** i označavamo ih $p \perp q$, znak $\perp$ - se čita: „**je normalan sa**“.

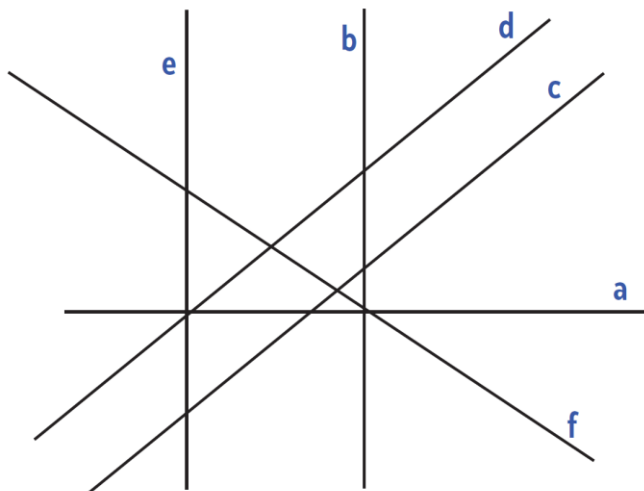
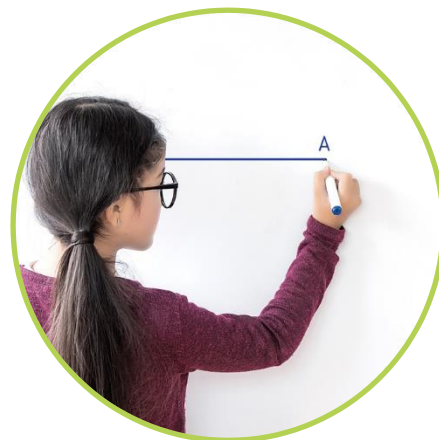
**Napomena**

Za crtanje paralelnih linija možemo koristiti dva trougla.

Za crtanje normalnih linija koristimo trogao koji postavljamo pod pravim uglom u određenoj tački od jedne prave i crtamo drugu pravu.

Vježbaj

1. Za koje prave kažemo da su paralelne prave?
2. Za koje prave kažemo da su normalne prave?
3. Ako su prave a i b paralelne prave, kako ih označavamo?
4. Ako su prave a i b normalne prave, kako ih označavamo?
5. Nacrtaј proizvoljnu pravu a , zatim pomoću trougla, nacrtaј pravu b koja je normalna njoj.
6. Nacrtaј proizvoljnu pravu a , zatim nacrtaј nekoliko prava koje su paralelne njoj.
7. Prema crtežu odredii:



Paralelne prave su:
Normalne prave su:

NAUČIT ĆEŠ:

- Da definišeš i da crtaš simetralu duži.

Simetrala duži je prava s koja prepolovljava duž $\overline{AB}$ normalna je njoj.

Primjer

Nacrtaj simetralu duži AB.

Rješenje

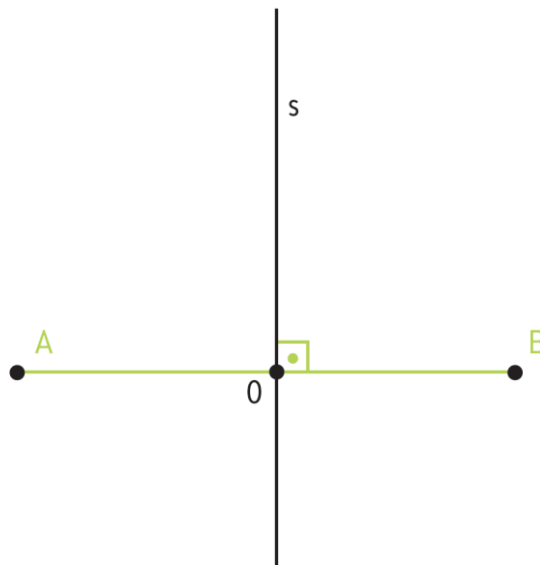
Crtamo duž AB. Određujemo srednju tačku O na duži AB, pomoću lenjira.

Kroz tačku O provlačimo pravu s, normalnu duži AB (sa pravim uglom trougla). Prava s dijeli duž na dva jednaka dijela i normalna je duži AB.

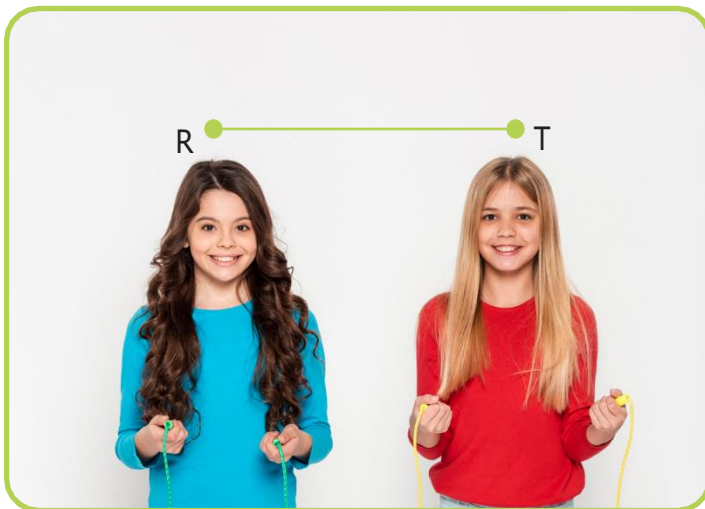
$$\overline{AO} = \overline{OB} \text{ i } s \perp \overline{AB}$$

Pravu s nazivamo

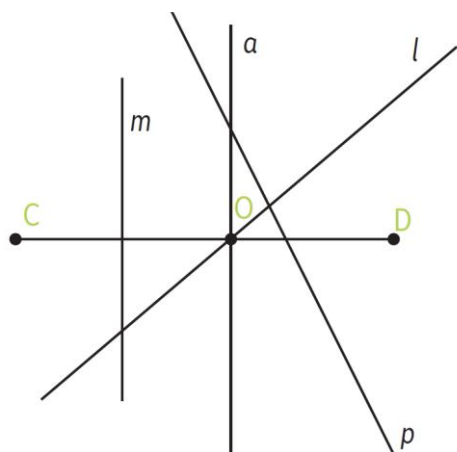
simetrala duži $\overline{AB}$.



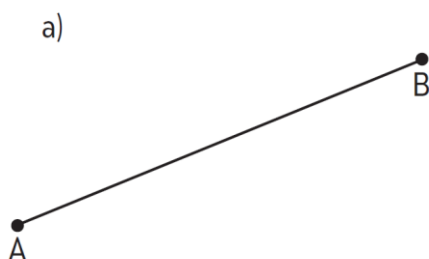
1. Šta je simetrala duži?
2. Nacrtaj proizvoljnu duž MN, a zatim nacrtaj njenu simetralu.
3. Nacrtaj duž $\overline{RT} = 7 \text{ cm}$, a zatim nacrtaj njenu simetralu.



4. Koja od prava na crtežu je simetrala duži CD?



5. Na dužima na crtežu, nacrtaj njihove simetrale.

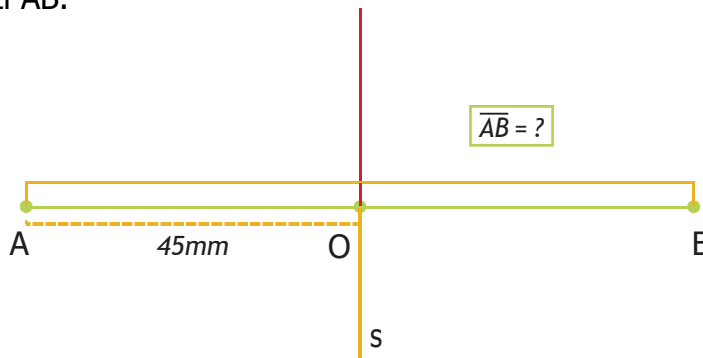


6. Nacrtaj duž $\overline{HT} = 52 \text{ mm}$, a zatim nacrtaj njenu simetralu.

7. Simetrala s sječe duž $\overline{MN} = 3 \text{ cm}$ u tački A. Nacrtaj simetralu s duži MN. Kolika je dužina MA i AN?

Šta primećuješ?

8. Simetrala s sječe duž $\overline{AB}$ u tački O, tako što $\overline{AO} = 45 \text{ mm}$. Izračunaj dužinu duži AB.



NAUČIT ĆEŠ:

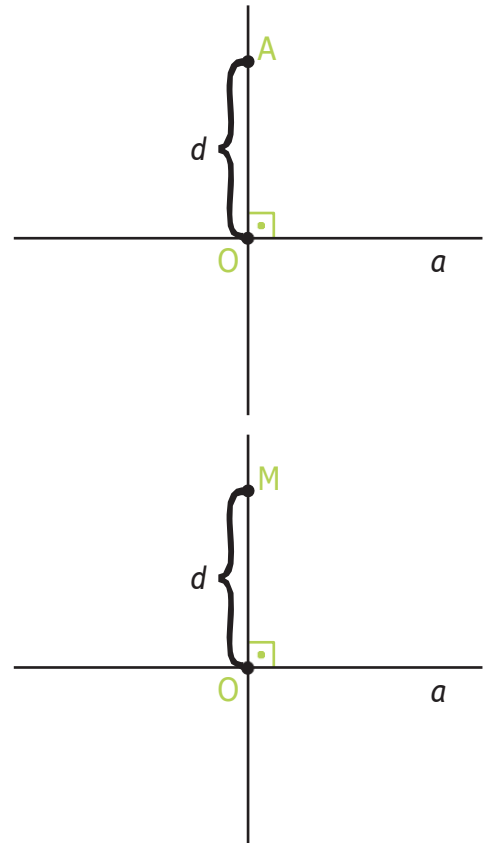
- Da određuješ rastojanje od tačka do prave.

Da odredimo rastojanje od tačke A do prave a, tako da tačka A ne pripada pravoj a. Povlačimo normalu na pravi a koja prolazi kroz tačku A. Tačka O je tačka u kojoj se seku dvije normalne prave.

Onda d predstavlja najkraći put iz tačka A do prave a i naziva se rastojanje iz tačke A do prave a.

Označavamo sa:

$$d = \overline{OA}.$$



Primjer

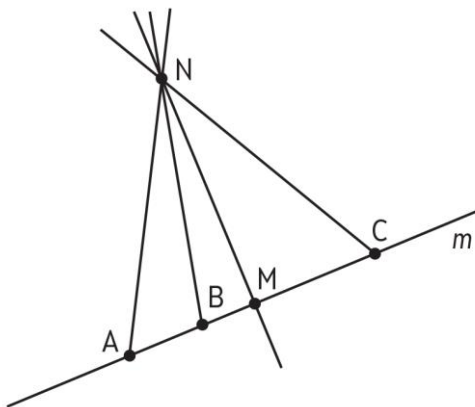
Odredi rastojanje od prave a do tačke M.

Rješenje

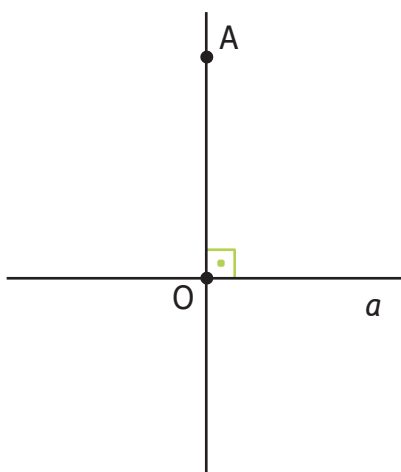
Pomoću pravog ugla trougla povlačimo pravu s iz tačke M do prave a. Prava s sječe pravu a u tački O. Duž OM je rastojanje od prave a do tačke M.

$$\overline{OM} = 4 \text{ cm.}$$

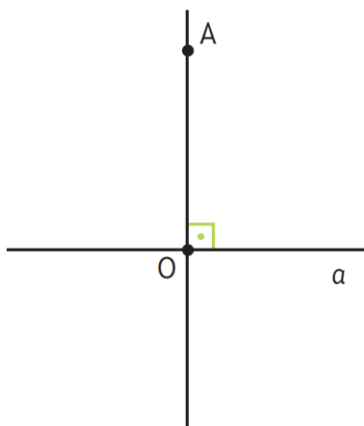
1. Koja od duži na crtežu je rastojanje od prave m do tačke N?



2. Izmjeri rastojanje iz tačke A do prave a .

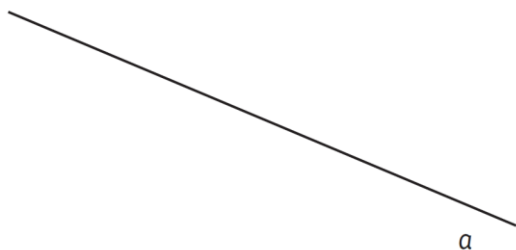


3. Nađi rastojanje iz tačke M do prave a .



4. Nađi rastojanje iz tačke M do prave a .

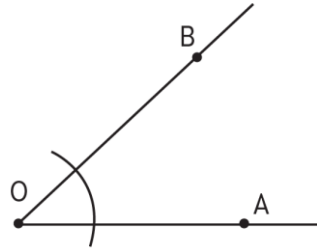
M



NAUČIT ĆEŠ:

- Da čitaš, da bilježiš i da imenuješ elemente ugla.

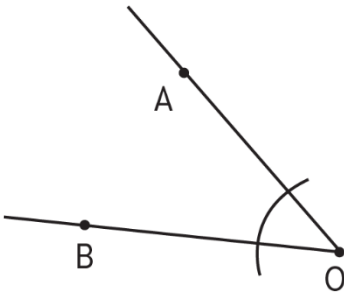
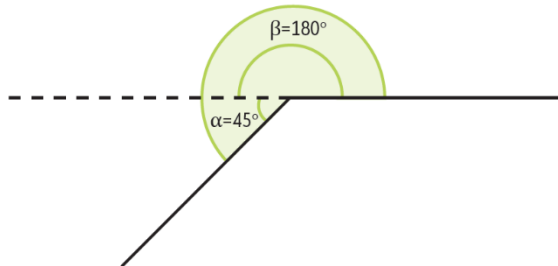
Poluprave OA i OV dijele ravan na dva dijela. Za svaki od ovih dijelova kažemo da je ograničen polupravama.



Geometrijska figura sastavljena od dvije poluprave sa zajedničkim početkom i dijelom ravni koji je ograničen njima naziva se **ugao**.

Poluprave OA i OV nazivamo **kraci ugla**, a njihov zajednički početak O nazivamo **teme** ugla.

Uglovi mogu da budu konveksni i nekonveksni.

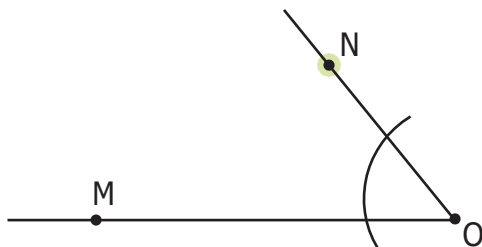
Primjer konveksnog ugla**Primjer nekonveksnog ugla**

Uglove označavamo na više načina: $\angle AOB$, $\angle 1$, $\angle M$, α .

Napomena: Ako smo ugao označili sa tri slova, onda se slovo koje označava teme stavlja u sredinu.

Primjer

Zapiši i imenuj ugao MON i njegove elemente.



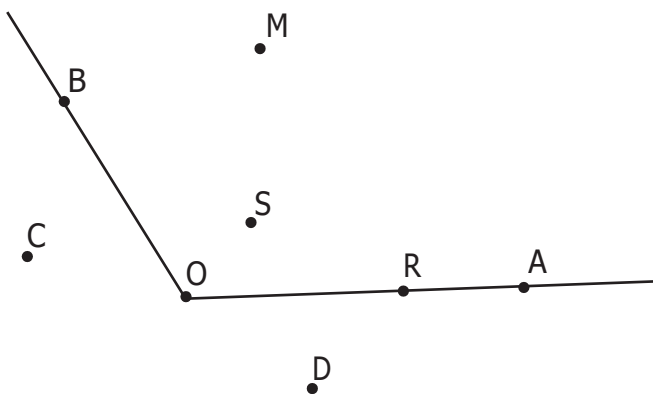
Rješenje

$\angle MON$ kraci: OM i ON, teme O



Zadatak:

Zapiši i imenuj ugao MON i njegove elemente.



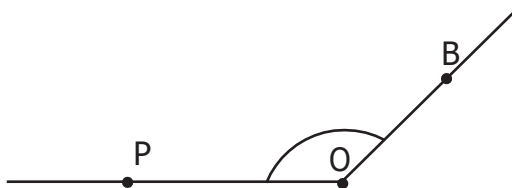
Napomena: Ako je ugao označen grčkim slovima α (alfa), β (beta), γ (gama) i δ (delta), onda se oznaka za ugao $\angle$ se izostavlja.

Vježbaj

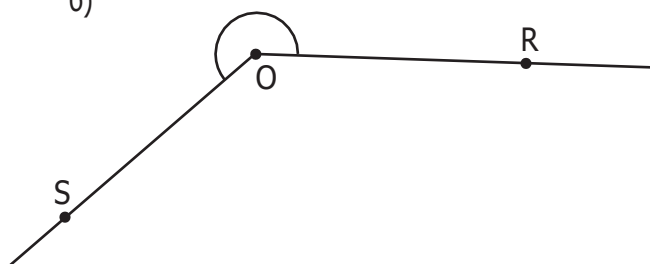
TEMA 2

1. Definiši ugao.
2. Definiši krake ugla i teme ugla.
3. Kako označavamo uglove?
4. Zapiši i imenuj svaki ugao i njegove elemente.

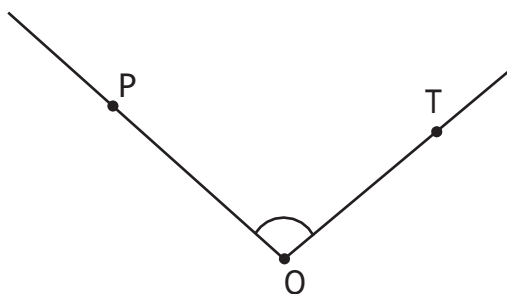
a)



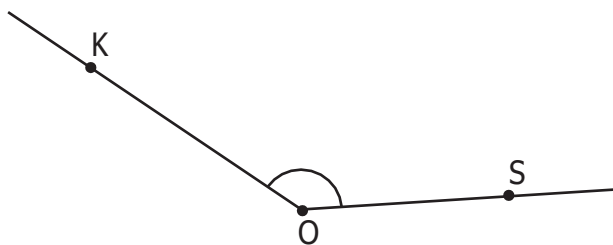
b)



c)

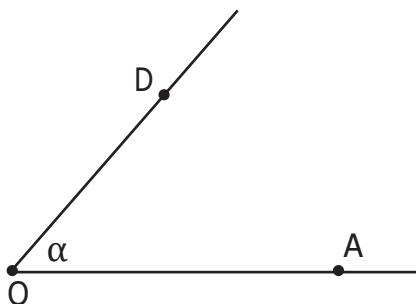


č)



5. Označi teme $\angle PRS$, i koji su kraci $\angle PRS$?

6. Na crtežu je dat ugao α , oznaci tačke koje O znaci pripadaju i koje ne pripadaju uglu.

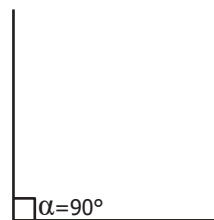
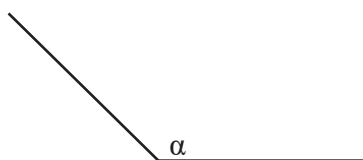
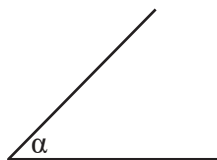


NAUČIT ĆEŠ:

da prepoznaš i da razlikuješ: susjedni, naporedne i unakrsne uglove.



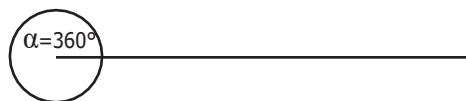
ZA PODSJEĆANJE Koji od uglova na slici je pravi ugao, koji je oštar ugao i koji je tupi ugao?



Ugao koji ima 180° nazivamo ravan ugao.



Ugao koji ima 360° nazivamo puni ugao.



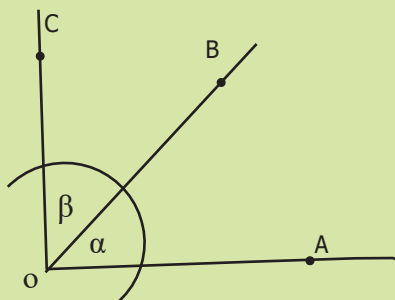
Dva ugla koji imaju zajednički krak i nemaju zajedničke unutrašnje tačke nazivaju se **susjedni uglovi**. Kraci koje nisu zajednički za oba ugla nazivaju se **vanjskim kracima** susjednih uglova.

primjer 1

Nacrtaj dva susjedna ugla, ugao AOB i ugao BOC.

Koji je zajednički krak uglova AOB i BOC?

Rješenje:

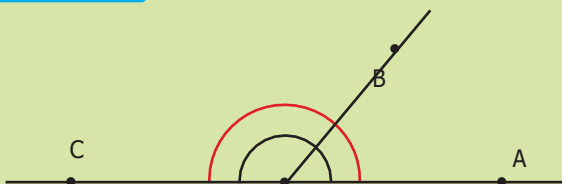


Zajednički krak uglova AOB i BOC je OB.
Dva susjedna ugla čiji spoljni kraci obrazuju pravu nazivaju se **naporedni uglovi**.

primjer 2

Nacrtaj dva naporedna ugla, ugao AOB i ugao BOC.

Rješenje:

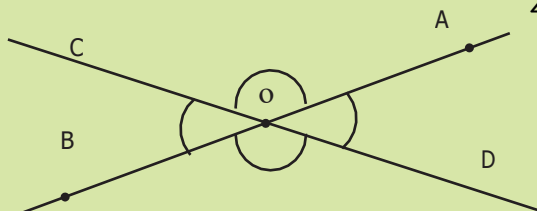


Za dva ugla kažemo da su **unakrsni uglovi** ako njihovi kraci obrazuju dvije prave.

primjer 3

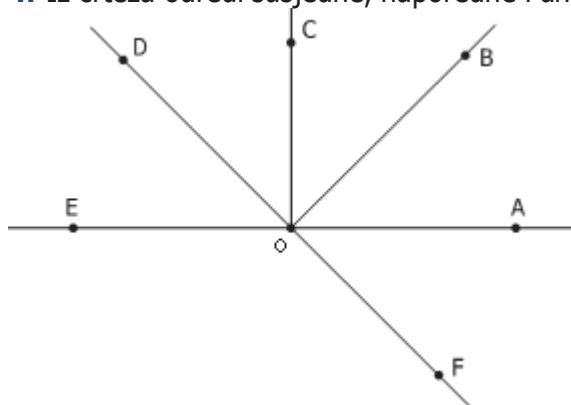
Nacrtaj unakrsne uglove

Dakle, dvije prave koje se seku obrazuju dva para unakrsnih uglova, koji su međusobno jednaki. Sa slike vidimo da je $\angle AOC = \angle BOD$ i $\angle BOC = \angle AOD$.



Vježbaj

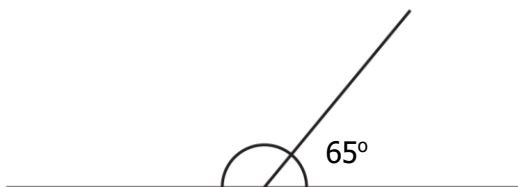
1. Koje uglove nazivamo susjedni uglovi?
2. Koje uglove nazivamo naporedni uglovi?
3. Koje uglovi nazivamo unakrsni uglovi?
4. Iz crteža odredi susjedne, naporedne i unakrsne uglove.



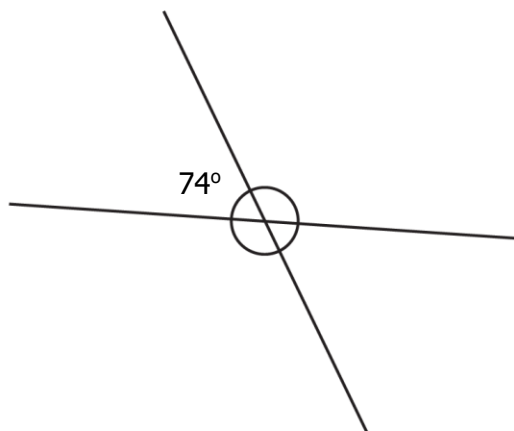
1. Nacrtaj unakrsne uglove, izmjeri i zapiši uglove. Šta primjećuješ?

2. Izračunaj nepoznate uglove:

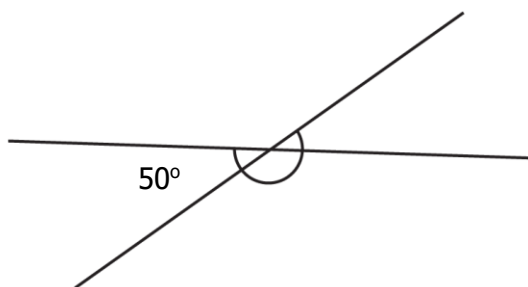
a)



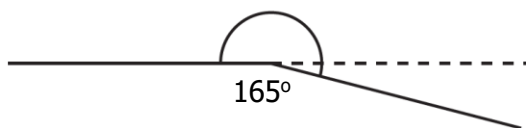
б)



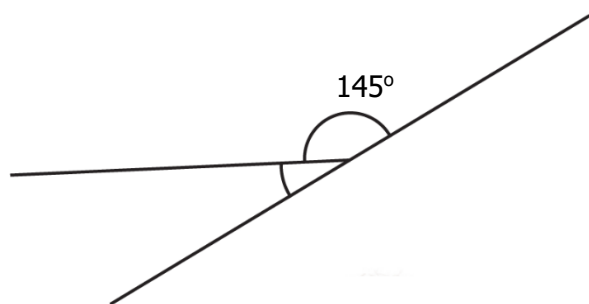
в)



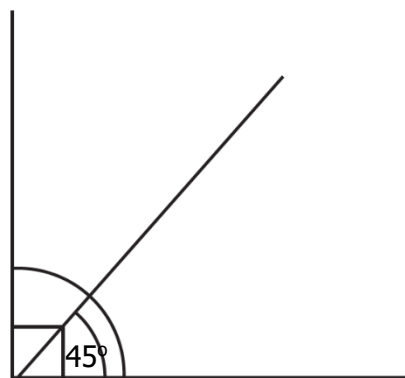
г)



д)



е)



NAUČIT ĆEŠ:

da definišeš i da crtaš simetralu ugla.

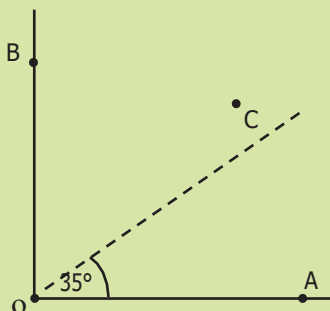
Poluprava koja dijeli jedan ugao na dva jednaka ugla, naziva se, **simetrala ugla**.

primjer 1

Nacrtaj simetralu $\sphericalangle AOB = 70^\circ$.

Rješenje:

$\sphericalangle AOB = 70^\circ$

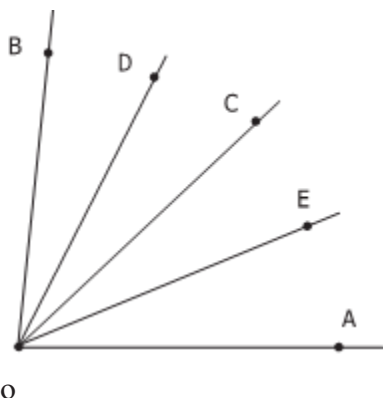


Crtamo ugao $\sphericalangle AOB = 70^\circ$.
Uz pomoć uglomjera
povlačimo polupravu OC,
tako što polupravom dijelimo
ugao na dva jednaka
dijela. $\sphericalangle AOC = \sphericalangle BOC$

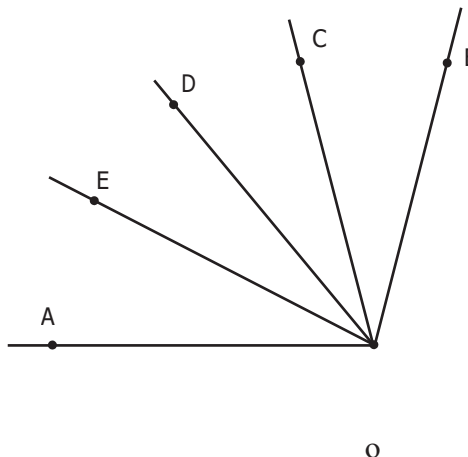
Vježbaj

1. Šta je simetrala ugla?
2. Pomoću uglomjera provjeri koja poluprava je simetrala ugla AOB.

a)



b)



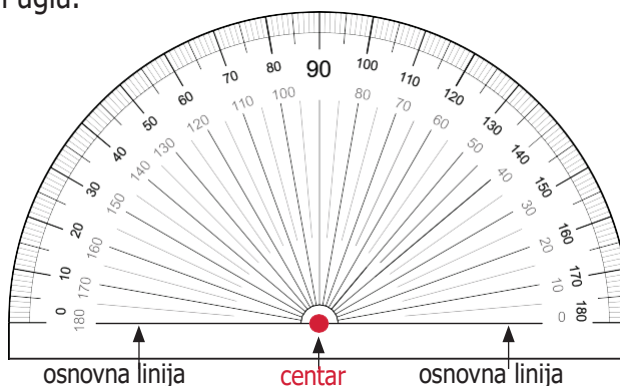
3. Nacrtaj ugao $\sphericalangle MON = 90^\circ$ a zatim nacrtaj njegovu simetralu.
4. Nacrtaj ugao $\sphericalangle SOL = 130^\circ$ a zatim nacrtaj njegovu simetralu.
5. Nacrtaj proizvoljni oštar ugao $\sphericalangle POR$ a zatim nacrtaj njegovu simetralu.
6. Ako je poluprava OC simetrala $\sphericalangle AOB$. Onda koliko stepeni ima $\sphericalangle AOC$?

NAUČIT ĆEŠ:

- ▶ da procjenjuješ veličinu ugla i da provjeravaš procjenu uglomjerom
- ▶ da nacrtáš ugao jednak datom uglu.



ZA PODSJEĆANJE



Uglovi mogu da se mjere.

Naprava kojom se mjere uglovi naziva se **uglomer**.

Uglomer je sprava u obliku polukruga, koji je podijeljen na 180 jednakih podeljaka i svaki podeljak se naziva **stepen**. Ovom spravom mogu da se mjere uglovi veličine od 0° do 180° (čita se 180 stepeni).

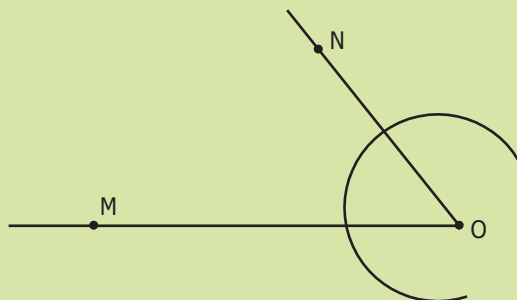
primjer 1

Izmjeri ugao MON pomoću uglomera.

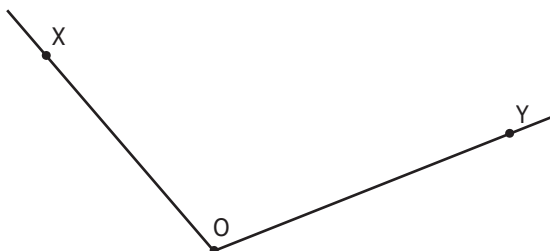
Rješenje:

Uglomer postavljamo tako što njegov centar treba da se poklopi sa temenom O, jedan krak da se poklopi sa 0° ili 180° , a sa skale čitamo broj koji se poklapa sa drugim krakom. Zapisujemo

$$\sphericalangle MON = 60^\circ \text{ ili } \alpha = 60^\circ.$$



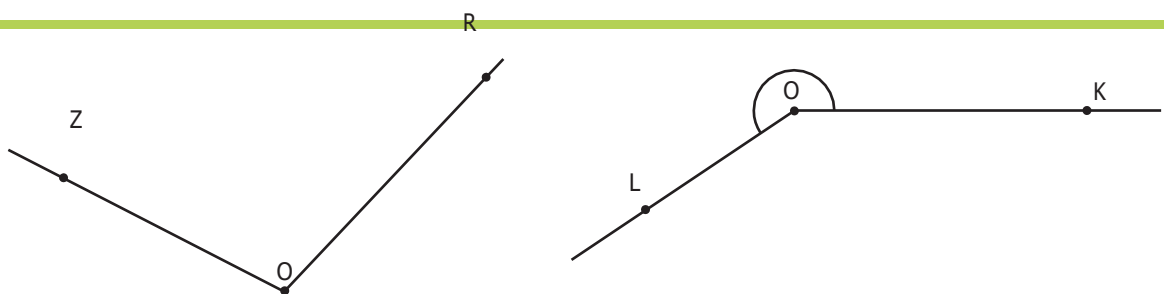
1. Procijeni veličinu ugla XOY a zatim provjeri procjenu uglomerom.



Napomena:

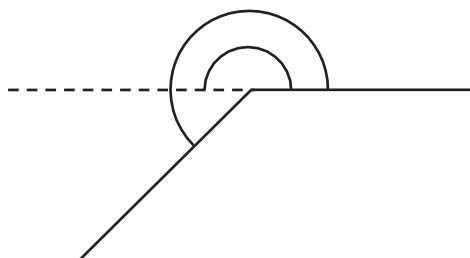
Prvo procjenjujemo veličinu ugla i zapisujemo procjenu. Zatim mjerimo ugao uglomerom, rezultat upoređujemo sa procjenom.

2. Procijeni veličinu uglova a zatim provjeri procjenu uglomerom. (konveksni inekonveksni).



Uputstvo:

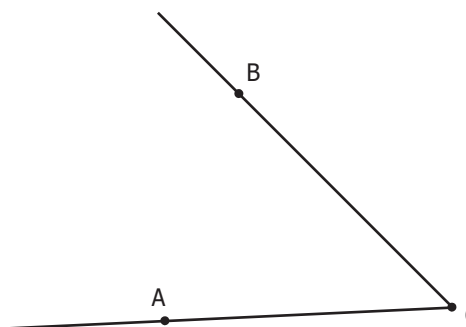
Nekonveksni ugao mjerimo tako što najprije nalazimo ugao od 180° i dodajemo preostali oštar ugao, kao na slici.



3. Nacrtaj ugao MON, jednak datom.

Uputstvo:

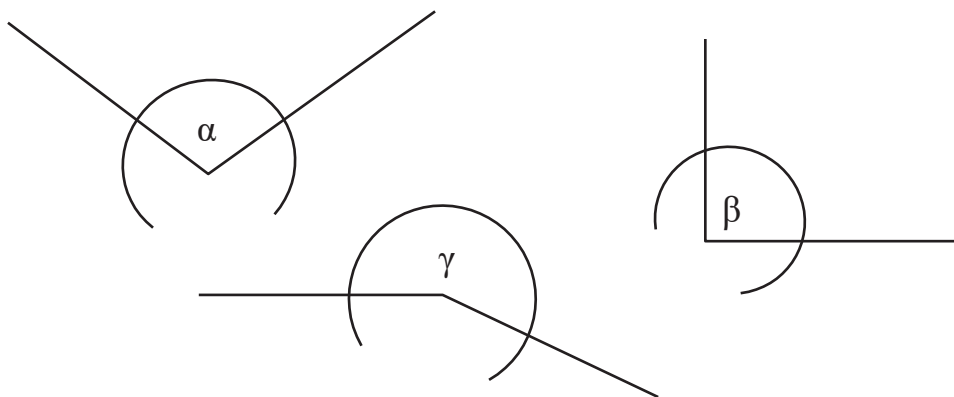
Da bismo nacrtali ugao jednak datom uglu AOB, treba najprije da nacrtamo jednu polupravu OM koja je paralelna sa krakom OA. Zatim postavljamo uglomer tako što se centar uglomera poklapa sa temenom O i osnovna linija uglomera da se poklopi sa polupravom OM. Drugi krak ugla crtamo povezujući tačku N uglomera što nam pokazuje veličinu ugla AOB sa temenom O ugla. Tako dobijamo krak ON.



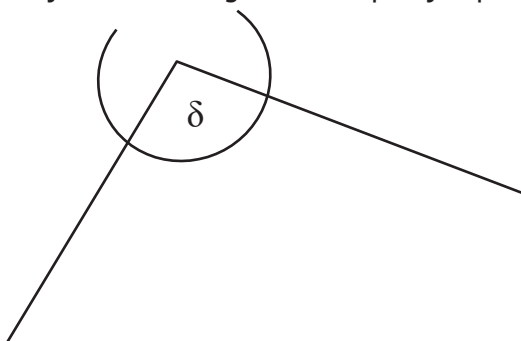
Uglovi koji imaju jednake veličine nazivaju se **jednaki uglovi**.

Vježbaj

1. Kojom mjernom jedinicom se mjere uglovi?
2. Kojom napravom se mjere uglovi?
3. Za koja dva ugla kažemo da su jednaki uglovi?
4. Izmjeri uglove na crtežu i odredi koji ugao ima najveću vrijednost.



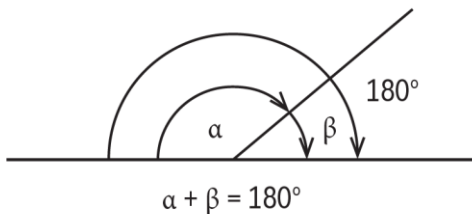
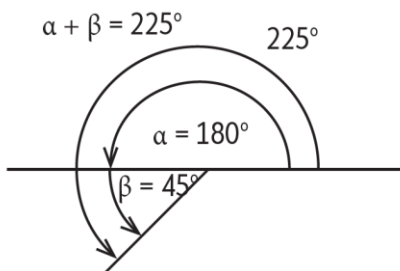
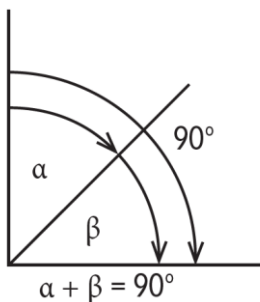
5. Procijeni veličinu ugla α a zatim provjeri procjenu uglomerom.



6. Nacrtaj ugao od 40° , 38° , 105° , 165° .
7. Nacrtaj proizvoljni ugao DOC, a zatim nacrtaj ugao KLM jednak datom.
8. Nacrtaj ugao od 37° i ugao od 125° .
9. Nacrtaj:
 - a) jedan oštar ugao,
 - b) jedan tup ugao.
10. Zatim procijeni njihovu veličinu i procjenu provjeri uglomerom.

NAUCITĆEŠ:

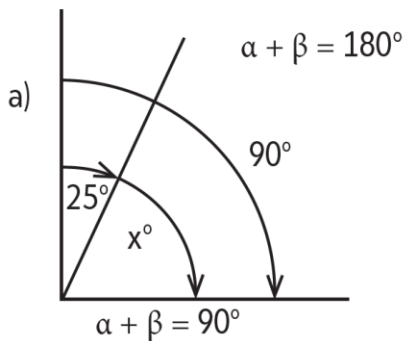
- Da sabiraš uglove (grafički i aritmetički).

Objašnjenje

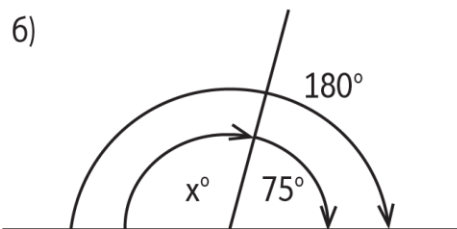
$$\alpha + \beta = 180^\circ, \alpha = 180^\circ - \beta, \beta = 180^\circ - \alpha$$

Primjer

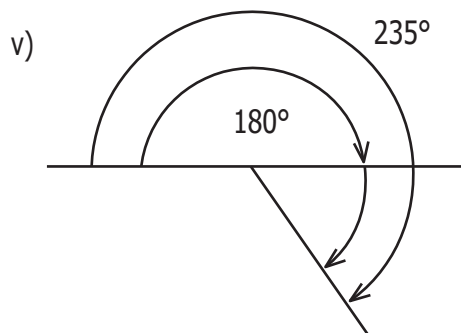
Izračunaj nepoznati ugao.

**Rješenje**

$$x + 25^\circ = 90^\circ, x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

**Rješenje**

$$x + 75^\circ = 180^\circ, x = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

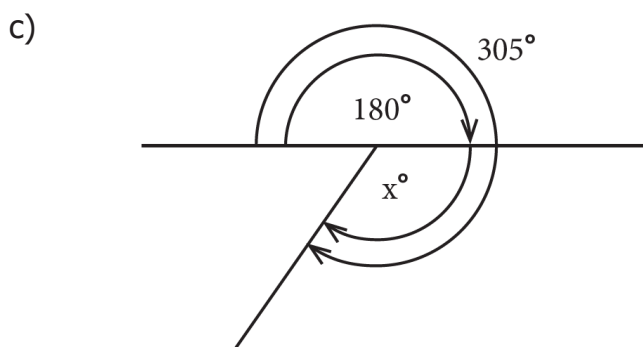
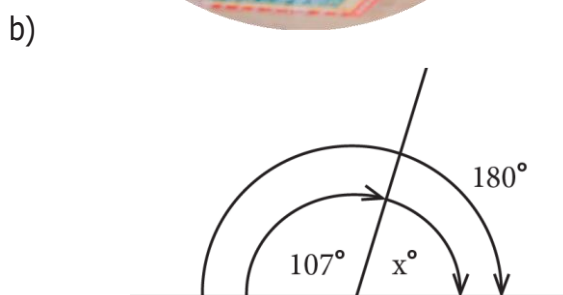
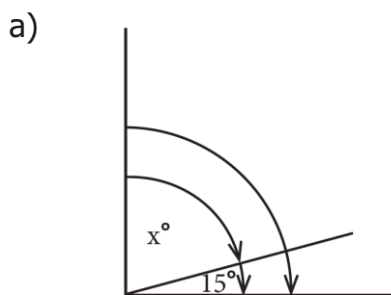


Rješenje

$$x + 180^\circ = 235^\circ, \quad x = 235^\circ - 180^\circ = 55^\circ$$

Vježbaj

1. Izračunaj nepoznati ugao.

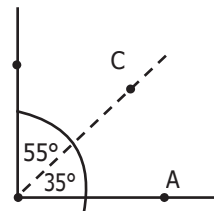


NAUČIT ĆEŠ:

da objašnjavaš koji uglovi su komplementni, a koji suplementni.

Ako je zbir dva ugla 90° , onda kažemo da su ti uglovi **komplementni uglovi**.

$\angle AOC$ i $\angle COB$ su komplementni uglovi.



пример 1

Ako je $\alpha = 50^\circ$, koliki je njegov komplementni ugao β ?

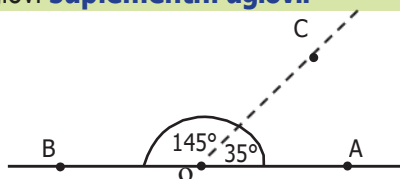
Rješenje:

Ako je $\alpha = 50^\circ$, onda je njegov komplementni ugao $\beta = 40^\circ$.

Znači $\alpha + \beta = 90^\circ$

Ako je zbir dva ugla 180° , onda kažemo da su ti uglovi **suplementni uglovi**.

primjer 2



Ako $\alpha = 120^\circ$, koliki je njegov suplementni ugao β ?

$\angle AOC$ i $\angle COB$ su suplementni uglovi.

Rješenje: Ako $\alpha = 120^\circ$, onda je njegov suplementni ugao $\beta = 60^\circ$.

Znači $\alpha + \beta = 180^\circ$

Vježbaj

1. Koje uglove nazivamo komplementni uglovi?
2. Koje uglove nazivamo suplementni uglovi?
3. Koji od datih parova uglova su komplementni, a koji suplementni uglovi?
a) $\alpha = 115^\circ$, $\beta = 65^\circ$; **b)** $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 80^\circ$; **c)** $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 70^\circ$; **č)** $\alpha = 150^\circ$, $\beta = 30^\circ$.
4. Kakav ugao formiraju komplementni uglovi?
5. Kakav ugao formiraju suplementni uglovi?
6. Ako je $\alpha = 45^\circ$, koliki je njegov komplementni ugao β ?
7. Ako je $\alpha = 98^\circ$, koliki je njegov suplementni ugao β ?



8. Koji od datih parova uglova su komplementni?

a) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 80^\circ$; **b)** $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 75^\circ$; **c)** $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 70^\circ$; **č)** $\alpha = 48^\circ$, $\beta = 42^\circ$.

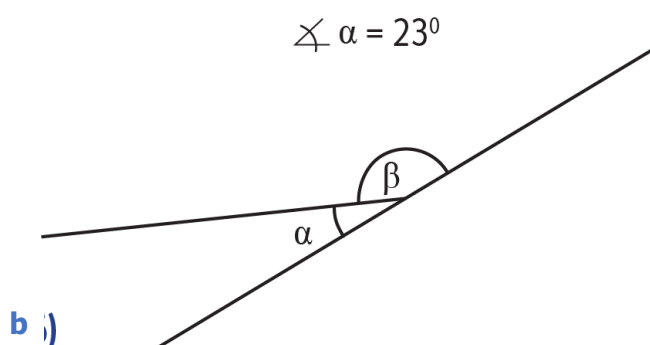
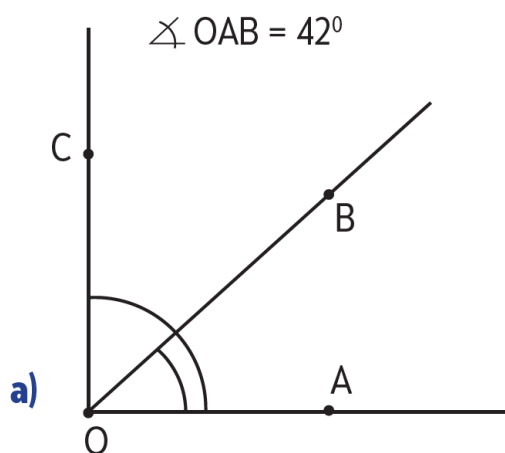
9. Koji od datih parova uglova su suplementni?

a) $\alpha = 132^\circ$, $\beta = 48^\circ$; **b)** $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 80^\circ$; **c)** $\alpha = 77^\circ$, $\beta = 113^\circ$; **č)** $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 144^\circ$.

10. Da li su dva naporedna ugla uvijek suplementni uglovi? Objasni!

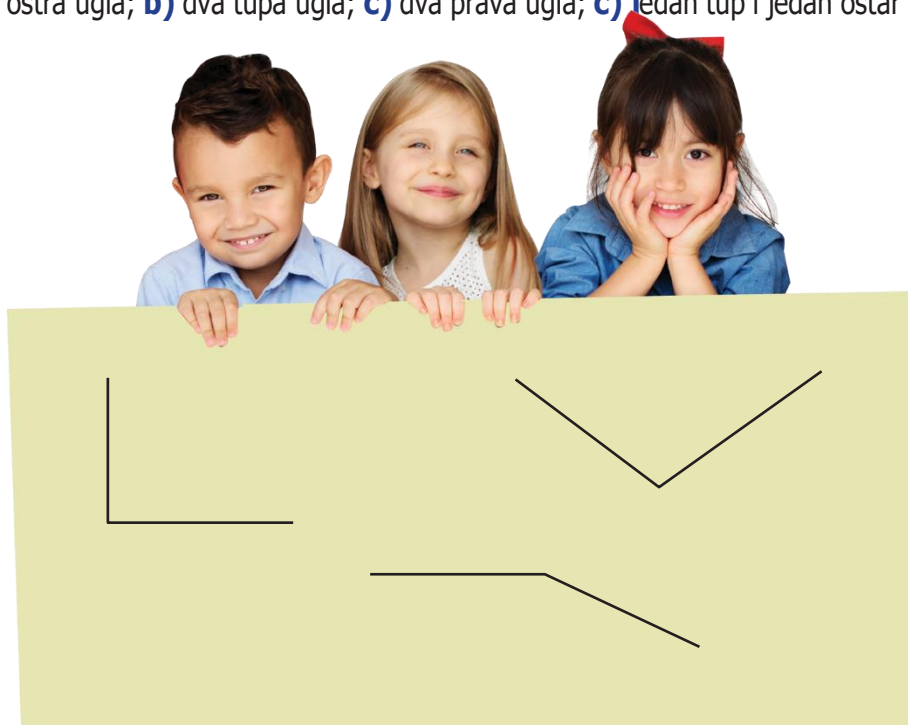
11. Nacrtaj jedan oštar ugao, a zatim njegov suplementni ugao.

12. Odredi nepoznati ugao ako je:



13. Da li mogu suplementni uglovi da budu:

a) dva oštra ugla; **b)** dva tupa ugla; **c)** dva prava ugla; **č)** jedan tup i jedan oštar ugao?





**RJEŠENJA
ZADATAKA**

Tema: Broj

PRIMJENA RIMSKIH CIFARA / 4. Napisano je 7.8. 1849.godina

PODREĐIVANJE I POREĐENJE CIJELIH BROJEVA / 6. Dopuni niz a) -400 , -300 , -200 , -100 , 0 , 100 , 200 , 300 , 400 , 500 ; b) --1500,-1000 , -500,0 , 500 , 1000, 1500,2000, 2500, 3000; c) -6750, -6754,-6758 , -6762, -6766 , -6770, -6774, -6778, -6782, -6786.

NIZOVI CIJELIH BROJEVA / 4. Nastavi niz: / č) 1000,100,10,0;0,1;0,01;0,001. / ć) 0,07; 0,7; 7;70,700,7000,70000,700000.

BROJANJE U RAZLOMCIMA I DECIMALNIM BROJEVIMA / 8. Dopuni niz / a) 6,5; 8,5; 10,5; 12,5, 14,5 ; 16,5; 18,5, 20,5, 22,5, 24,5;/b) 3,1;10,1 ;17,1;24,1;31,1;38,1; 45,1; 52,1; 59,1; 66,1; / c) 25,2; 20,2;15,2; 10,2;5,2; 0,2; -5,2; -10,2; -15,2; -20,2; -25,2. / č) 13/100, 25/100, 37/100, 49/100, 61/100,73/100,85/100.

MESNA VRIJEDNOST CIFARA U DECIMALNOM BROJU / 9. a) 1234,567; b) 12345,67

Mjesne vrijednosti se povećavaju ili smanjuju 10 puta.

ZAOKRUŽIVANJE DECIMALNIH BROJEVA / 3. a) 13; b)12,8; c) 12,76. 6. $5,67 + 8,79 = 14,46$

Tema: Geometrija

PARALELNE I NORMALNE PRAVE / 7. Paralelne prave su: d i c, e i b; / Normalne prave su: e i a, b i a, f i d, f i c. /

UGAO.ELEMENTI UGLA / Zadatak 1. Uglu AOB pripadaju tačke: A, B, O, R, S, M, a ne pripadaju tačke: C, D. / 5. Teme: R, Kraci: PR, SR. /

VRSTE UGLOVA / 6. a) $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$, b) $y = 74^\circ$, $x = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$, c) $y = 50^\circ$, $x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, č) $x = 360^\circ - 165^\circ = 195^\circ$.

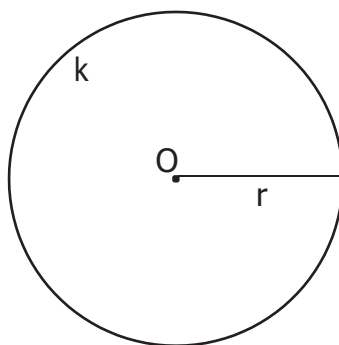
KOMPLEMENTNI I SUPLEMENTNI UGLOVI / 13. a) ne; b) ne; c) da; č) da.

NAUČIČEŠ:

- ▶ da objašnjavaš pojmove: kružnica i centar kružnice, krug, radijus, prečnik i tetiva;
- ▶ da crtaš krug sa datim radijusom ili prečnikom;
- ▶ da prepoznaš i da crtaš radijus, tetivu i prečnik kružnice.

Kružnica je skup svih tačaka ravni koje se nalaze na jednakom rastojanju od jedne izabrane tačke na toj ravni.

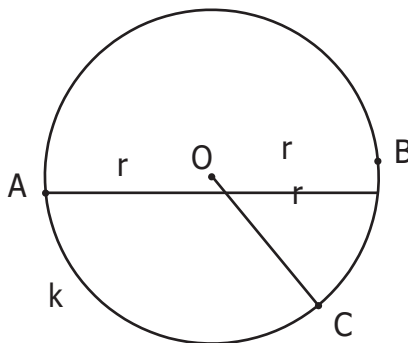
Na crtežu 1 je data jedna kružnica k (kružnica se uobičajeno označava malim latiničnim slovom k). Izabrana tačka se naziva **centar kružnice** i najčešće se označava sa O .



Crtež 1

Svaka duž koja povezuje centar sa bilo kojom tačkom kružnice naziva se **radijus kružnice** i označava se sa r . Na crtežu 2 duži OA , OB i OC , su radijusi kružnice i imaju jednaku dužinu. Duž AB nazivamo **dijametar kružnice** (dijametar označavamo sa d). Dijametar je duplo veći od radijusa: $d=2r$. Dijametar kružnice sadrži njen centar. Šta predstavlja centar kružnice za svaki njen prečnik?

Napomena: Kružnica k sa centrom O i radijusom r , označava se $k(O; r)$.



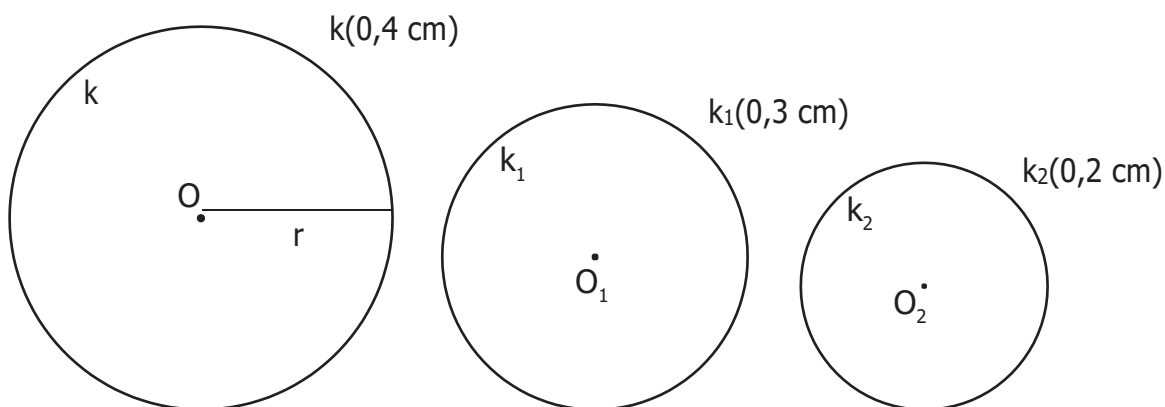
Crtež 2

Primjer

1

Nacrtaj kružnicu k sa centrom O i radijusom $r = 4$ cm, kružnicom k sa centrom O i radijusom $r = 3$ cm i kružnicu k sa centrom O i radijusom $r = 2$ cm.

Rješenje:



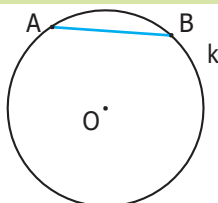
Zapisujemo: $k(O; 4 \text{ cm})$, $k_1(O_1; 3 \text{ cm})$ и $k_2(O_2; 2 \text{ cm})$.

Uputstvo: Biramo jednu proizvoljnu tačku O i pomoću šestara nanosimo veličinu radijusa iz tačke O .

Napomena: Ako nam je dato da nacrtamo kružnicu za koju znamo prečnik kružnice, treba prvo da izračunamo radijus kružnice ili da nacrtamo simetralu prečnika da bismo našli centar kružnice.

Geometrijska figura sastavljena od jedne kružnice i njena unutrašnjost naziva se **krug**. Krug je 2D oblik.

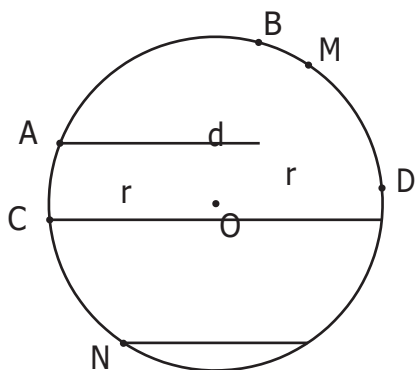
Duž čije krajnje tačke pripadaju kružnici naziva se **tetiva kružnice**.



Prečnik je najduža tetiva kružnice. Prolazi kroz centar kružnice.

1. Koja duž sa crteža 3 je:

a) radijus, b) tetiva, c) prečnik kružnice?



Crtež 3

Primjer

2

Izračunaj prečnik kružnice, ako je dat $r = 6$ cm.

Rješenje:

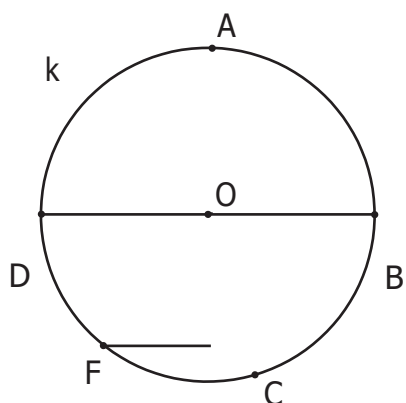
$$d = 2r, d = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

Vježbaj:

1. Šta je kružnica?
2. Šta je krug?
3. Šta je radijus kružnice?
4. Šta je prečnik kružnice?
5. Šta je tetiva kružnice?
6. Nacrtaj kružnicu sa centrom O i radijusom $r = 5$ cm.
7. Nacrtaj kružnicu sa centrom O i prečnikom $d = 7$ cm.



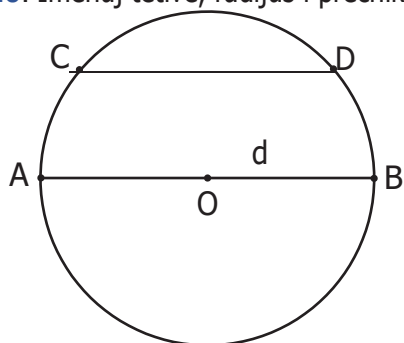
8. Odredi sa crteža:



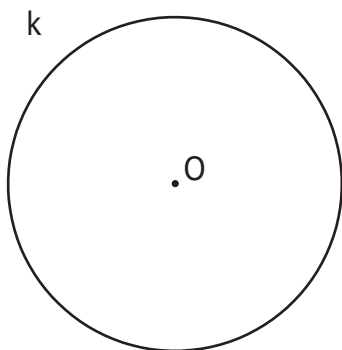
- a) Koje duži su radijusi kružnice?
- b) Koja duž je prečnik kružnice?
- c) Koje duži su tetive kružnice?

9. Jedna kružnica ima prečnik 90 mm, koliki je radijus kružnice?

10. Imenuj tetive, radijus i prečnik kružnice: k



11. Na slici je data kružnica k. Na kružnici nacrtaj jedan radijus, tetivu i prečnik.



NAUČIČEŠ:

- da prepoznaš i crtaš uzajamne položaje tačke i kružnice, prave i kružnice i dvije kružnice.

Uzajamni položaj tačke i kružnice

Tačka i kružnica mogu da imaju dva uzajamna položaja: tačka da **leži** na kružnici ili tačka da **ne leži** na kružnici.

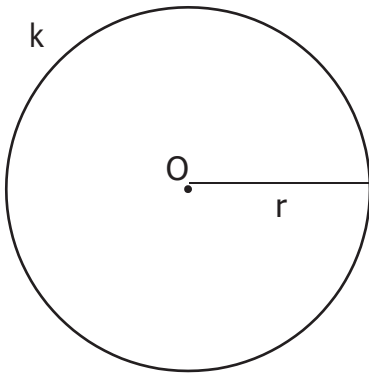
Primjer

1

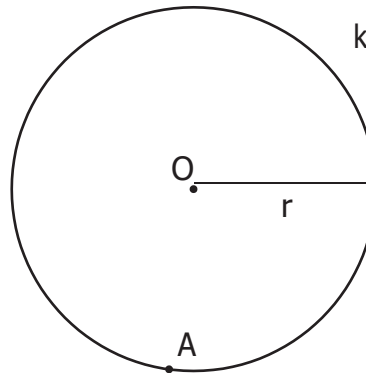
Uzajamni položaj tačke A i kružnice $k(O; r)$:

$A \notin k$

A



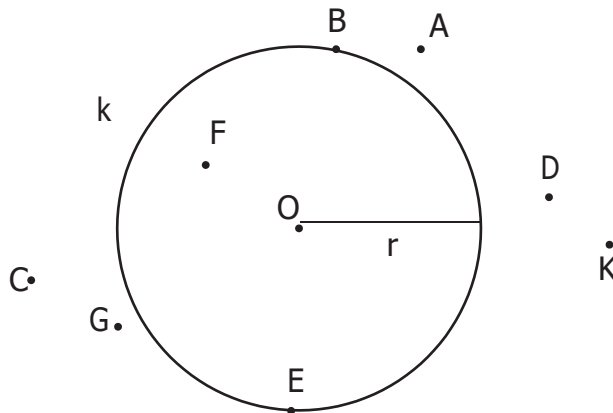
$A \in k$



1) Tačka A ne leži na kružnici, $A \notin k$;

2) Tačka A leži na kružnici, $A \in k$.

1. Odredi uzajamni položaj kružnice i svake od tačaka na datom crtežu.



2. Nacrtaj kružnicu k sa $r = 5\text{ cm}$ i tačkom E koja ne leži na kružnici.

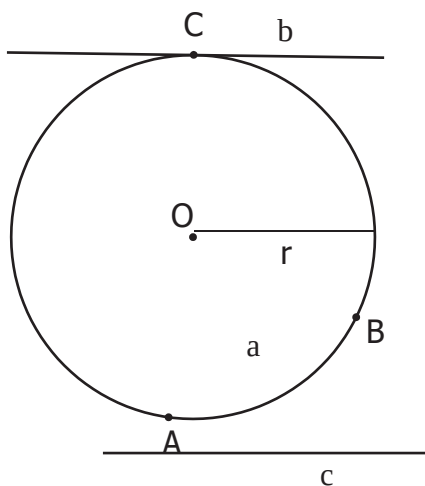
Uzajamni položaj prave i kružnice

Prava i kružnica mogu da imaju **jednu** zajedničku tačku, **dvije** zajedničke tačke ili da nemaju **zajedničkih** tačaka.

Primjer

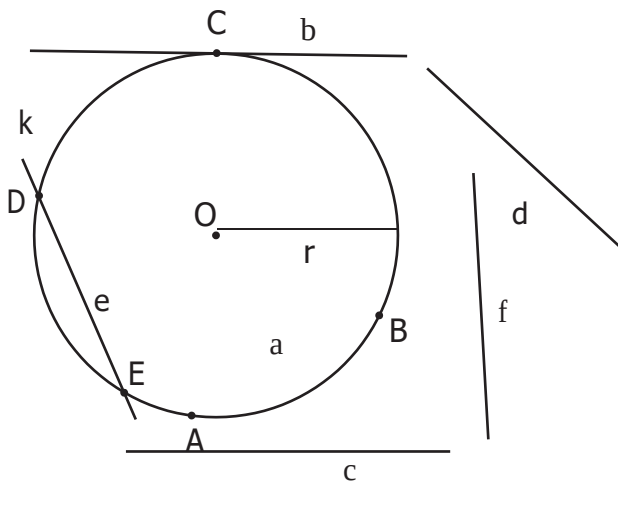
1

Jedna prava i jedna kružnica mogu da imaju sljedeće uzajamne položaje:



- 1) Prava i kružnica nemaju zajedničkih tačaka (prava s i kružnica k); k
- 2) Prava i kružnica imaju jednu zajedničku tačku (prava b dodiruje kružnicu k u tački S i naziva se tangenta kružnice);
- 3) Prava i kružnica imaju dvije zajedničke tačke (prava sječe kružnicu k u tački A i B i naziva se sekanta kružnice).

3. Kakav je uzajamni položaj pravih i kružnice $k(O; r)$ sa crteža?



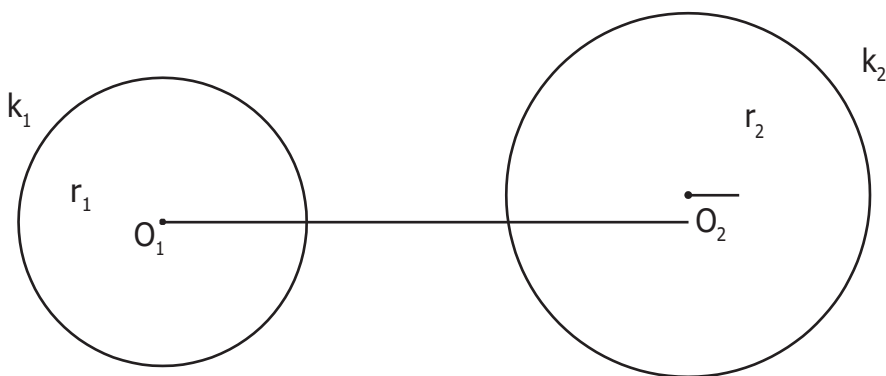
2. Nacrtaj kružnicu k sa $r = 6$ cm i proizvoljnu pravu b koja dodiruje kružnicu u tački B .

Uzajamni položaj dvije kružnice.

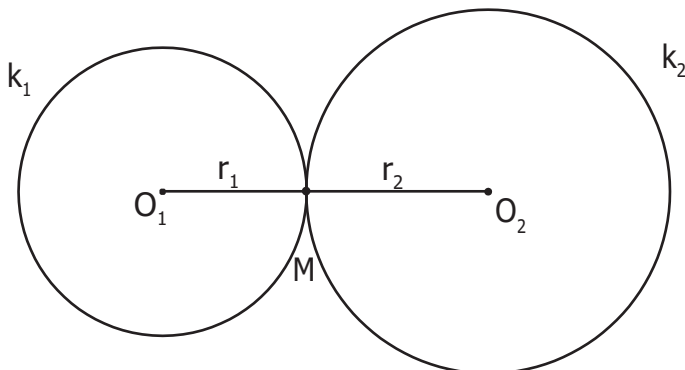
Rastojanje između dvije kružnice naziva se **centralno rastojanje** tih kružnica i označava se $O_1O_2 = d$.

Dvije kružnice mogu da imaju sljedeće uzajamne položaje:

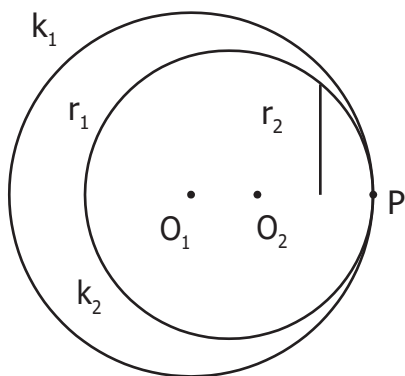
- 1) Ako je $d > r_1 + r_2$, onda kružnice nemaju ni jednu zajedničku tačku.



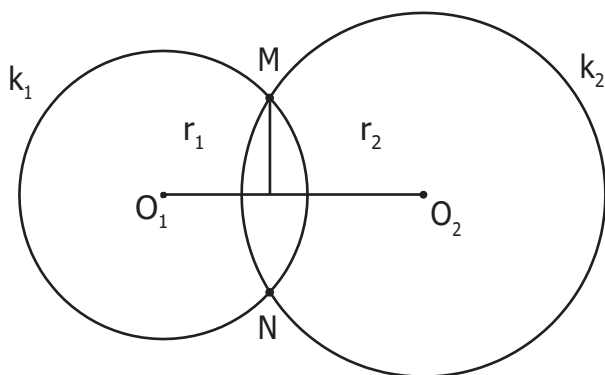
- 2) Ako je $d = r_1 + r_2$, onda se kružnice dodiruju spolja i imaju samo jednu zajedničku tačku.



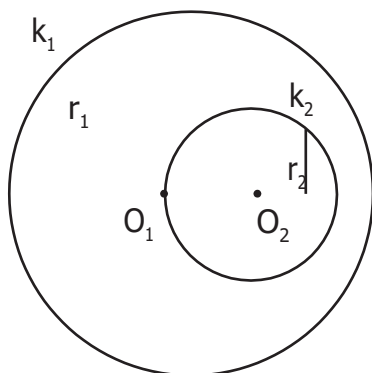
- 3) Ako je $d = r_1 - r_2$, onda se kružnice dodiruju iznutra i imaju samo jednu zajedničku tačku.



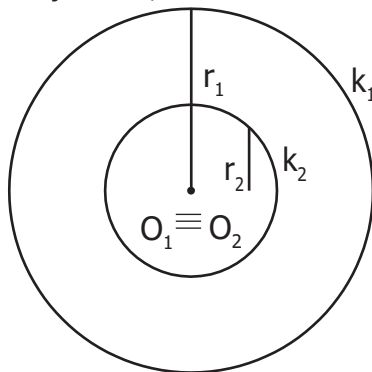
4) Ako je $d < r_1 + r_2$ i $d > r_2 - r_1$ tako što je $r_2 > r_1$, onda se kružnice sijeku i imaju tačno dvije zajedničke točke.



5) Ako je $d < r_1 - r_2$ tako što je $r_1 > r_2$, onda se jedna kružnica nalazi u drugoj i nemaju zajedničkih tačaka.



6) Ako je $d = 0$, onda kružnice imaju zajednički centar i nazivaju se koncentrične kružnice.



Napomena:

$O_1 \equiv O_2$, znak

$\equiv$

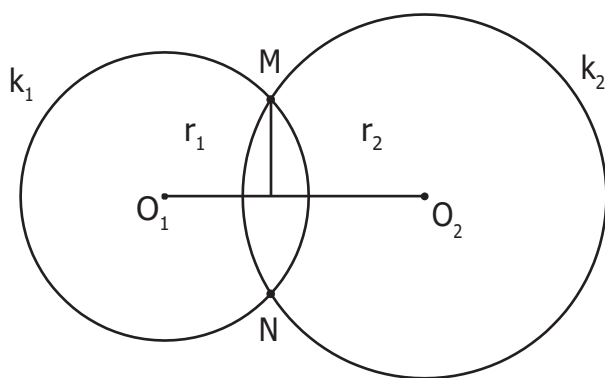
čita se:

„poklapa se“.

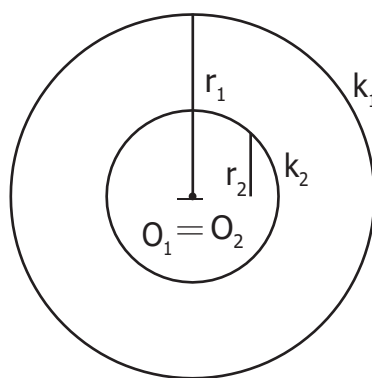


3. Kakav je uzajamni položaj kružnica sa slike?

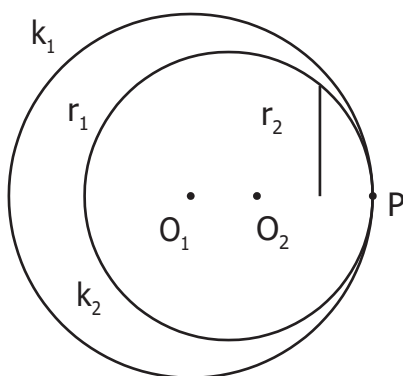
a)



6)



b)



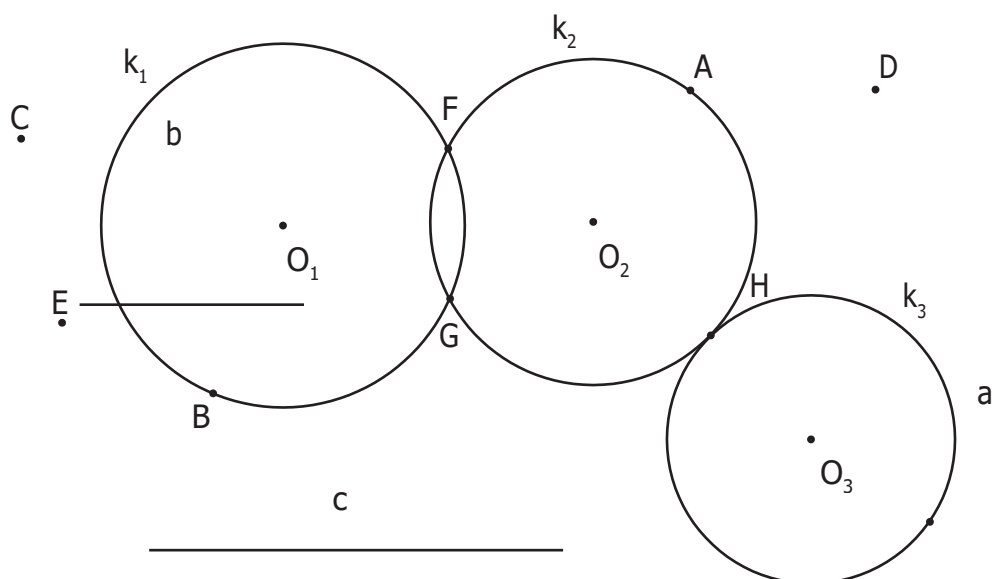
4. Nacrtaj dvije kružnice koje se dodiruju spolja.

Vježbaj:

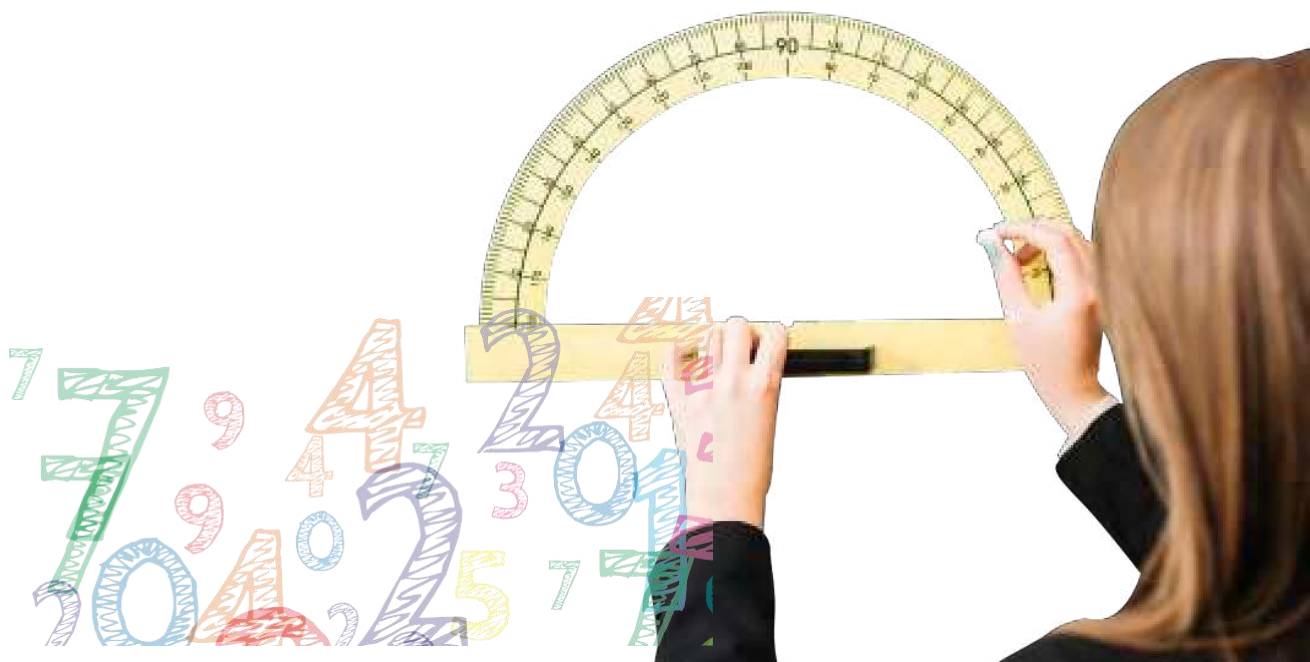
- 1) Šta je centralno rastojanje dvije kružnice?
- 2) Koji je uslov da se dvije kružnice seku?
- 3) Koji je uslov da se dvije kružnice dodiruju spolja?
- 4) Za koje dvije kružnice kažemo da su koncentrične kružnice?
- 5) Koji je uslov da dvije kružnice nemaju ni jednu zajedničku tačku?
- 6) Nacrtaj dvije kružnice sa $r_1 = 2 \text{ cm}$ i $r_2 = 3 \text{ cm}$ tako što:
 - ▶ se sjeku;
 - ▶ dodiruju se spolja;
 - ▶ koncentrične su.



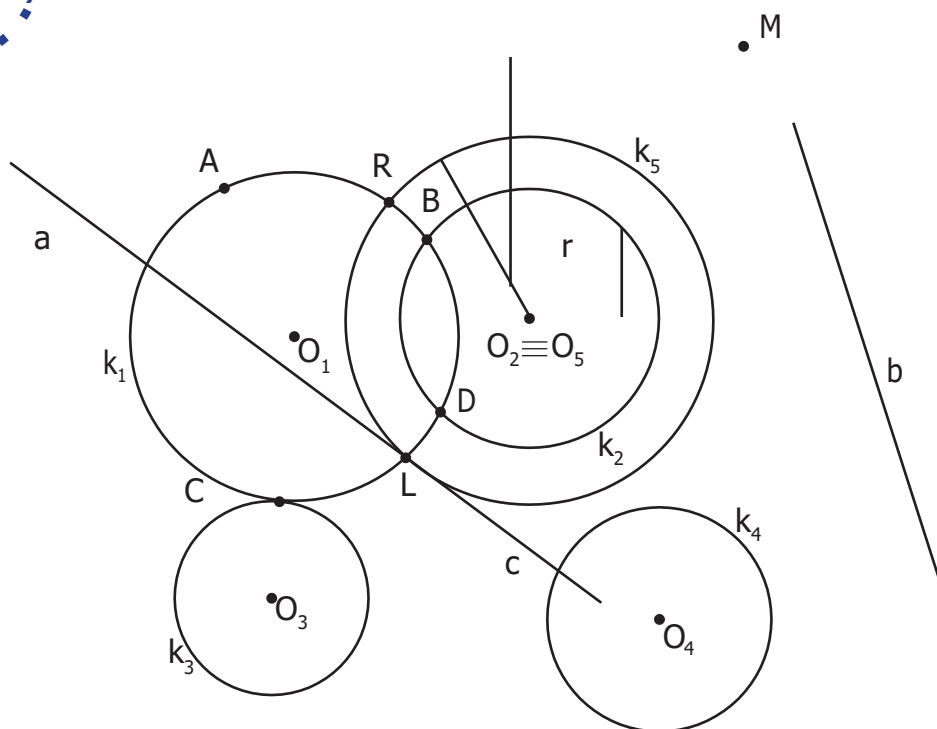
7) Zaokruži tačne odgovore.



- a) $B \in k_1$,
b) Kružnica k_1 se sječe sa kružnicom k_3 ,
c) Kružnica k_2 i k_3 se dodiruju,
č) Pravu sječe kružnica k_1 ,
ć) $D \notin k_3$,
d) Kružnice k_1 i k_2 se sjeku,
dž) Pravu c sječe kružnica k_2 ,
đ) Prava c nema zajedničkih tačaka sa kružnicom k_1 ,
e) $A \in k_3$.



8) Odredi sa crteža:



- uzajamni položaj tačke M i L sa kružnica;
- uzajamni položaj prave a i kružnice k;
- uzajamni položaj prave b i kružnice k;
- uzajamni položaj prave c i kružnice k;
- uzajamni položaj kružnice k₁ i k₂;
- uzajamni položaj kružnice k₁ i k₃;
- uzajamni položaj kružnice k₅ i k₂;
- uzajamni položaj kružnice k₄ i k₂.

1

1

1

9) Kakav uzajamni položaj imaju dvije kružnice sa radijusima r_1 , r_2 i centralnim rastojanjem d ako je:

- $r_1 = 25$ mm, $r_2 = 35$ mm, $d = 60$ mm;
- $r_1 = 42$ mm, $r_2 = 28$ mm, $d = 30$ mm;
- $r_1 = 30$ mm, $r_2 = 20$ mm, $d = 50$ mm.



VRSTE MNOGOUGLOVA

mnogouglovi?

NAUČIĆEŠ:

- da klasifikuješ mnogouglove prema broju strana (tjemena, uglovi) i prema veličini uglova;
- da određuješ broj dijagonala mnogouglova.



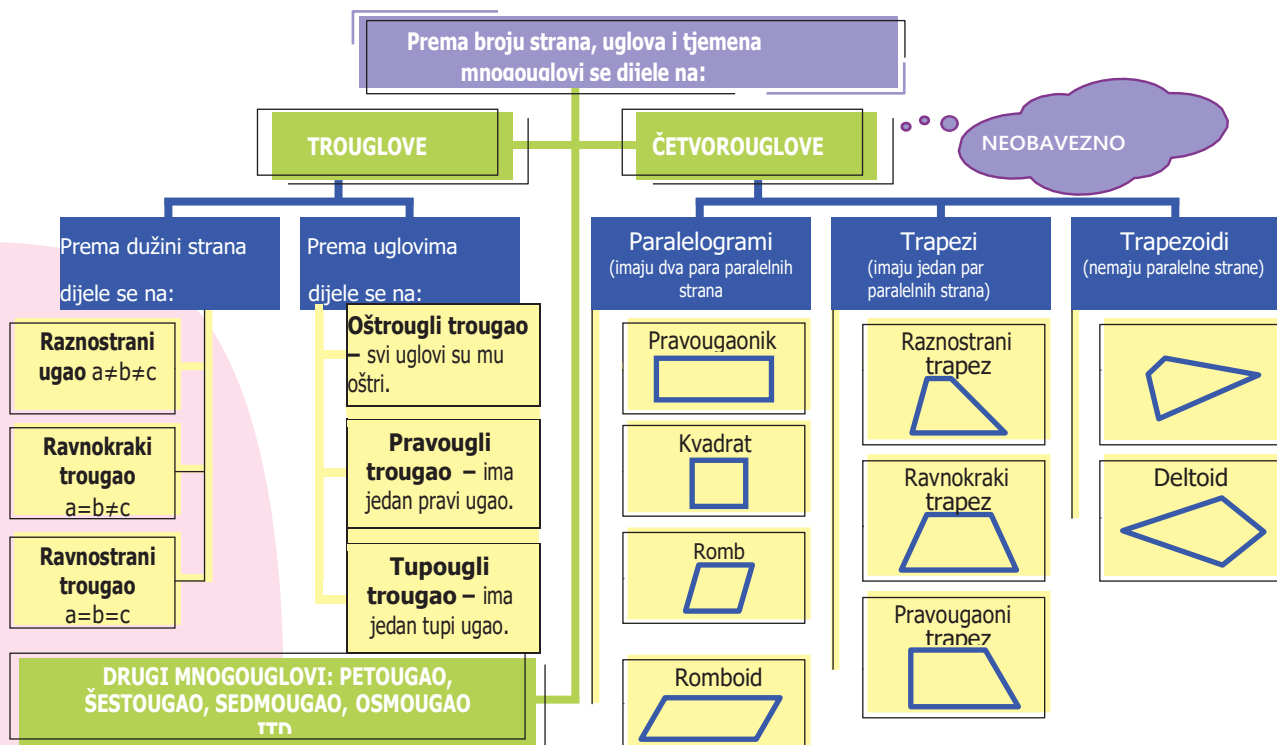
ZA PODSJEĆANJE

INFORMACIJA

Šta je mnogougao?
Koje mnogouglove poznaješ? Šta
je dijagonala?



Mnogouglovi osim trougla i četvorougla, svoja imena dobijaju prema broju strana (uglovi, tjemena): petougao, šestougao, sedmougao itd. Ovo ime se dopunjava prema karakteristikama njihovih strana i uglova.



Prema jednakosti strana i uglova, mnogouglovi se dele na:

PRAVILNI
MNOGUGLOVI

NEPRAVILNI
MNOGUGLOVI

Sve strane i uglovi su jednaki.

Barem jedna od strana (uglova) nije jednaka sa ostalima.



NEOBAVEZNO

Prema veličini uglova u odnosu na ravni ugao (180 stepeni) mnogouglovi se dijele na:

KONVEKSNE
MNOGUGLOVE

MNOGUGLOVE

Svi uglovi mnogougla su manji od 180° .

Mnogougao ima barem jedan nekonveksan ugao (veći od 180°).



NEOBAVEZNO

Prema međusobnom odnosu strana, mnogouglovi se dijele na:

PROSTE

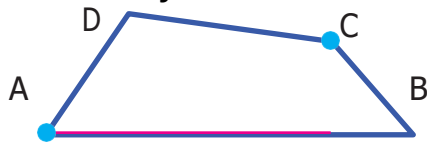
Nemaju strane koje se sjeku.

Imaju strane koje se sjeku.





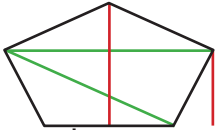
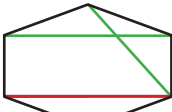
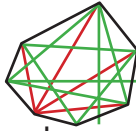
Duž koja povezuje dva nesusjedna temena u mnogouglove naziva se **dijagonala**.



Primjer:

Koliko dijagonala može da se povuče iz jednog tjemena mnogougla? Koliko dijagonala može da se povuče u jednom mnogouglu?



Mnogougao	Broj strana, uglova, tjemena (n)	Broj dijagonala povučenih iz jednog tjemena (d)	Ukupan broj dijagonala (D)
 trougao	3	Nema nesusjednih tjemena ▪ nema dijagonala	
 četvougao	4	→ 1 -3	2 ↓ +3
 petougao	5	→ 2 -3	5 ↓ +4
 šestougao	6	→ 3 ?	9 ↓ +5
 sedmougao	7	→ 4 ?	14 ↓ +?
 n – ugao	 n	 n – 3	 n · (n – 3) : 2

- Broj dijagonala povučenih iz jednog tjemena uvijek je manji za 3 od broja tjemena mnogougla.

$$d = n - 3$$

- Iz svakog tjemena izlazi isti broj dijagonala. U četvorouglu od 4 tjemena izlazi po jedna dijagonala, ali brojimo 2. U petouglu iz jednog tjemena izlaze po dvije dijagonale, znači 10, ali brojimo 5 itd.

$$D = n \cdot (n - 3) : 2$$

Vježbaj

1. Kako se naziva mnogougao sa osam strana?

2. Nacrtaj ravnokraki pravougli trougao.

3*. Jedan od trapeza je:

a) romboid

b) trapez

c) deltoid

č) kvadrat

4*. Imenuj svaki mnogougao i grupiši ga:

a) u trouglove, četvorouglove i ostale mnogouglove;

b) u pravilne i nepravilne;

c) u konveksne i nekonveksne.

5. Koliko dijagonala može da se povuče iz jednog tjemena:

a) osmougla;

b) desetougla;

c) dvanaestougla?

6. Koji je mnogougao u kome iz jednog tjemena može da se povuče:

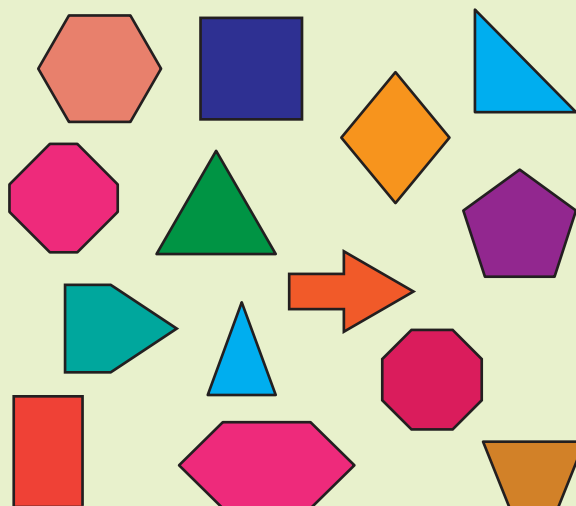
a) 8, b) 10, c) 12 dijagonala?

7. Koliko dijagonala može da se povuče u:

a) 11-uglu,

b) 17-uglu,

c) 20-uglu?



8. Zbir dijagonala u sedmouglu i dijagonala u desetouglu daje broj dijagonala povučenih iz jednog tjemena nekog mnogougla. Na koji to mnogougao?

9. Koji mnogougao ima 9 dijagonala?



EKONOMSKA MATEMATIKA

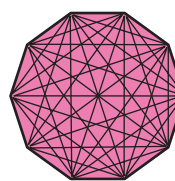
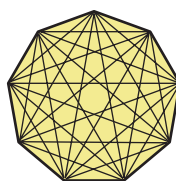
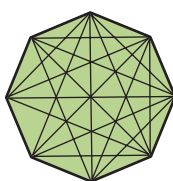
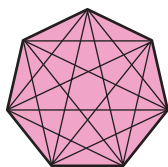
Šest kompanija za proizvodnju automobilskih delova dogovara se da uspostave saradnju kako bi proširili svoju proizvodnju i proizveli svoj model automobila. Koliko sporazuma o saradnji treba da bude potpisano na njihovom prvom sastanku?



ZELENA MATEMATIKA

U jednom vrtu se planira sadnja novih cvjetnih stabala. U tom cilju, oko centralne kružne fontane, na jednakom rastojanju od nje, biće zasađena stabla magnolije. Bilo koja dva stabla, povezivaće pravolinijske cijevi za vodu. Koliko ukupno cijevi će biti postavljeno ako se zasađe stabla:

- a) 7, b) 8, c) 9, č) 10 magnolija?



NAUČIČEŠ:

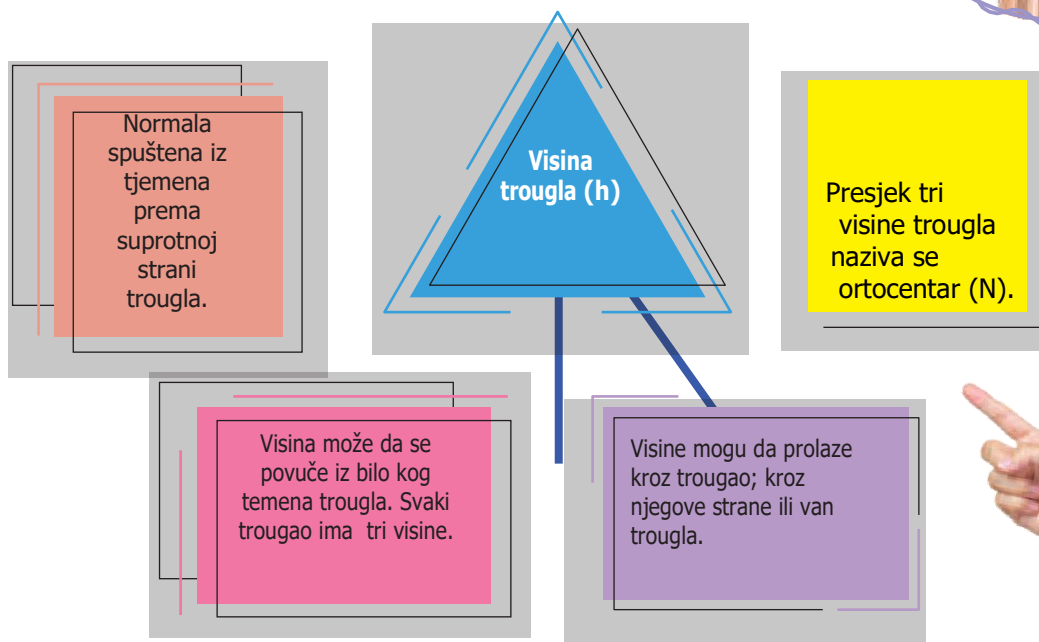
- šta je visina trougla, ortocentar, težišna linija, težište i srednja linija trougla.



Koje prave su paralelne?

ZA PODSJEĆANJE Kada kažemo da su prave uzajamno normalne?

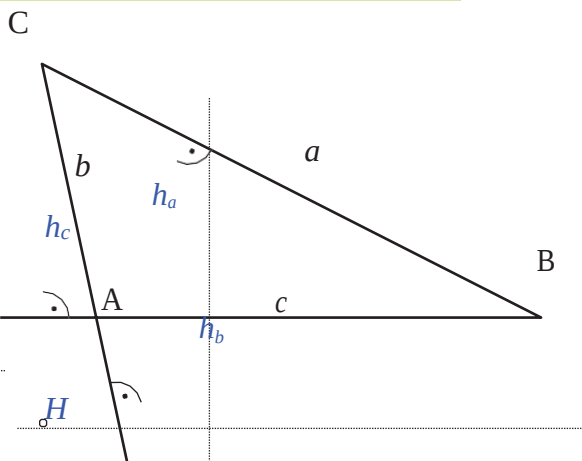
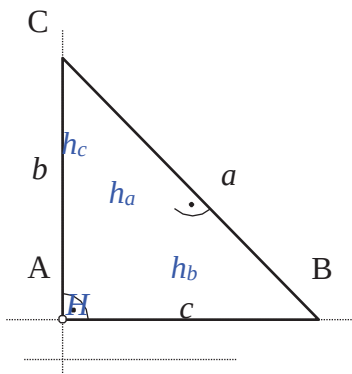
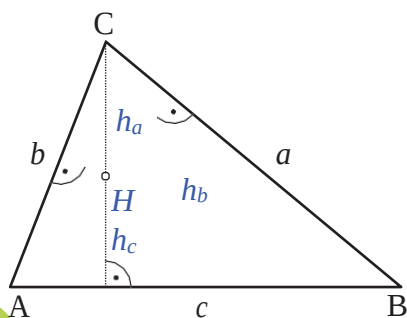
Šta znači da se dvije prave sijeku?



Visine kod oštroglog, pravouglog i tupouglog trougla:

h_a – oznaka visine spuštene prema strani a

H – ortocentar



Duž koja
povezuje tjeme
sa sredinom
suprotnih strana.

Težišna
linija trougla

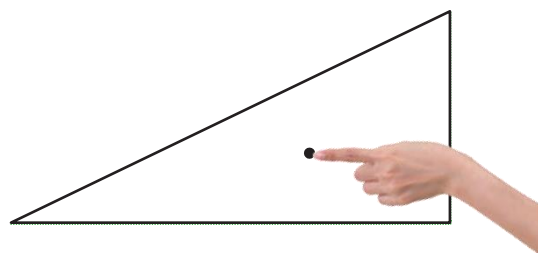
Težišna linija može da
se povuče iz bilo kog
tjemena trougla.
Svaki trougao ima tri
težišne linije.

Presjek težišne linije
je tačka koja se
uvijek nalazi u
trouglu naziva se
težište (T).

Težišna linija dijeli trougao
na dva trougla jednake
površine.

Težište dijeli težišnu
liniju dvije duži u
saodnosu 2:1.

Težište je centar
mase predmeta sa
ravnornom
gustinom. Naslonjen
u njemu, predmet je
u ravnoteži.

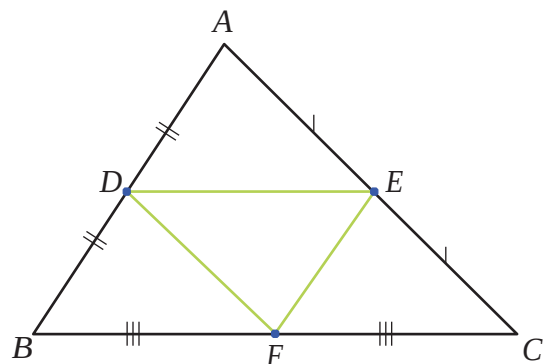
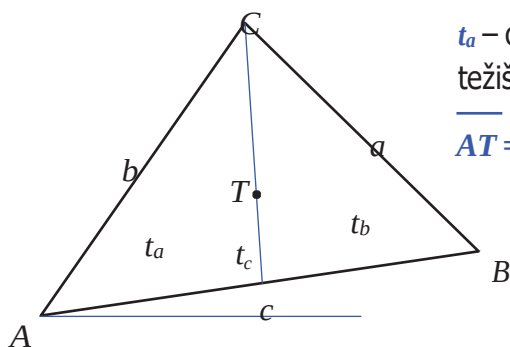


t_a – oznaka težišne linije spuštene prema strani a T –
težište

$$\overline{AT} = \frac{2}{3} t_a,$$

$$\overline{BT} = \frac{2}{3} t_b,$$

$$\overline{CT} = \frac{2}{3} t_c,$$



$$m_a = \overline{DE}, \quad m_b = \overline{DF}, \quad m_c = \overline{EF}$$

Duž koja povezuje
sredine dvije strane.

Srednja
linija
trougla
(m)

Srednja linija je
paralelna trećoj
strani.

Srednja linija je
polovina treće
strane.

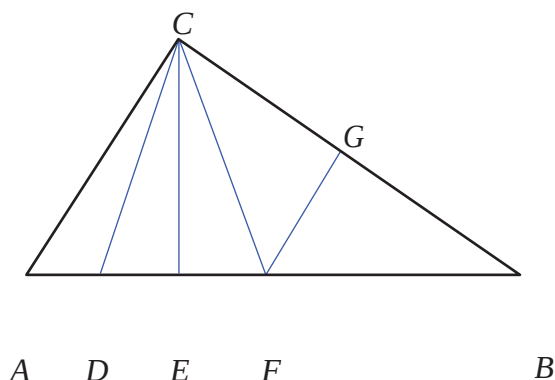
Trougao ima tri
srednje linije.

NEOBAVEZNO

Provjeri
da li si razumio!

Razgledaj crtež i odgovori:

- Koja od duži trougla je visina?
- Koja od duži je težišna linija?
- Koja od duži je srednja linija?



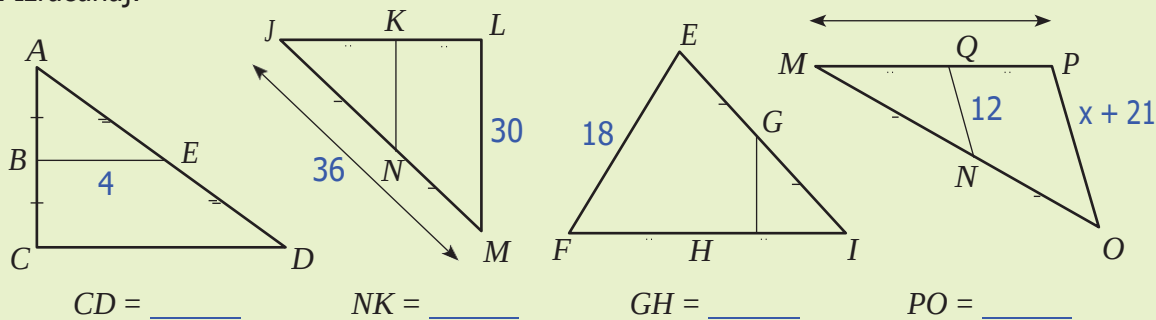
1. Koliko visina treba da nacrtas da bi odredio ortocentar trougla?
2. Šta možeš da zaključiš o visinama, težišnim linijama i srednjim linijama:
 - ravnokrakog trougla,
 - ravnostranog trougla?
3. Nacrtaj raznostrani oštrogli trougao i povuči njegove visine. Izmjeri i zapiši njihove dužine. Poređaj ih po veličini počevši od najmanje. Poređaj strane po veličini počevši od najmanje. Šta možeš da zaključiš? Da li važi isto i za težišne linije i srednje linije?

Vježbaj:

1. Kom trouglu su:
 - a) visine jednake;
 - b) dvije težišne linije su jednake;
 - c) dvije visine se poklapaju sa njegovim stranama.



2. Izračunaj:



3. Visine $\triangle ABC$ imaju dužinu $h_a = 4$ cm, $h_b = 5$ cm i $h_c = 6$ cm. Koja od strana trougla će imati najveću dužinu?

4. Koju tačku ćeš dobiti ako:

- a) u ravnostranom $\triangle AVS$ nacrtáš visinu iz tjemena A i težišnu liniju iz tjemena B;
- b) u ravnokrakom pravouglo $\triangle AVS$ nacrtáš visinu prema hipotenuzi?

5. U $\triangle ABC$, t_a iznosi 6 cm. Odredi, bez crtanja, koliko je rastojanje između tjemena A i težišta T.

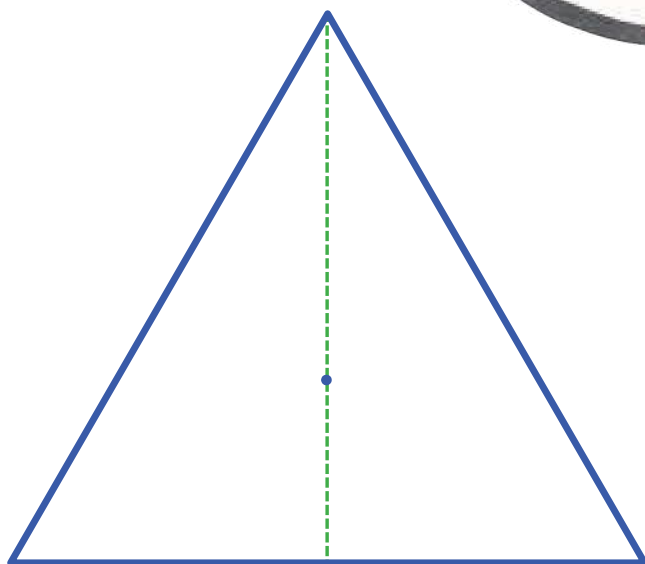
6. U ravnostranom $\triangle ABC$, visina h_c iznosi 9 cm. Odredi bez crtanja, koliko je rastojanje između težišta i ortocentra.



Grupna aktivnost



U ravnostranom trouglu, rastojanje od ortocentra do strane je 5 cm. Koliko iznosi zbir visine trougla?



ORTOCENTAR!!!



NAUČICEŠ:

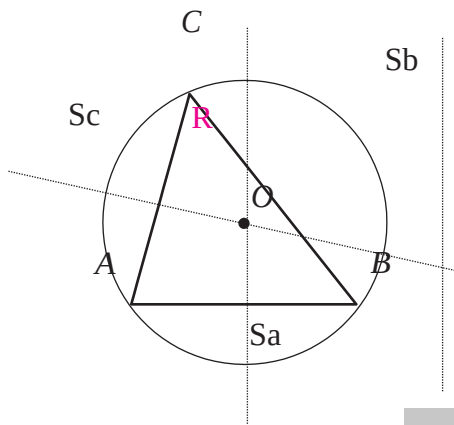
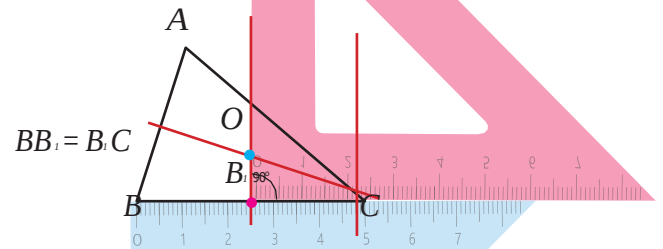
- da crtaš simetrale strana trougla i simetrale uglova trougla;
- šta je opisana kružnica i šta je upisana kružnica;
- da crtaš opisanu i upisanu kružnicu trougla.

**ZA PODSJEĆANJE****Primjer:**

Nacrtaj proizvoljni raznostrani oštrogli trougao. Nacrtaj simetrale njegovih strana.

Rješenje:

Ako si radio precizno, sigurno si dobio crtež kao na slici desno. Tri simetrale strana se sjeku u jednoj tački O. Ova tačka se naziva centar opisane kružnice.



Njen centar može da se nalazi:
u trouglu;
van trougla ili na strani trougla.

Njen **radijus (R)** je
rastojanje iz centra do
kojeg je bilo teme
trougla.

Dodiruje
temena
trougla.

Kod pravouglog trougla
radijus je polovina
hipotenuze.

Nacrtaj opisanu kružnicu na tvom trouglu, tako što ćeš zabosti šestar u centar O i otvorićeš ga do bilo kojeg temena trougla.

Provjeri da li si razumio!

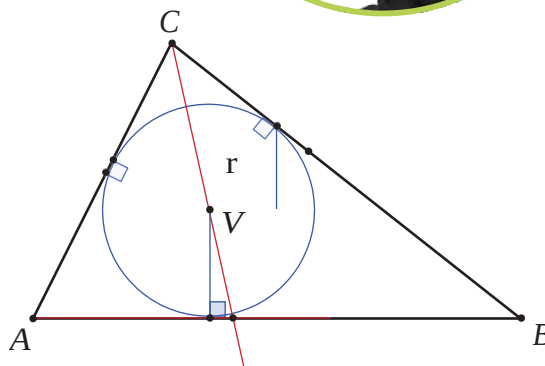
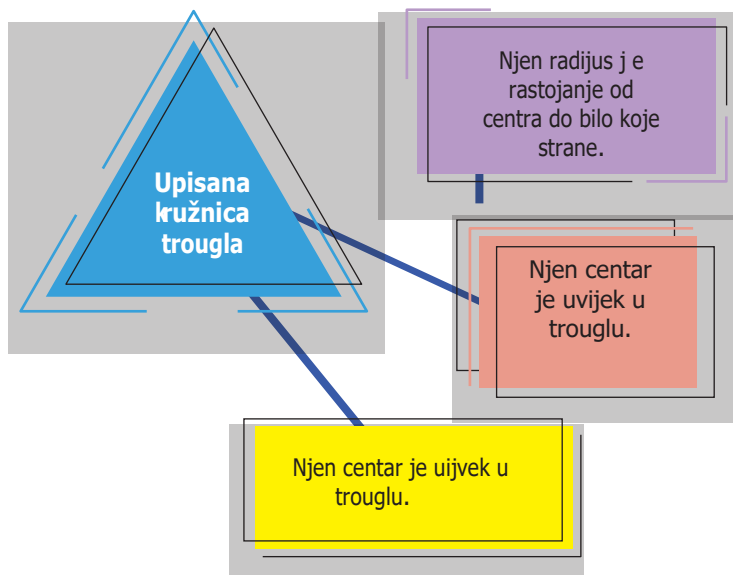
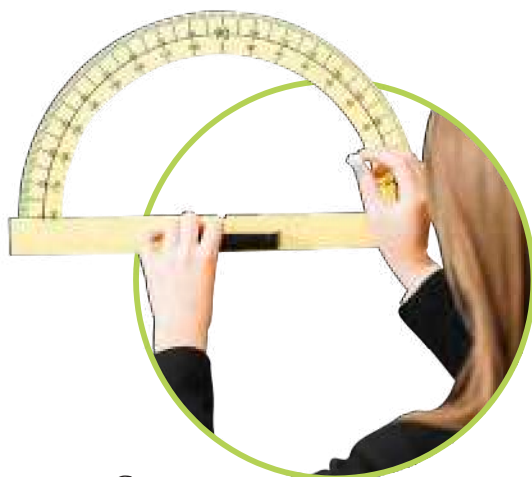
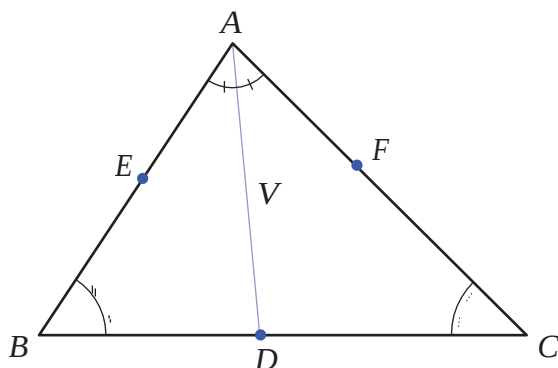
1. Koliko simetrala strana treba da nacrtas da bi odredio centar opisane kruznice?
2. Nacrtaj opisanu kružnicu: raznostranog pravouglog trougla; raznostrani tupougli trougao i ravnostrani trougao.

Primjer:

Nacrtaj proizvoljni raznostrani oštrogli trougao. Nacrtaj simetrale njegovih uglova. Koristi uglomjer.

Rješenje:

Ako si radio precizno, sigurno si dobio crtež kao na slici dole. Tri simetrale uglova se presjecaju u jednoj tački V.



Provjeri da li
si razumio!

1. Unesi vrstu trougla za koji važi svojstvo:

	Dijeli suprotnu stranu na dva jednaka dijela	Dijeli ugao na dva jednaka dijela.	Prolazi kroz centar opisane kružnice trougla	Prolazi kroz centar upisane kružnice trougla
Simetrala strane trougla				
Simetrala strane trougla				

Vježbaj:

1. Simetrala strane trougl?

2. Nacrtaj ravnokraki trougao, nacrtaj visinu i težišnu liniju prema osnovi i odredi centar upisane kružnice. Šta možeš da zaključiš iz crteža?

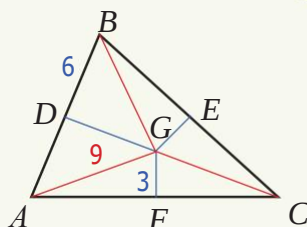
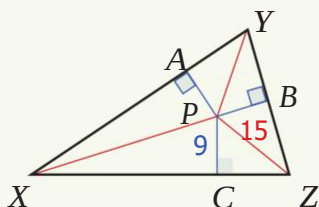


3. Nacrtaj ravnostrani trougao sa stranom 5 cm.

Nacrtaj simetrale njegovih uglova. Koliko je rastojanje između centra upisane kružnice i strane?

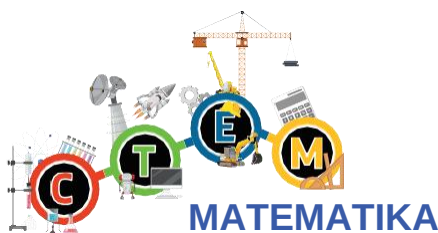
4. Koliko iznosi dužina:

- a) duži PB y $\overline{\Delta XZY}$;
 b) duži BG y $\overline{\Delta ACB}$?



EKONOMSKA MATEMATIKA:

Tri sladoledžije su svojim pokretnim frižiderima prodavali sladoled na lokacijama A, B i C van grada po preporuci njihovog distributera. On se vodio idejom da međusobno ne „krađu“ potrošače, ali i da mu svi budu na jednakom rastojanju od magacina. Odredi lokaciju njegovog magacina.



U novom urbanističkom planu, u trouglom parku, planirano je da se izgradi nova fontana sa česmama sa vodom za piće. Ideja arhitekta je data na slici, ali gradski savjet (gradsko vijeće) je dao preporuku da česma bude podjednako udaljena od tri ulice kako bi bila lako dostupna pješacima. Provjeri da li je dobro isplanirana njena lokacija i staze koje vode do nje.



NAUČIČEŠ:

- da izračunavaš nepoznati ugao u različitim trouglovima.

**ZA PODSJEĆANJE**

Koje su vrste trouglova?

Koje su vrste uglova koje znaš i koliko iznosi njihova veličina izražena u stepenima?

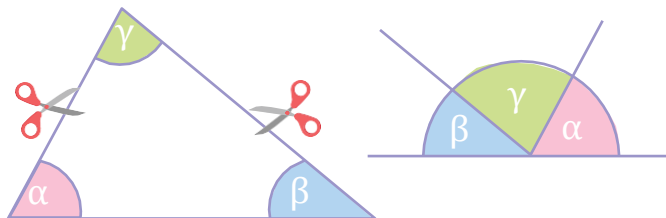
Primjer:

Nacrtaj sve vrste trouglova prema dužini njihovih strana i prema veličini njihovih uglova. Zatim izmjeri uglove svakog trougla i izračunaj njihov zbir.

Rješenje:

Da razgledamo jedan proizvoljni trougao. Ako odsječemo sva tri ugla i poređamo ih jedan do drugog tako što će imati zajedničko tjeme i zaedničke krake kao na slici, onda će oni zajedno formirati ravan ugao.

Iz ovog, a i iz tvog mjerenja, može da se izvede zaključak da za bilo koji trougao važi: zbir njegovih uglova iznosi 180° .

**Primjer:**

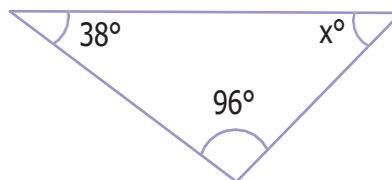
Dva ugla u trouglu su 38° i 96° . Izračunaj veličinu trećeg ugla.

Rješenje:

Računanje nepoznatog ugla preko izraza:

$$x^\circ = 180^\circ - (38^\circ + 96^\circ) = 180^\circ - 134^\circ = 46^\circ \text{ или}$$

$$x^\circ = 180^\circ - 38^\circ - 96^\circ = 142^\circ - 96^\circ = 46^\circ$$



Računanje nepoznatog ugla rješavanjem jednačine:

$$38^\circ + 96^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$134^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 134^\circ$$

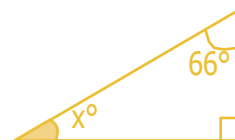
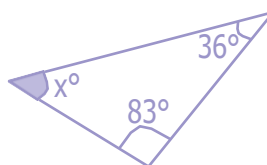
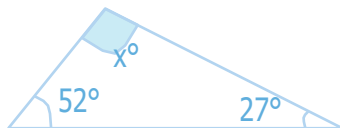
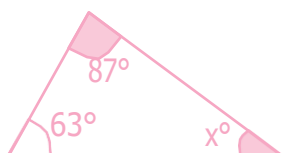
$$x^\circ = 46^\circ$$

Provjeri da li razumio!

1. Da li postoji trougao sa uglovima:

- a) 30° , 60° и 90° ; c) 35° , 65° и 80° ;
 b) 79° , 81° и 30° ; č) 110° , 40° и 50° ?

2. Izračunaj ugao koji nedostaje.



Vježbaj:

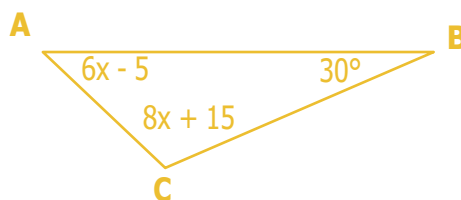
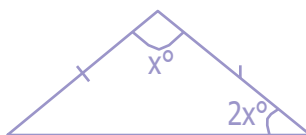
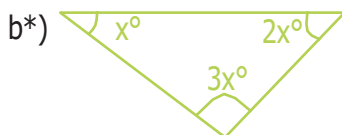
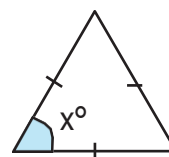
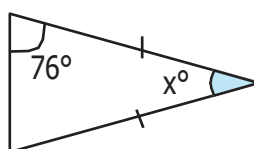
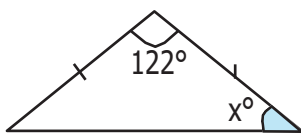
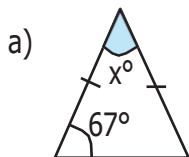
1. Popuni tabelu tako da uglovi α , β и γ budu unutrašnji uglovi trougla.

α		γ
49°		103°
51°	72°	
	43°	11°

2. Koje vrste je trougao ako je zbir dva njegova ugla:

- a) tupi ugao, b) pravi ugao, c) oštri ugao?

3. Izračunaj nepoznati ugao trougla.



4. Izračunaj unutrašnje uglove trougla ako je:

a) $\alpha + \beta = 106^\circ$ i $\beta + \gamma = 101^\circ$;

b) $\alpha + \beta = 125^\circ$ i $\alpha - \beta = 27^\circ$;

c) $\gamma = 50^\circ$ i $\gamma - \beta = 3^\circ$.

5. Dva ugla trougla su $\alpha = 32^\circ$ i $\beta = 64^\circ$. Izračunaj ugao koji zahvataju simetrale ovih uglova. Napravi crtež!

6. Izračunaj uglove ravnokrakog trougla ako je:

a) Jedan ugao 54° .

b) Jedan ugao dva puta veći od drugog.

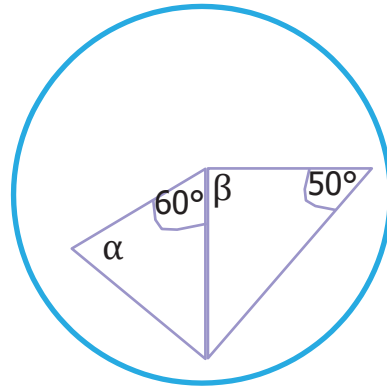
c) Jedan ugao za 30° manji od drugog.

č) Jedn ugao je $\frac{2}{5}$ drugog.

ć) Jedn ugao je 60 % drugog.

7. U pravouglom trouglu jedan od uglova je 50° . Koliko iznose drugi uglovi??

8. Razgledaj crtež i izračunaj nepoznate uglove.



SPOLJNI UGLOVI TROUGLA

NAUČIČEŠ:

- koji su unutrašnji uglovi i koji su spoljni uglovi trougla;
- da primjenjuješ veze između unutrašnjih uglova i spoljnih uglova da bi izračunao sve uglove trougla.



ZA PODSJEĆANJE

Koliko iznosi zbir uglova trougla?

Koji uglovi su: susjedni, naporedni i unakrsni uglovi?

Koji uglovi su komplementni, a koji su suplementni?

INFORMACIJA

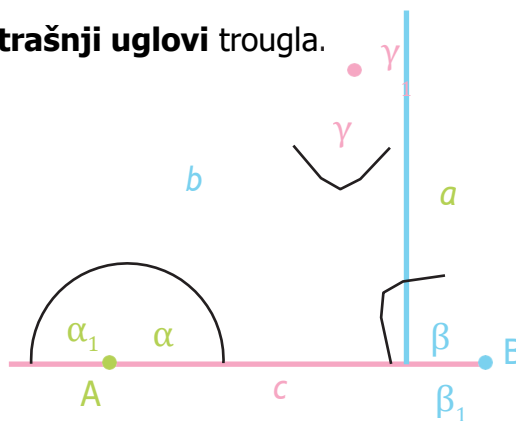


U trouglu ABC, uglovi α , β i γ nazivaju se **unutrašnji uglovi** trougla.

Produživanjem strana trougla dobijaju se još tri ugla α_1 , β_1 i γ_1 , koji se nazivaju **spoljni uglovi** trougla.

Svaki unutrašnji ugao sa spoljnim uglom, sa kojim ima zajedničko tjeme, formira ravan ugao. Znači, njihov zbir iznosi 180° .

Ako α zajedno sa β i γ formira ravan ugao i zajedno sa α_1 formira ravan ugao, onda $\alpha_1 = \beta + \gamma$. Ova važi za sve spoljne uglove.



Svaki spoljni ugao trougla je jednak zbiru dva nesusjedna unutrašnja ugla.

Primjer:

Izračunaj spoljne uglove trougla. Koliko iznosi njihov zbir?



Rješenje:

Prvo da izračunamo unutrašnji ugao γ : $\gamma = 180^\circ - (74^\circ + 48^\circ) = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$

U istom temenu unutrašnjeg i spoljnog ugla su suplementni:

$$\gamma_1$$

$$\gamma$$

$$74^\circ + \alpha_1 = 180^\circ \rightarrow \alpha_1 = 106^\circ$$

$$48^\circ + \beta_1 = 180^\circ \rightarrow \beta_1 = 132^\circ$$

$$58^\circ + \gamma_1 = 180^\circ \rightarrow \gamma_1 = 122^\circ$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 106^\circ + 132^\circ + 122^\circ = 360^\circ$$

Da li zbir spoljnih uglova iznosi 360° za svaki trougao?

$$\alpha_1 = \beta + \gamma, \quad \beta_1 = \alpha + \gamma, \quad \gamma_1 = \beta + \alpha$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = \beta + \gamma + \alpha + \gamma + \beta + \alpha = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

Iz proizvoljnosti trougla slijedi da ovo važi za svaki trougao.

Provjeri da li si razumio!

1. Izračunaj nepoznati ugao za svaki od sljedećih trouglova:

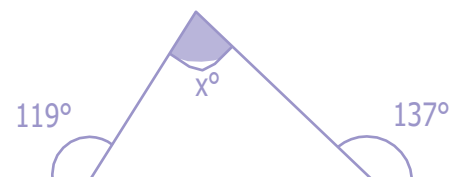
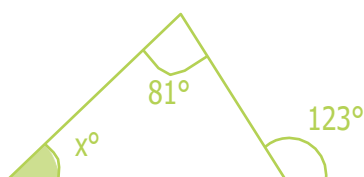
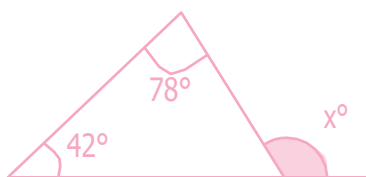
Četiri zavisnosti između uglova trougla

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \alpha_1 = \beta + \beta_1 = \gamma + \gamma_1 = 180^\circ$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma, \quad \beta_1 = \alpha + \gamma, \quad \gamma_1 = \beta + \alpha$$

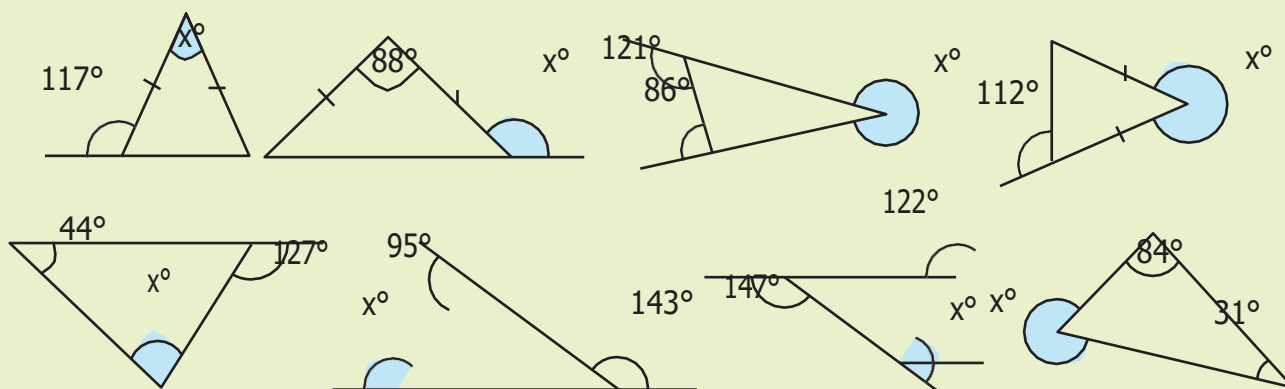
$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$$



2. Jedan spoljni ugao trougla je 119° . Jedan unutrašnji ugao je za 31° manji od njega. Izračunaj sve unutrašnje i sve spoljne nepoznate uglove.

Vježbaj:

1. Izračunaj nepoznati ugao:

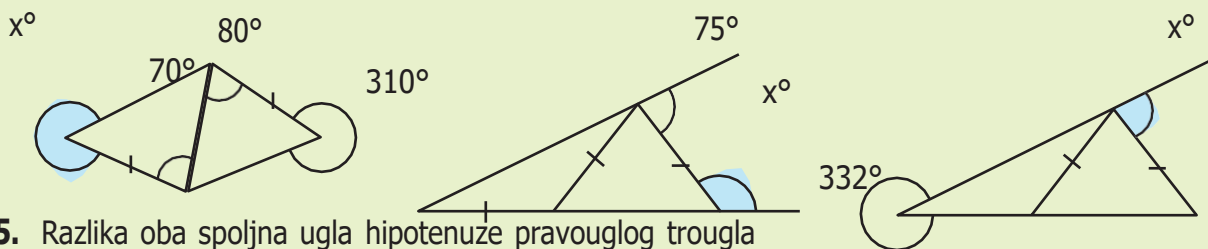


2. Izračunaj sve uglove trougla ako je:

a) $\beta_1 = 108^\circ, \gamma_1 = 115^\circ$, b) $\alpha_1 = 99^\circ, \gamma = 48^\circ$, B) $\alpha_1 = \beta_1 = \gamma_1$.

3. Izračunaj uglove pravougaonog trougla ako jedan njegov spoljni ugao iznosi 135° .

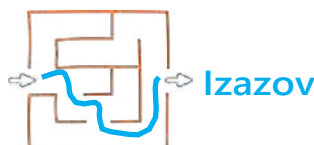
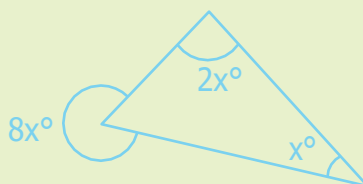
4. Primjeni četiri zavisnosti između uglova jednog trougla i izračunaj tražene uglove.



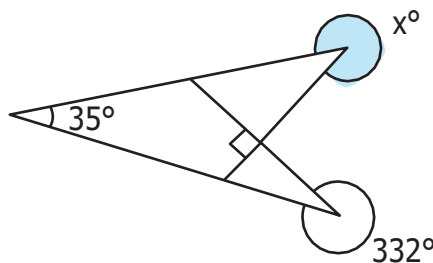
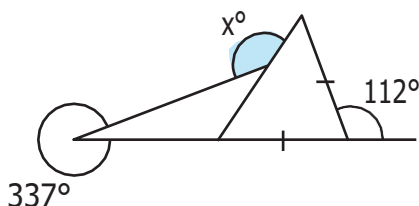
5. Razlika oba spoljna ugla hipotenuze pravouglog trougla je 40° . Izračunaj uglove trouglova.



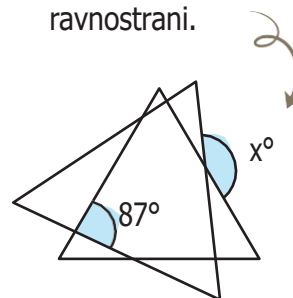
6*. Izračunaj uglove trougla.



1. Izračunaj tražene uglove.



Trouglovi su
ravnostrani.



2. Ugao između težišne linije i visine povučeni iz temena pravog ugla pravouglog trougla je 16° . Izračunaj uglove trougla.

AKTIVNOST

Da li važi veza između uglova i kod Bermudskog trougla?

- Istraži i informiši se o Bermudskom trouglu.
- Posluži se geografskom kartom Srednje Amerike.
- Na providnom listu kopiraj temena karte (potraži geografske koordinate) i nacrtaj trougao.
- Izračunavanjem provjeri da li važe veze između uglova.



NAUČIĆEŠ:

- kako se ponašaju uglovi i strane trougla.



ZA PODSJEĆANJE

Koji su osnovni elementi trougla?

Koja pravila važe za označavanje osnovnih elemenata trougla??



Primjer:

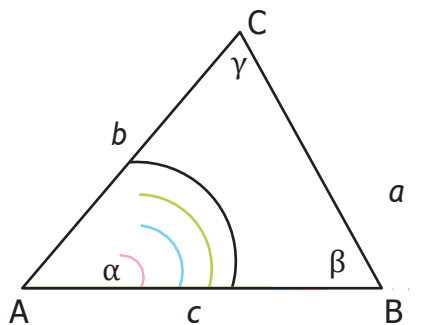
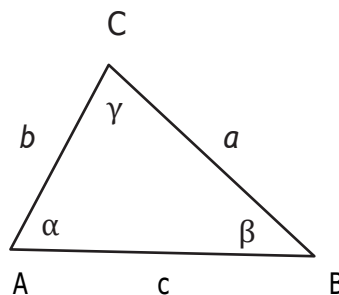
Nacrtaj raznostrani oštrogli trougao. Izmeri njegove uglove i njegove strane. Poređaj ih rastućim redoslijedom.

Rješenje:

Prema crtežu desno, za strane i uglove trougla važi:

$b < a < c$ и $\beta < \alpha < \gamma$.

Znač, nasuprot najmanjem uglu nalazi se najkraća strana, a nasuprot najvećim uglovima se nalazi najduža strana.



Ako su strana c i ugao β nepromjenljivi, onda povećanje ugla α će povući povećanje suprotne strane a , ali i smanjenje ugla γ .

Rasteći redoslijed za svaki trougao biće: $a < b < c$ и $\alpha < \beta < \gamma$.

Šta će se dogoditi ukoliko veličina ugla kod temena A nastavi da se povećava? Provjeri sa crtežom! Zatim objasni odgovor!



Primjer:

Date su tri duži $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ i $\overline{AC}$ (vidi crtež). Da li od ovih duži može da se formira trougao? Gdje treba da se postavi tačka B da bi mogao da se formira trougao od duži AB, BC i AC? Šta važi za dužine duži?

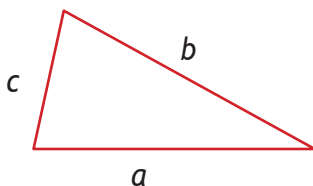


Rješenje:

Uslov da bi tri duži mogle biti strane trougla je:

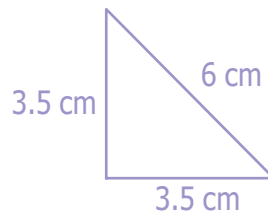
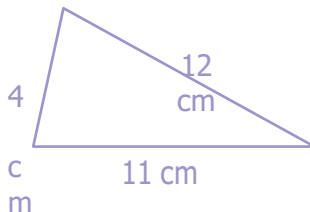
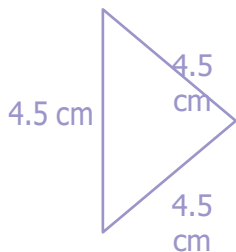
- zbir bilo koje dvije da bude veći od treće duži ili
- najmanja duž da je veća od razlike druge dvije.

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ b + c &> a \\ a + c &> b \end{aligned}$$

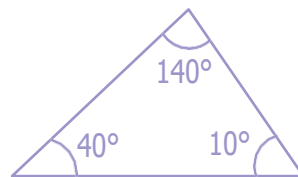
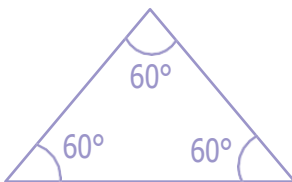
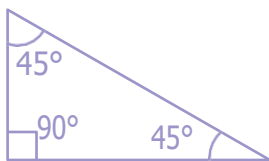


Provjeri da li si razumio!

1. Označi tjemena svakog trougla, a zatim označi uglove i zapiši njihove veličine u rastući redoslijed.



2. Označi tjemena svakog trougla, a zatim zapiši njegove strane opadajućim redoslijedom počevši od najduže strane.



3. Odredi koje tri duži mogu da formiraju trougao.

a) 1 cm; 1 dm i 0,1 m

b) 55 cm; 3 dm i 0,25 dm

c) 6 cm; 8 cm i 5 cm

Vježbaj:

1. Kod $\triangle ABC$, za dužinu strana važi $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$. Poređaj po veličini njihove uglove počinjući od najmanjeg.

2. Za dužine strana trougla važi $a > b > c$. Može li ugao β da bude: a) oštar, b) prav, c) tup?

3. Za jedan ravnokrak trougao poznata su dva ugla: 70° i 40° . Šta je veće: krak ili osnova trougla?

4. Zašto su uglovi osnove ravnokrakog trougla jednaki?

5. Zašto su uglovi u ravnostranom trouglu jednaki?

6. Trougao ABC ima strane $a = 5$ cm i $b = 3$ cm. Kolika može da bude treća strana trougla?

7. Strane trougla imaju mjerne brojeve koji su prirodni brojevi. Koliko takvih trouglova postoje ako su dvije strane sa dužinom 8 cm i 11 cm?

8. Strane jednog ravnokrakog trougla su 4 cm i 9 cm. Koja od njih je krak?

9. U pravouglom trouglu jedan oštar ugao je 25° . Koja od kateta je veća?

NAUČIĆEŠ:

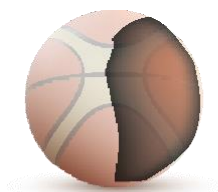
- da crtaš i da opisuješ 3D oblike;
- da imenuješ i da opisuješ 2D oblike od kojih je sastavljen 3D oblik.

**ZA PODSJEĆANJE**

Koje 3D oblike znaš? Kako su klasificirani?
Koji su osnovni elementi svakog 3D oblika?

**Пример:**

Posmatraj. Koje 3D oblike prepoznaješ kod predmeta oko sebe? Koji od njih su valjasti, a koji su rubast?



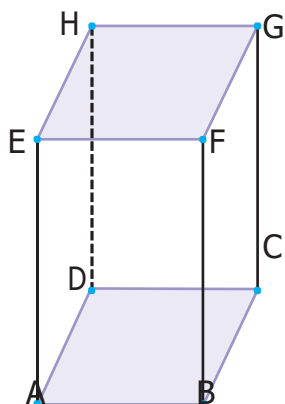
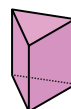
3D oblici su tijela u prostoru oko nas koja se opisuju sa 3 dimenzije – dužina, širina i visina. 3D znači trodimenzionalni.

- Osnovni elementi 3D oblika su:
- zidovi – površine (2D oblici) kojima je ograničen 3D oblik;
- ivice – duži u kojima se spajaju zidovi.

- tjemena – tačke u kojima se spajaju susjedne ivice.

Rubasti 3D oblici kojima su svi zidovi (površine) ravni.

Valjasti 3D oblici koji imaju zakrivljene površine.



Nacrta na je četvorougla prizma.

Njene osnove su četvorougaonik ABCD i EFGH.

Stranični (bočni) zidovi su pravougaonici: ABFE, BCGF, ADHE i CDHG.

Stranične (bočne) ivice su duži: $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$.

U tjemenu C spajaju se ivice: $\overline{CB}$, $\overline{CD}$ i $\overline{CG}$.

Ivica $\overline{EF}$ je zajednička ivica za osnovu EFGH i bočni zid ABFE.

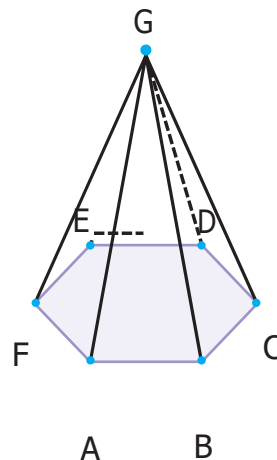
Zid ADHE je suprotan zidu BCGF.

1. Popuni tabelu 3D oblicima.

Ime	Broj tjemena a	Broj ivica	Broj zidova	Osnova (broj i vrsta 2D oblika)	Bočni zidovi (broj i vrsta 2D oblika)
Kocka					
Trougla prizma					
Šestougla prizma					
Četvorougla piramida					
Šestougla piramida					

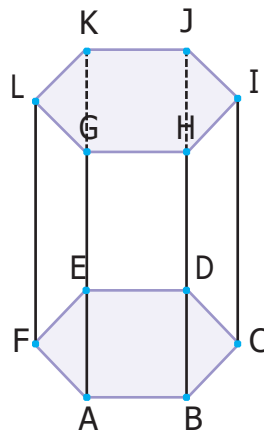
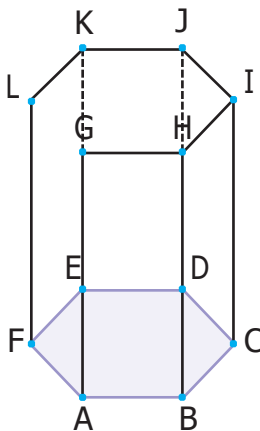
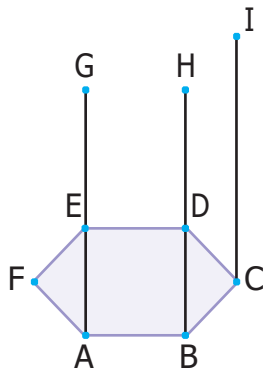
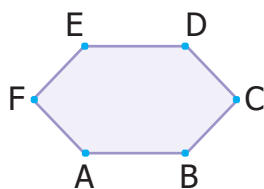
2. Odgovori na pitanja za dati 3D oblik.

- O kom 3D obliku je riječ?
- Koj vrsta mnogougla je njena osnova?
- Koliko bočnih ivica ima? Koje su to?
- Koliko bočnih zidova ima? Koja vrsta mnogougla su to?
- Koji su susjedni zidovi zida EFG D?
- Koji su susjedni zidovi zida EFG?
- Koji rubovi su iste dužine?



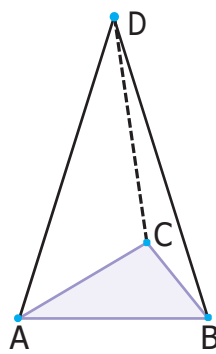
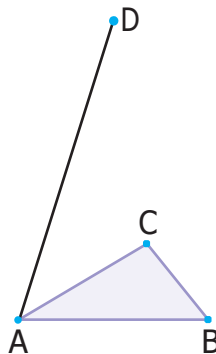
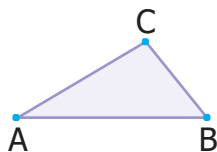
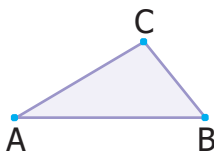
Da bi nacrtao šestouglu prizmu visoku 7 cm, prati sljedeće korake:

1. Nacrtaj jednu osnovu – šestougao ABCDEF.
2. Iz svakog tjemena osnove nacrtaj jednake duži dužine 7 cm – vertikalne bočne ivice iz kojih ćeš dobiti tjemena gornje osnove.
3. Poveži dobijena tjemena da dobiješ prizmu.



Da nacrtáš trouglu piramidu, prati korake

1. Nacrtaj osnovu – trougla ABC.
2. Izaberi tačku – vrh piramide.
3. Svako tjeme osnove poveži vrhom D

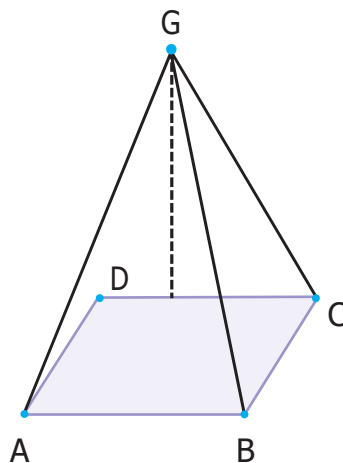


Provjeri da li si razumio!

1. Odgovori na pitanja o datom 3D obliku.

- a) O kom 3D obliku je riječ?
- b) Koja vrsta mnogougla je njegova osnova?
- c) Koliko bočnih ivica ima? Koje su to ivice?
- č) Koje ivice se spajaju u teme D?
- ć) Koje ivice su iste dužine?

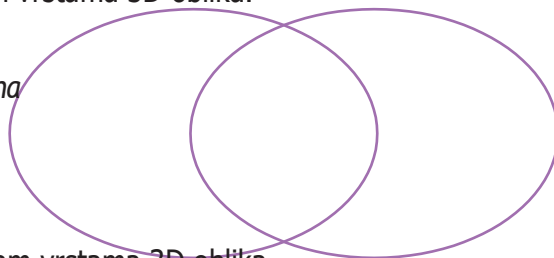
2. Nacrtaj trouglu prizmu.



Vježbaj:

1. Zbir dužina ivica kocke je 156 cm. Koliko iznosi dužina jedne ivice?
2. Zbir dužina ivica kvadra je 96 cm. Dužina kvadra je 11 cm, a širina je 6 cm. Koliko iznosi visina kvadra?
3. Koliko metara žice je potrebno za ivice trostrane piramide ako su sve dužine 50 cm?
4. Popuni Venov dijagram vrstama 3D oblika.

3D oblik koji ima
paran broj tjemena



3D oblik koji ima zid
trougao

5. Popuni Karolov dijagram vrstama 3D oblika.

	Ima zid koji je trougao	Nema zid koji je trougao
Ima zid koji je kvadrat		
Nema zid koji je kvadrat		



6. Kakve 3D oblike ćeš dobiti ako kocku od plastelina presječeš na pola:

- a) po sredini strana;
- b) po dijagonali zida.

Grupna aktivnost



Izradi knjigu o 3D oblicima. Na svaku stranu knjige nacrtaj jedan 3D oblik i zapiši opis za nju (njeno ime, broj tjemena, ivice i zidove, kakav 2D oblik joj je osnova, a kakav 2D oblik su joj bočni zidovi i sl.).

Možeš da dodaš i stihove ili zagonetku za svaki 3D oblik.

*Najpravičniji 3D oblik sam,
kako god me gledaš – isto je. Sve ivice iste su mi,
svi zidovi isto tako.
Zovem se ... (kocka)*

*Ja sam rebrasto tijelo, ali prizma ne.
Ivica imam osam, pogodi ko sam.
(četvorougla piramida)*

NAUČIČEŠ:

- da crtaš mrežu 3D oblika (prizma, piramida i cilindar) i da izrađuješ 3D oblike od datih mreža.

**ZA PODSJEĆANJE**

Koliko i koja vrsta četvorougla su ti potrebni da izradiš kutiju u obliku kocke?

Objašnjenje

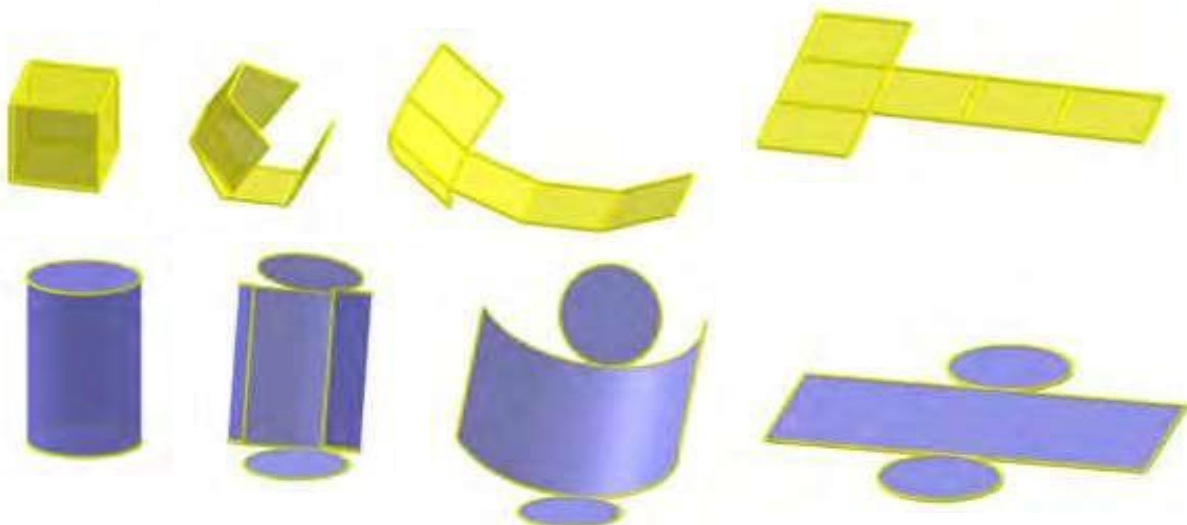
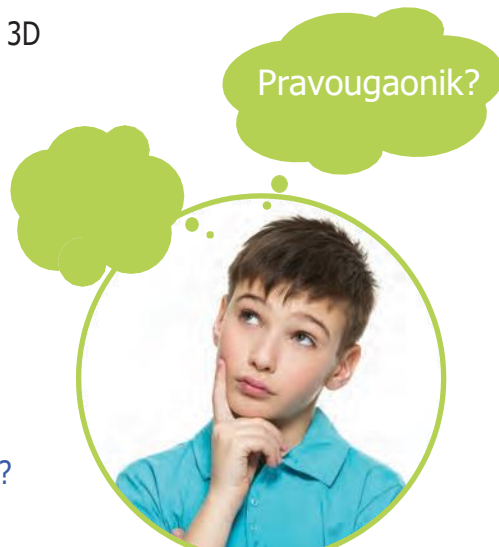
Mreža 3D oblika je složen 2D oblik čijim presavijanjem (po rubovima sastavnih dijelova) se dobija 3D oblik.

Naniže su predstavljene mreže kocke i cilindra. Opišite ih!

Od kojih sastavnih dijelova (2D oblika) je sastavljena mreža cilindra?

A kocke? Po čemu se razlikuju?

Pravougaonik?



1. Koji od sljedećih oblika su mreže na kocki?
(Za isti 3D oblik mogu da se nacrtaju različite mreže.)

a)



b)



c)



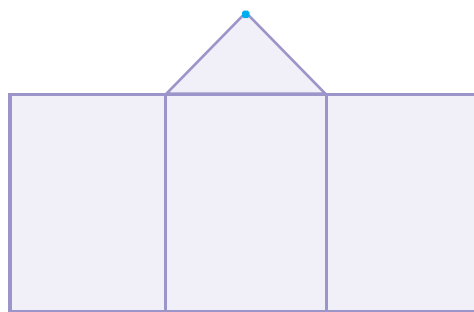
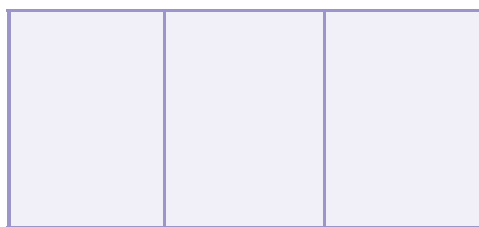
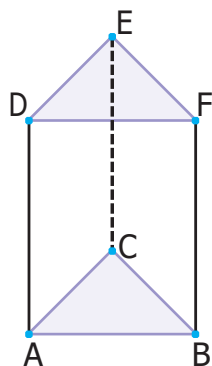
Primjer:

Nacrtaj mrežu trougaone prizme sa osnovom ravnostranog trougla sa stranom 4 cm i bočnom ivicom 6 cm.

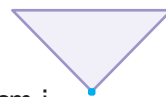
Rješenje:

Mreža trougaone prizme se sastoji od dva isti trougla (ravnostrani trouglovi strane 4 cm) – osnovi prizme pravougaonika (sa dimenzijama 4 cm i 6 cm).

- Prvo crtamo bočne zidove – tri pravougaonika.
- Zatim crtamo i obe osnove – dva trougla kao gornja i donja osnova.

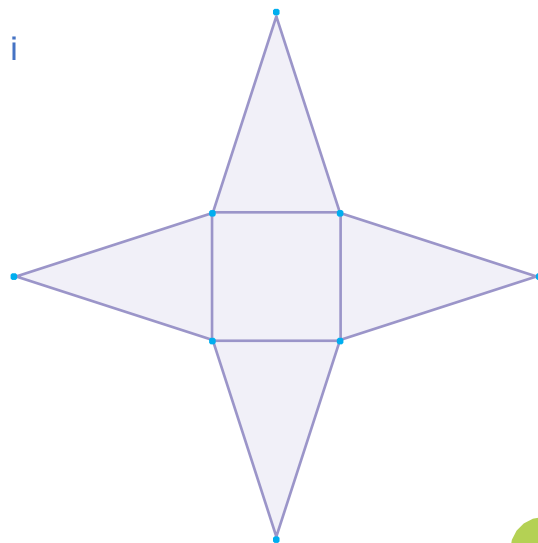
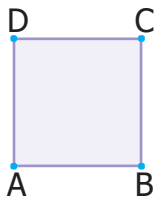
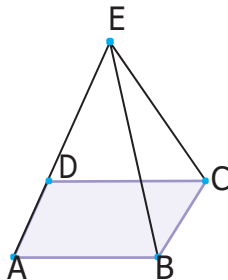
**Primjer:**

Nacrtaj mrežu četvorougla piramide sa osnovom kvadrata strane 5 cm i visine bočnog zida 7 cm.

**Rješenje:**

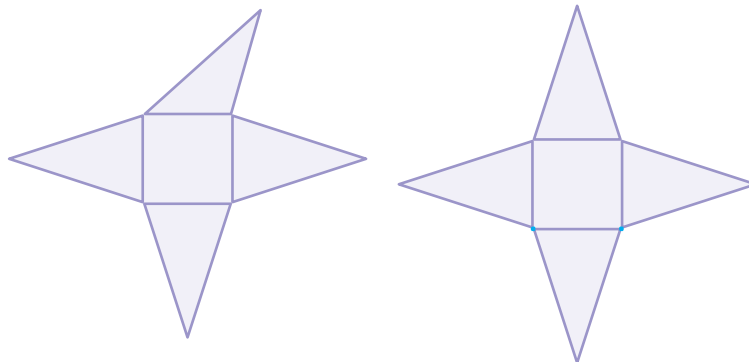
Mreža četvorougla piramide se sastoji od jednog četvorougla (kvadrat strane 5 cm) – osnovi piramide i četiri ista ravnostrana trougla (osnove 5 cm i visine 7 cm).

- Najprije crtamo osnovu – kvadrat.
- Zatim crtamo bočne zidove – četiri trougla.



Provjeri da li
si razumio!

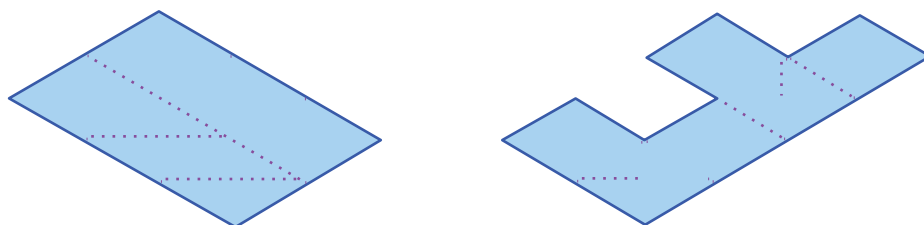
1. Od čega se sastoji mreža trougaone piramide?
2. Jedna od dvije nacrtane mreže je pogrešna. Objasni šta treba da se popravi.



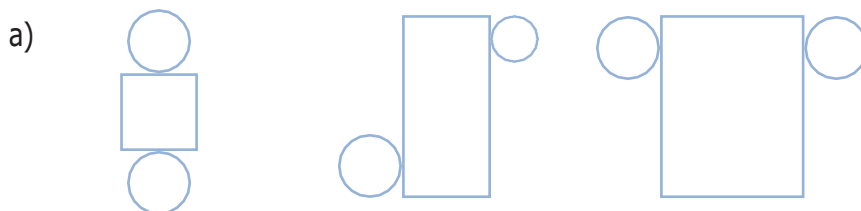
3. Nacrtaj mrežu kvadra dužine 7 cm, širine 4 cm i visine 5 cm.

Vježbaj:

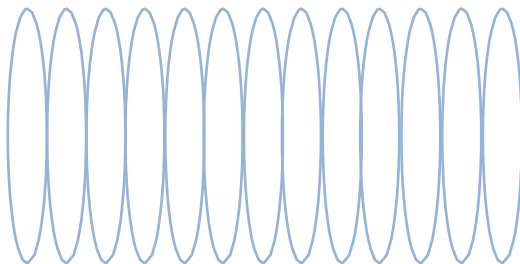
1. Date mreže nisu mreže kocke. Objasni zašto.



2. Troje učenika je crtalo mrežu 3D oblika. Koji je 3D oblik koji su željeli da nacrtaju? Koja je tačna mreža? Šta su pogriješili učenici?



3. Nacrtaj mrežu šestougaone prizme sa ivicom osnove 4 cm i bočnom ivicom 7 cm.
4. Nacrtaj mrežu trougaone piramide kod koje su sve ivice 6 cm. (Takva piramida se naziva tetraedar.)
5. Koji 3D oblik ćeš dobiti od date mreže?



Zašto su nam uopšte potrebne mreže?

Sposobnost da se razumije kako je 3D oblik sastavljen od 2D dijelova nije samo korisna vještina ako treba da konstruišete kutiju. Inženjeri i dizajneri koriste složene i moćne pakete za dizajn uz pomoć kompjutera kako bi pomogli u dizajniranju svega, čak i građevina koje mogu da se pakuju. Pokušaj da napraviš mrežu datih 3D oblika.

Kako bi se
razumjelo kako je
sastavljen 3D oblik.



NAUČIĆEŠ:

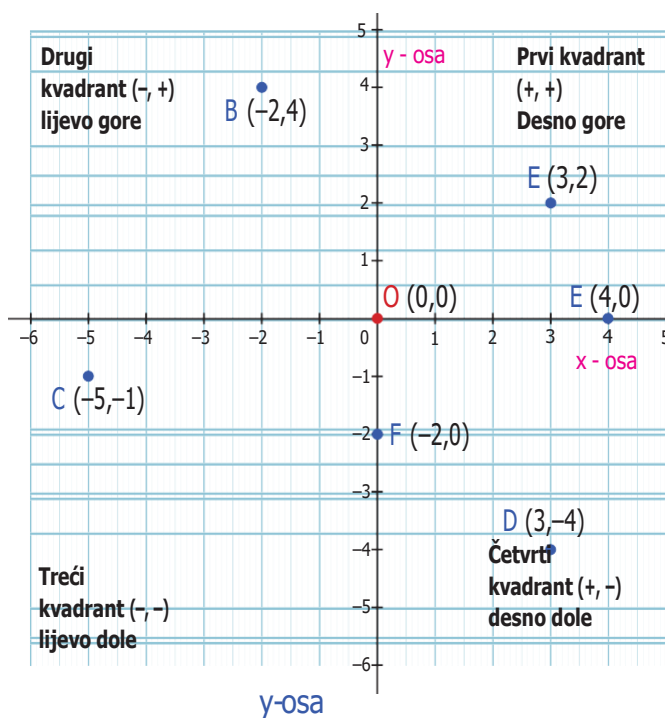
- da čitaš i da unosiš koordinate tačaka u svim kvadrantima koordinatnog sistema.



ZA PODSJEĆANJE

Kako se predstavlja tačka u koordinatnom sistemu?

Koja je razlika u predstavljanju tačaka A(3,5) i B(5,3)?



Koordinatniot sistem se sastoji od dvije uzajamno normalne ose: h-osa (horizontalna) i u-osa (vertikalna). Njihova presečna tačka $O(0,0)$ je koordinatni početak.

Koordinatne ose dele ravan na 4 dijela – kvadranta.

Položaj svake tačke u ravni je određen njenim dvijema koordinatama (h, y) . Prva nam kaže koliko je tačka udaljena od y-ose (desno ili lijevo), a druga nam kazuje koliko je tačka udaljena od h-ose (gore ili dole).

Objašnjenje

Tačka A(3,2) je 3 jedinice desno od y-ose i 2 jedinice iznad h-ose.

Tačka V(-2,4) je 2 jedinice lijevo od y-ose i 4 jedinice iznad h-ose.

Tačka S(-5,-1) je 5 jedinica lijevo od y-ose i 1 jedinicu ispod h-ose.

Tačka D(3,-4) je 3 jedinice desno od y-ose i 4 jedinice ispod h-ose.

Tačke E i F su ose i zato imaju jednu koordinatu 0.

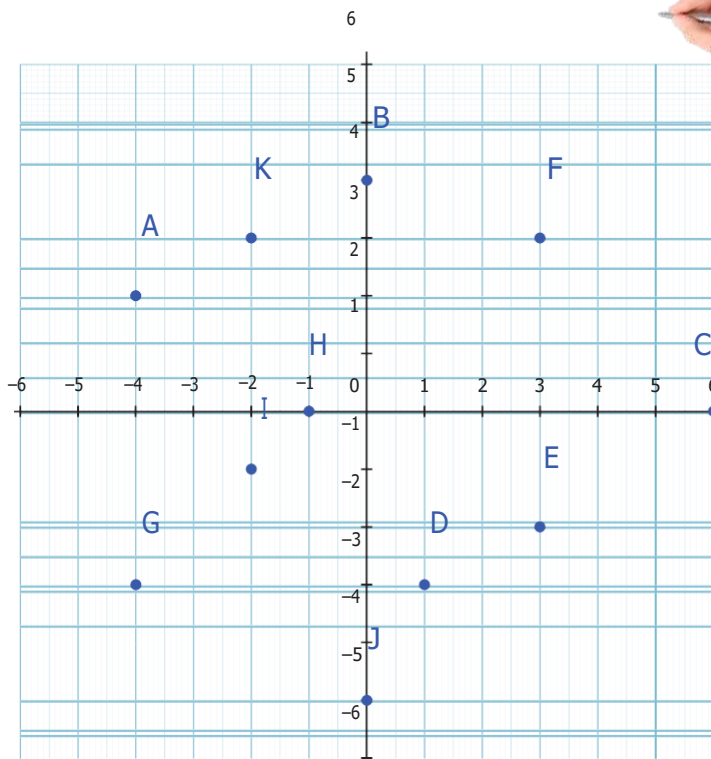
Tačka E(4,0) je 4 jedinice desno od y-ose, na samoj h-osi (niti ispod niti iznad nje).

Tačka F(0,-2) je na samoj y-osi (niti desno niti lijevo), 2 jedinice ispod h-ose



1. Predstavi u koordinatnom sistemu tačke: A(-5, 2), V(5, -3), S(0, -3), D(4, 3), E(-5, -2), F(4, 0), G(-2, -5), H(-2, 0).

2. Zapišite koordinate tačaka koje su predstavljene u koordinatnom sistemu.



Provjeri da li razumio!

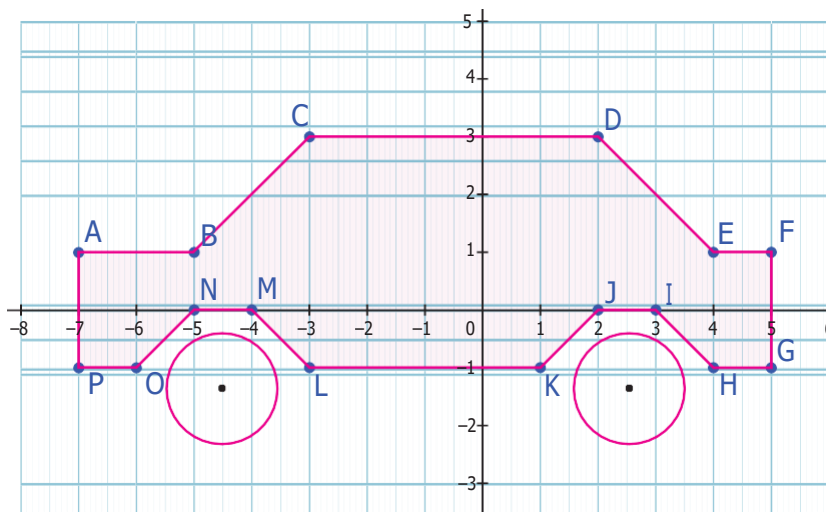
1. Šta je koordinatni sistem? Koji su njegovi dijelovi?
2. Objasni kako ćeš predstaviti tačku M(-2,3) u koordinatnom sistemu.
3. Zapiši tri tačke koje se nalaze 3 jedinice lijevo od y-ose.

Vježbaj:

1. Zapiši koordinate tačke koja:
 - a) leži na y-osi;
 - b) leži u četvrtom kvadrantu;
 - c) leži na granici između drugog i trećeg kvadranta;
 - č) je udaljena 5 jedinica od h-ose



2. Zapiši koordinate na označenim tačkama kojima je kreirana figura.



3. Date tačke predstavi u koordinatnom sistemu i poveži ih u izlomljenoj liniji. Koje oblike si dobio?

a) $A = (-3, 2)$
 $B = (-3, -2)$
 $C = (2, -2)$
 $D = (1, -4)$
 $E = (6, 0)$
 $F = (1, 4)$
 $G = (2, 2)$

b) $A = (2, 1)$
 $B = (3, 2)$
 $C = (4, 2)$
 $D = (5, 1)$
 $E = (2, -2)$
 $F = (-1, 1)$
 $G = (0, 2)$
 $H = (1, 2)$

c) $A = (-3, 1)$
 $B = (-4, 2)$
 $C = (-5, 2)$
 $D = (-5, -2)$
 $E = (-4, -2)$
 $F = (-3, -1)$
 $G = (3, -1)$
 $H = (4, -2)$
 $I = (5, -2)$
 $J = (5, 2)$
 $K = (4, 2)$
 $L = (3, 1)$



Kreiraj zagovetku za tvog druga – ti pripremi mu koordinate, a on neka pogodi oblik.

1. U koordinatnom sistemu nacrtaj trougle prema zahtjevima i zapiši koordinate na njihovim temenima.

- a) Tupougli trougao, tako što mu sva tjemena leže u različitom kvadrantu.
 b) Pravougaoni trougao, tako što mu dva tjemena leže na koordinatnim osama.
 c) Oštrogli trougao, tako što mu dva tjemena leže u trećem kvadrantu.

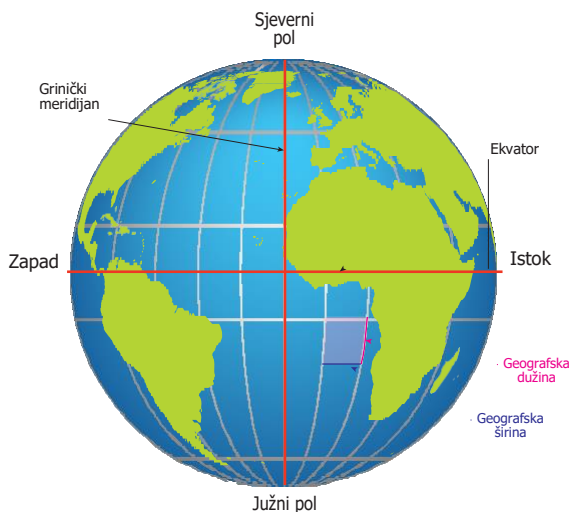
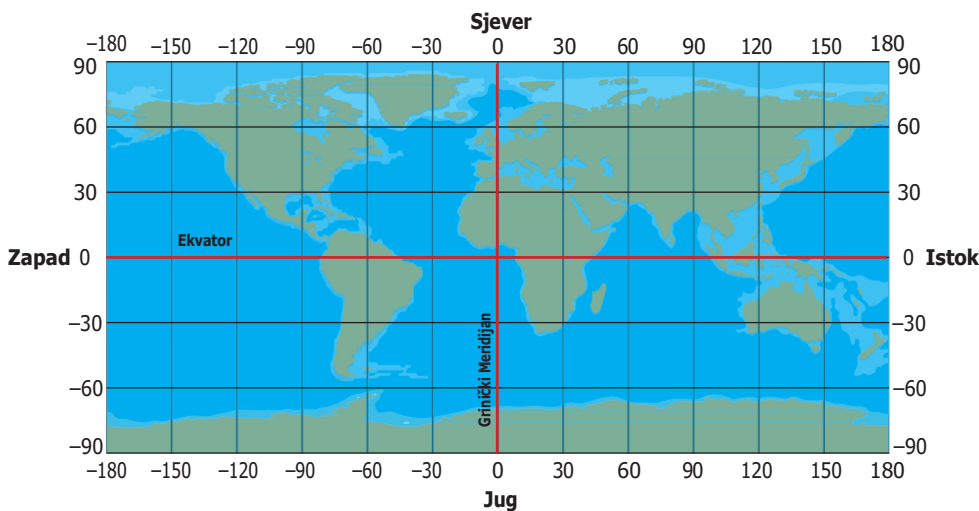


„Zemljin koordinatni sistem“

Pomoću „koordinatnog sistema“ određuje se položaj svake tačke na planeti Zemlji. Ali „Zemljin koordinatni sistem“ je drugačiji:

- sastoji se od dvije vrste kružnih linija: **uporednici** i **meridijani**;
- umjesto h-ose je **Ekvator** – glavni uporednik;
- umjesto h-ose je **Grinički** – (početni) meridijan.

Položaj tačke se opisuje u stepenima – sjeverno ili južno od Ekvatora (iznad ili ispod) i istočno ili zapadno od Griniča (lijevo ili desno).



NAUČIČEŠ:

- da određuješ položaj mnogougla sa osom simetrije u koordinatnom sistemu;
- da objašnjavaš promjenu koordinata na tjemenu mnogougla pri osi simetrije (u odnosu na koordinatne ose ili u odnosu na prave paralelne sa osama);
- da identifikuješ i da opisuješ osu simetrije pri datim koordinatama temena mnogougla i njegovu sliku.



ZA PODSJEĆANJE

Šta se dešava kada vidiš lik nekog predmeta u ogledalu? Šta je osa simetrije?



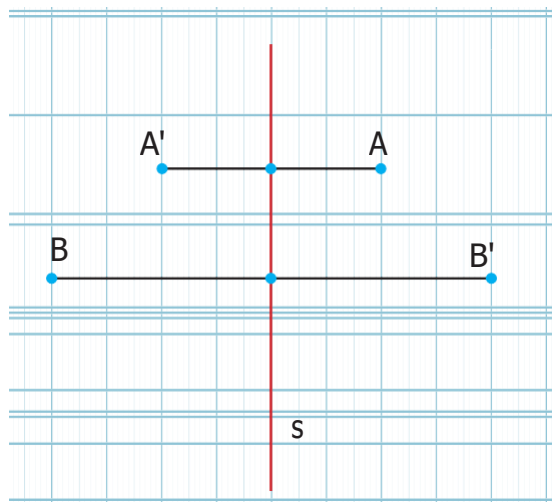
Osa simetrije je jedan pokret u ravni, kretanje u odnosu na pravu koju nazivamo **osa simetrije**. Pri osi simetrije, svaka tačka *originala* (data figura) se približava sa druge strane prave i dobija se *slika*. Rastojanje od prave do obe tačke (original i slika) je jednako.

Objašnjenje

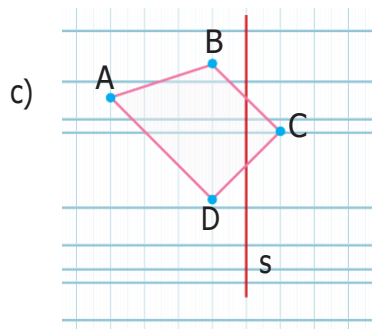
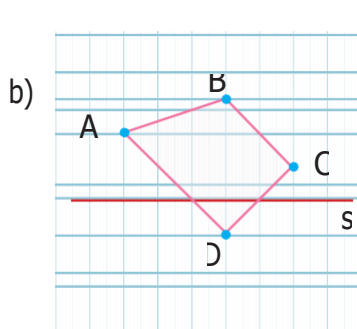
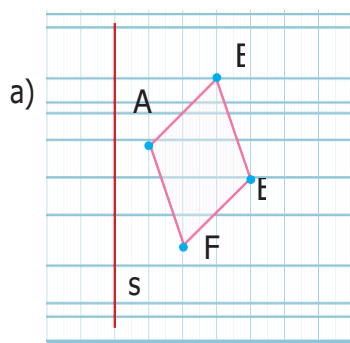
Na slici je prikazana osa simetrije u odnosu na vertikalnu osu s dvije tačke A i B.

Tačka A je 2 jedinice desno od ose s, a njena slika A' je 2 jedinice sa druge strane, odnosno lijevo od ose.

Tačka B je 4 jedinice lijevo od ose s, a njena slika B' je 4 jedinice sa druge strane, odnosno desno od ose.

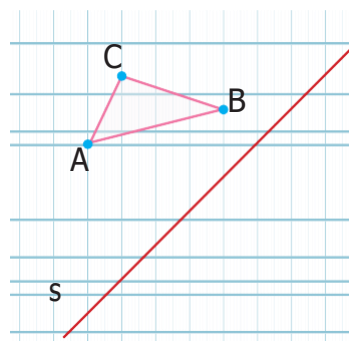


1. Odredi slike datih figura pri osi simetrije u odnosu na osu s .



Primjer:

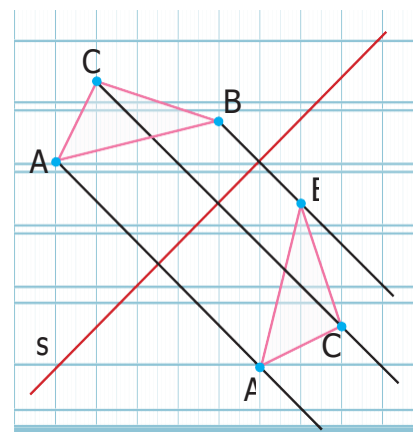
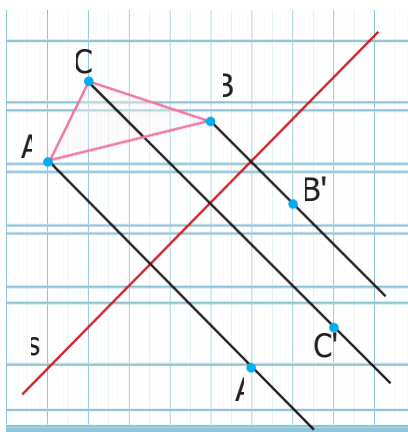
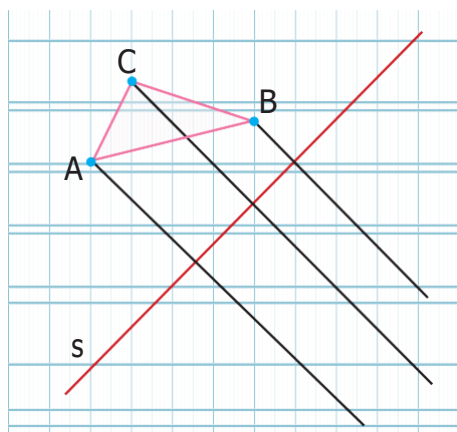
Odredi sliku datog trougla pri osi simetrije u odnosu na kosu osu s .



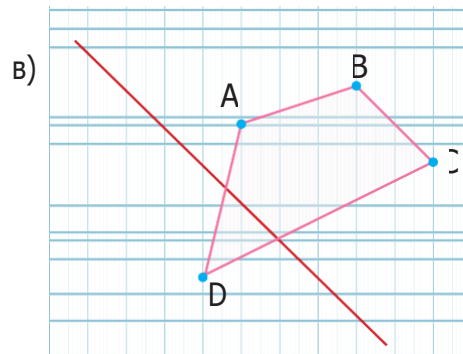
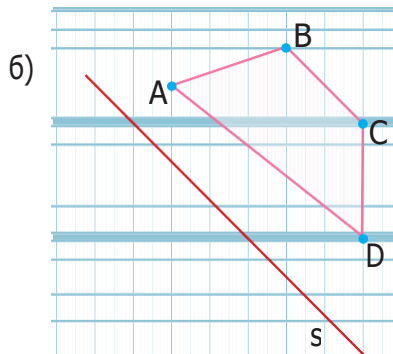
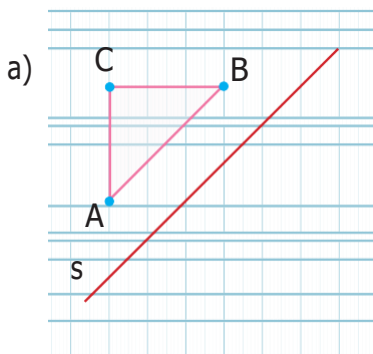
Rješenje:

Pažljivo moramo da odredimo rastojanje svakog od tri tjemena trougla do ose i da odredimo tačke sa druge strane ose koje su na istim rastojanjima. (Primjenjujemo postupak za mjerenje rastojanja od tačke do prave.)

- Iz svakog tjemena trougla povlačimo pravu normalnu osi s .
- Mjerimo rastojanja od tjemena do ose. (Pazi! Pod pravim uglom.)
- Prenosimo rastojanja sa druge strane ose.
- Dobijamo slike svakog tjemena.
- Povezivanjem dobijamo trougao jednak datom (ali okrenut sa druge strane ose).



2. Odredi slike datih figura pri osi simetrije u odnosu na osu s.



2

OSA SIMETRIJE U KOORDINATNOM SISTEMU

Primjer:

Izvrši osu simetrije u koordinatnom sistemu trougla sa tjemenuima $A(-1,2)$, $V(2,5)$, $S(4,4)$ u odnosu:

- osu x;
- prava paralelna sa osom h, koju (osu) u sječe u 1.

Uporedi koordinate originala i na slici nakon izvršene ose simetrije. Šta primjećuješ? Kako su promijenjene koordinate?

Rješenje

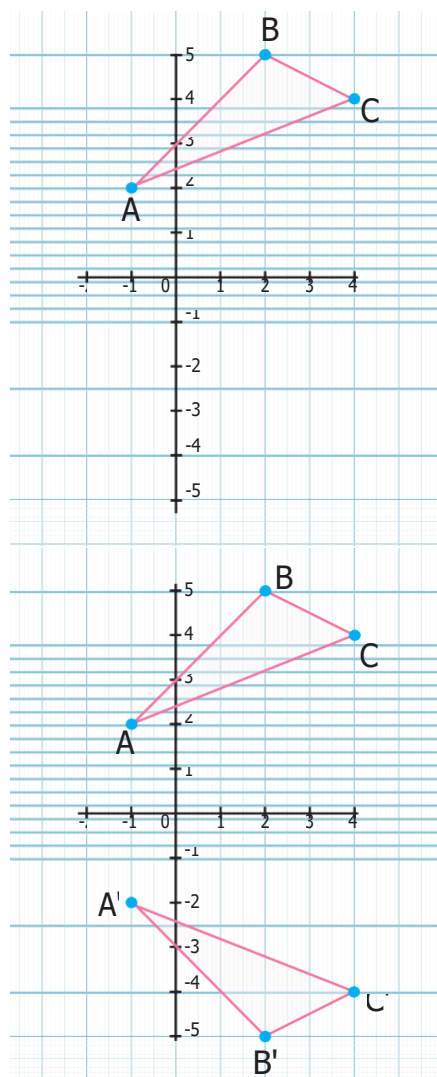
a) Pri osi simetrije u odnosu na osu h:

$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1,-2)$$

$$B(2,5) \rightarrow B'(2,-5)$$

$$C(4,4) \rightarrow C'(4,-4)$$

mijenja se samo druga koordinata u suprotnom broju, koja nam pokazuje rastojanje od ose h. Prva koordinata, koja nam pokazuje rastojanje od ose y, se ne mijenja. Tačka A je 2 jedinice iznad ose h, a njena slika A' je 2 jedinice ispod ose h (druga koordinata se mijenja od 2 u -2). Isto se dešava i kod tačke B i S.



Rješenje:

b) Pri osi simetrije u odnosu na pravu koja je paralelna sa osom h , koju osa u sječe u 1:

$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1,0)$$

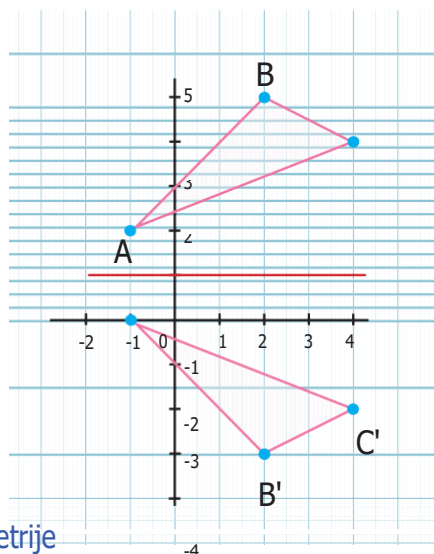
$$B(2,5) \rightarrow B'(2,-3)$$

$$C(4,4) \rightarrow C'(4,-2)$$

prva koordinata se ne mijenja. Ali, mijenjanje druge koordinate analiziramo pažljivo.

Tačka A je 1 jedinica iznad date ose simetrije ($1 + 1 = 2$), a njena slika A' treba da je 1 jedinica ispod ose simetrije ($1 - 1 = 0$).

Tačka B je 4 jedinice iznad date ose simetrije ($1 + 4 = 5$), a njena slika B' treba da je 4 jedinice ispod ose simetrije



Tačka C je 3 jedinice iznad date ose simetrije ($1 + 3 = 4$), a njena slika C' treba da je 3 jedinice ispod ose simetrije.

3. U koordinatnom sistemu nacrtaj trougao sa tjemenuima: $A(1,2)$, $B(3,5)$, $C(5,1)$ a zatim nacrtaj simetrični trougao u odnosu na:

a) osu u ;

b) pravu paralelnu sa osom u , koju osa h sječe u -2 .

Uporedi koordinate originala i slike nakon izvršene ose simetrije. Šta primjećuješ? Kako su promijenjene koordinate?

ZAPAMTI

1. Kada je izvršena osa simetrije u odnosu na osu u ili pravu paralelnu sa osom u , mijenja se samo prva koordinata.

Ako je osa simetrije osa y , prva koordinata se mijenja u suprotni broj.

Ako je osa simetrije prava koja je paralelna sa y -osom, a sječe osu h u datoj tački, prva koordinata na slici je broj, tako što data vrijednost za presjek je na sredini između vrijednosti obe koordinate (na originalu i na slici)

2. Kad je izvršena osa simetrije u odnosu na osu h ili pravu paralelnu sa osom h , mijenja se samo druga koordinata.

Ako je osa simetrije osa h , druga koordinata se mijenja u suprotni broj.

Ako je osa simetrije prava koja je paralelna sa osom h , a sječe osu y u datoj tački, druga koordinata slike je broj, tako što data vrijednost je na sredini između a dvije koordinate (na originalu i na slici).

Kako da opišemo osu simetrije ako su nam date koordinate tačaka na originalu i na slici?

Primjer:

Date su koordinate tačaka originala i slike. Odredi koja je osa simetrije bez da predstavljaš tačke u koordinatnom sistemu.

a) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,2)$, $B(2,5) \rightarrow B'(-2,5)$;

b) $M(2,0) \rightarrow M'(2,4)$, $P(4,6) \rightarrow P'(4,-2)$.

Uporedi koordinate originala i slike nakon izvršene ose simetrije. Šta primjećuješ? Koja koordinata je promijenjena? Kako su promijenjene koordinate?

Rješenje:

a) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,2)$, $B(2,5) \rightarrow B'(-2,5)$ – Mijenja se prva koordinata, i to u suprotnom broju. Druga koordinata je nepromijenjena. Zaključujem, osa simetrije u odnosu na osu u budući da se mijenja položaj s lijeva na desno u odnosu na osu u.

b) $M(2,0) \rightarrow M'(2,4)$, $R(4,6) \rightarrow R'(4,-2)$ – Mijenja se druga koordinata, ali ne u suprotnom broju. Prva koordinata je nepromijenjena. Zaključujem, osa simetrije u odnosu na horizontalnu osu koja nije osa h, ali je paralelna sa njom budući da se mijenja položaj od naniže prema naviše. Osa je uvijek na sredini. Između 0 i 4 je 2, a isto tako i između 6 i -2 je 2. Znači, osa simetrije je paralelna sa osom h i sječe osu s u 2.

4. Date su koordinate tačaka iz originala i slike. Opiši simetriju.

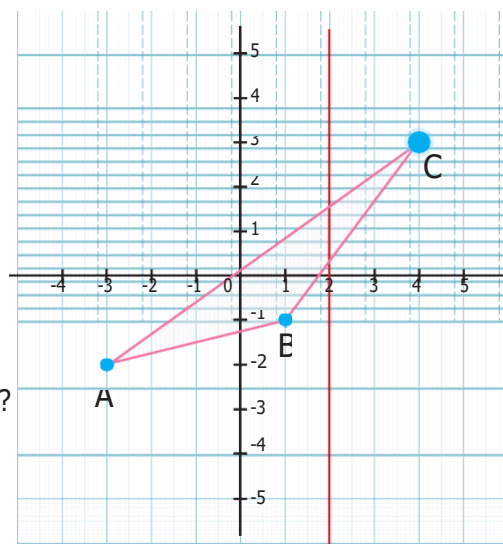
a) $A(-2,2) \rightarrow A'(2,2)$, $B(-1,5) \rightarrow B'(1,5)$;

b) $M(-3,2) \rightarrow M'(-3,-4)$, $P(2,3) \rightarrow P'(2,-5)$;

c) $T(0,6) \rightarrow T'(4,6)$, $K(-2,2) \rightarrow K'(6,2)$.

Provjeri da li si razumio!

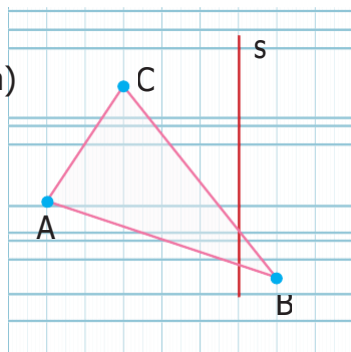
1. Šta je osa simetrije? Kako je određena osa simetrije? Kako se mijenjaju koordinate ako se izvrši osa simetrije u odnosu na osu y?
2. Koje će biti koordinate tačke $M(-2,3)$ po osnoj simetriji u odnosu na osu h, a koje će biti koordinate po osnoj simetriji u odnosu na osu koja je paralelna sa osom h, a sječe osu u -2?
3. Izvrši osu simetrije na datom trouglu u odnosu na osu paralelnu sa osom u koju sječe osa h u 2.



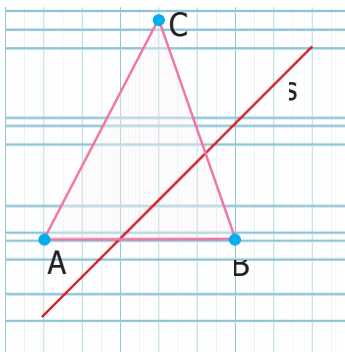
Vježbaj:

1. Odredi slike datih figura pri osnoj simetriji u odnosu na osu s .

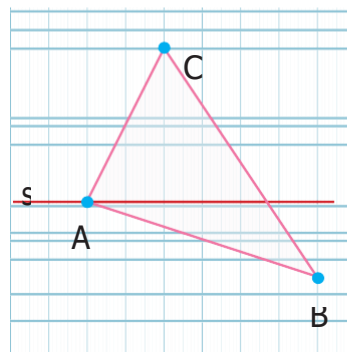
2. a)



b)



c)



3. U koordinatnom sistemu izvrši osne simetrije datih mnogouglova. Zapiši koordinate temena dobijenih slika.

a) $A(-3, -1)$, $B(3, 1)$, $C(2, 4)$, $D(-1, 5)$ u odnosu na osu x ;

b) $M(-1, -2)$, $P(2, 3)$, $K(-4, 4)$ u odnosu na osu y ;

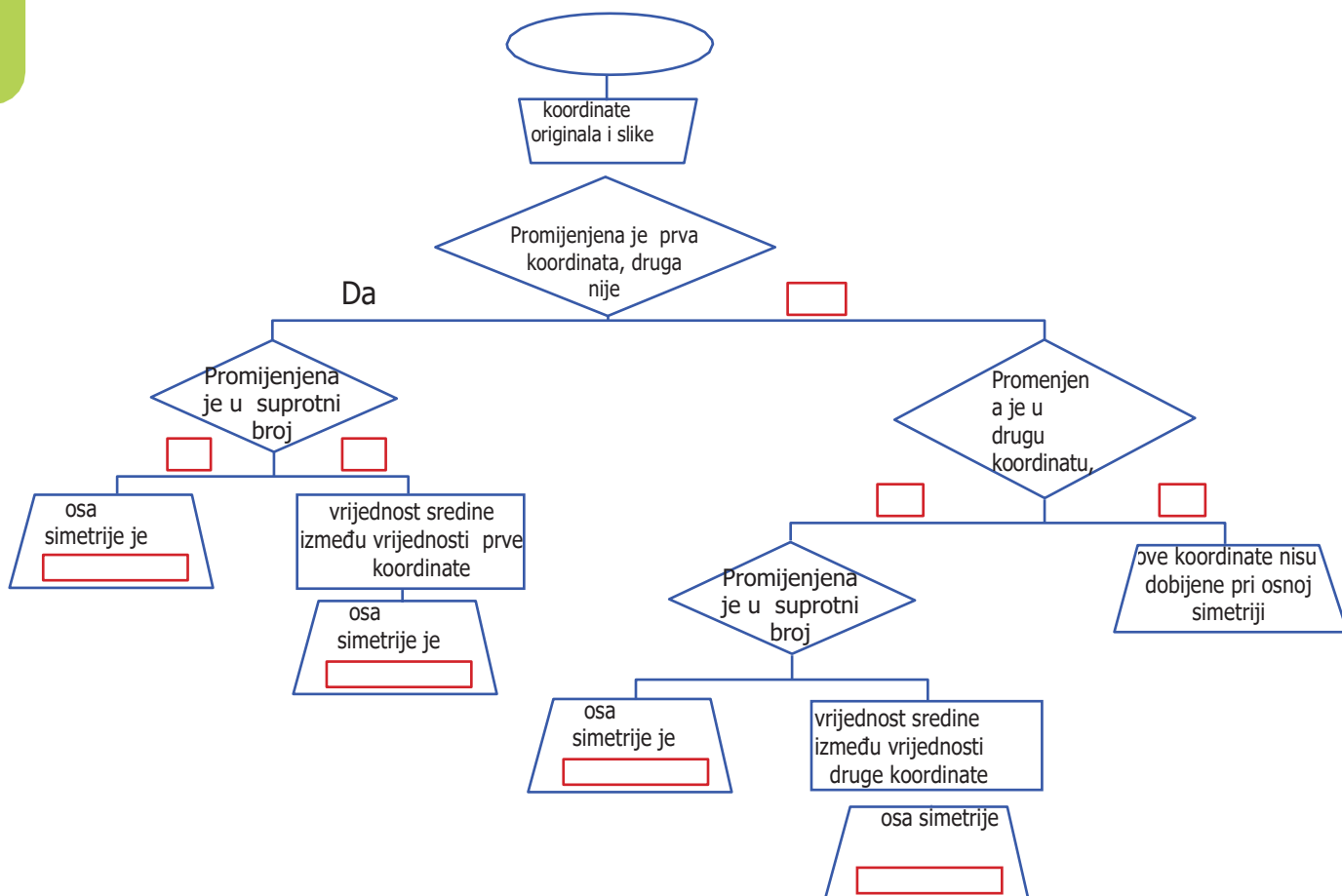
c) $E(2, -2)$, $S(3, 3)$, $V(-2, 4)$ u odnosu na osu koja je paralelna sa osom h , a sječe osu u u -2 ;

č) $R(-3, -2)$, $N(3, 1)$, $Q(1, 4)$, $P(0, 4)$ u odnosu na osu koja je paralelna sa osom y , a sječe osu h u 2 .

4. Poveži date koordinate od originala i slike sa opisom ose simetrije od koje su dobijeni. Objasni svako od povezivanja.

Koordinate temena originala (A , B i C) i slike (A' , B' i C')	Osa osne simetrije
$A(-3, -2) \rightarrow A'(-3, 0)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(3, -3)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(1, -6)$	Prava paralelna sa osom u kojoj sječe osu h u 2
$A(-3, -2) \rightarrow A'(7, -2)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(1, 1)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(3, 4)$	Osa x
$A(-3, -2) \rightarrow A'(3, -2)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(-3, 1)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(-1, 4)$	Prava paralelna sa osom h , a sječe je osa y u -1
$A(-3, -2) \rightarrow A'(-3, 2)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(3, -1)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(1, -4)$	Osa y

4. Dopuni dijagram (crvena polja) da bi dobio algoritam koji će ti pomoći da opišeš osu simetrije ako ti je poznato koje su koordinate originala i slike. Možeš da ga programiraš u tvoj omiljeni programski jezik.



NAUČIĆEŠ:

- da određuješ položaj mnogougla sa translacijom u koordinatnom sistemu;
- da objašnjavaš promjene koordinata tjemena mnogougla pri translaciji;
- da identifikuješ i opisuješ translaciju pri datim koordinatama tjemena mnogougla i njegove slike.



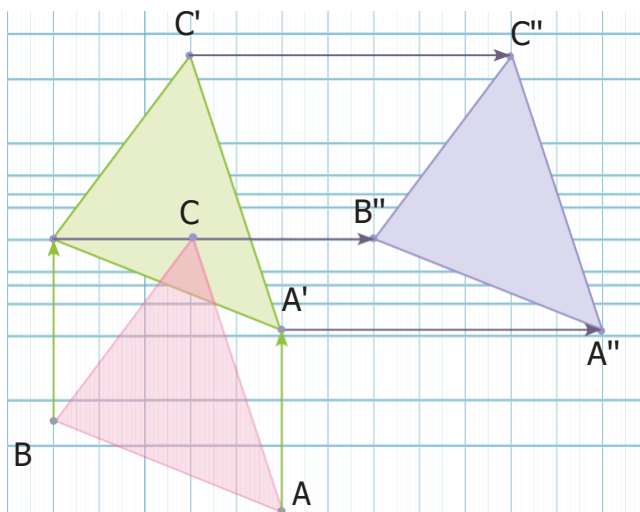
Kako možeš tvom drugu da daš uputstva za kretanje?

ZA PODSJEĆANJE

Translacija je jedno kretanje u ravni, kretanje prema datom **pravcu i smjeru**. Pri translaciji, svaka tačka originala (data figura) približava se prema datim smjernicama i dobija se pomjerena figura – slika

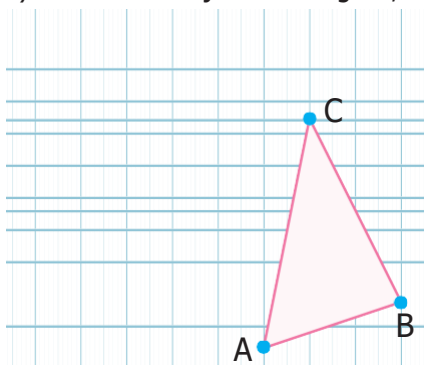
Objašnjenje

Na slici je prikazana translacija trougla AVS za 4 kvadratića gore ABC za 4 kvadratića (slika je trougao A'B'C') i 7 kvadratića desno (slika je trougao A''B''C'').

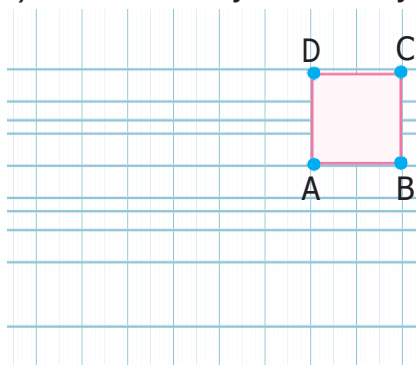


1. Odredi slike datih figura pri odgovarajućoj translaciji

a) 5 kvadratića lijevo i 2 nagore;



b) 2 kvadratića nalijevo i 2 nadolje.



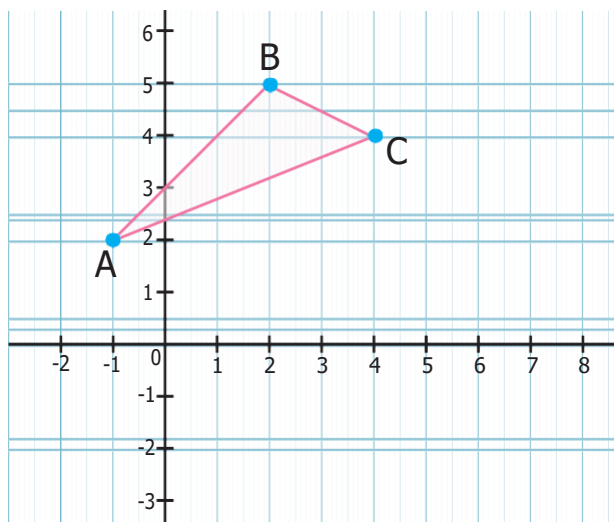
Primjer:

Izvrši translaciju 2 kvadratića udesno i 3 naniže u koordinatnom sistemu trougla sa tjemena $A(-1,2)$, $B(2,5)$, $C(4,4)$:

a) 2 kvadratića udesno;

b) 3 kvadratića naniže.

Uporedi koordinate originala i slike po izvršenoj translaciji. Šta primjećuješ? Kako su promijenjene koordinate?



Rješenje:

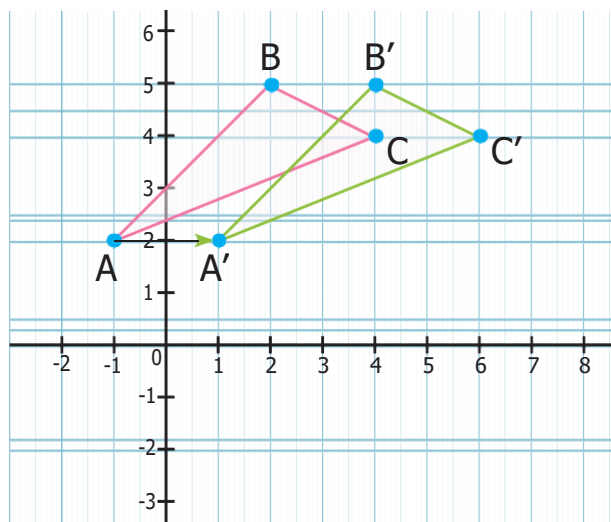
a) Pri translaciji za 2 kvadratića udesno:

$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1+2,2)=A'(1,2)$$

$$B(2,5) \rightarrow B'(2+2,5)=B'(4,5)$$

$$C(4,4) \rightarrow C'(4+2,4)=C'(6,4)$$

mijenja se samo prva koordinata – povećava se za 2. Druga koordinata se ne mijenja.



Rješenje:

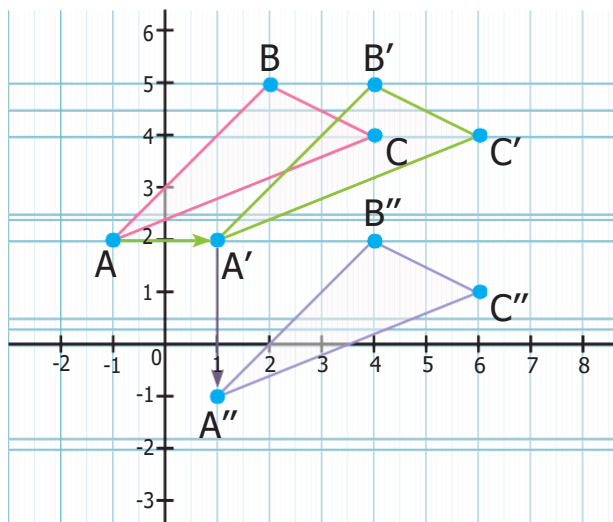
b) Pri translaciji za 3 kvadratića naniže:

$$A'(1,2) \rightarrow A''(1,2-3) = A''(1,-1)$$

$$B'(4,5) \rightarrow B''(4,5-3) = B''(4,2)$$

$$C'(6,4) \rightarrow C''(6,4-3) = C''(6,1)$$

prva koordinata se ne mijenja. Druga koordinata se smanjuje za 3 jedinice, jer pokrećemo 3 kvadratića nadole.



2. Izvrši translaciju u koordinatnom sistemu trougla sa tjemenuima: $A(1,2)$, $B(3,5)$, $C(5,1)$ za:

a) 4 kvadratića naniže i 3 kvadratića ulijevo;

b) 3 kvadratića naniže i 2 kvadratića udesno

Uporedi koordinate originala i slike nakon izvršene translacije. Šta primjećuješ? Kako su promijenjene koordinate?

ZAPAMTI

1. Kada je izvršena translacija udesno ili ulijevo, mijenja se prva koordinata:

- Ako je translacija udesno, povećava se za onoliko jedinica koliko iznosi broj kvadratića.
- Ako je translacija ulijevo, smanjuje se za onoliko jedinica koliko iznosi broj kvadratića.

2. Kada je izvršena translacija nagore ili nadole, mijenja se druga koordinata:

- Ako je translacija nagore, povećava se za onoliko jedinica koliko iznosi broj kvadratića.
- Ako je translacija nadole, smanjuje se za onoliko jedinica koliko iznosi broj kvadratića.

3. Kako da opišemo translaciju ako su nam date koordinate tačaka originala i slike?

Primjer:

Date su koordinate tačaka originala i slike pri translaciji. Odredi smjernice translacije bez da predstaviš tačke koordinatnog sistema.

$$A(-1,2) \rightarrow A'(1,1), B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$$

Uporedi koordinate originala i slike nakon izvršene translacije. Šta primjećuješ? Koja koordinata je promijenjena? Kako su promijenjene koordinate?

Rješenje:

a) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,1), B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$ – Prva koordinata i kod obe tačke je povećana za 2, znači, izvršena je translacija za 2 kvadratića udesno.

b) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,1), B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$ – Druga koordinata i kod obe tačke je smanjena za 1, znači, izvršena je translacija za 1 kvadratić naniže.

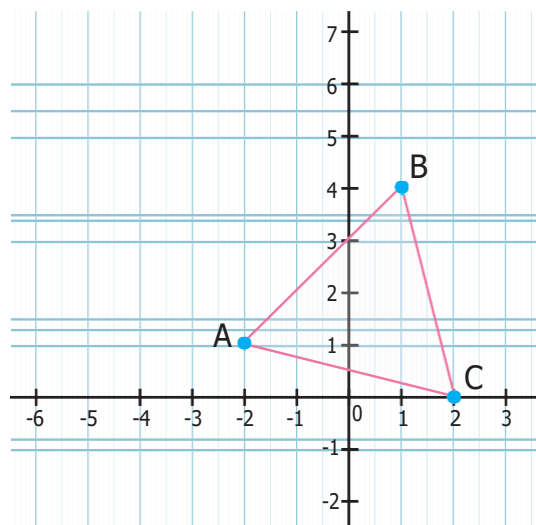
3. Date su koordinate tačaka originala i slike. Opiši translaciju.

a) $A(-2,2) \rightarrow A'(-5,5), B(-1,5) \rightarrow B'(-4,8);$

b) $M(-3,2) \rightarrow M'(-1,-4), P(2,3) \rightarrow P'(4,-3).$

Provjeri da li si razumio!

- Šta je translacija? Kako je određena translacija? Kako se mijenjaju koordinate tačke ako se izvrši translacija?
- Koje će biti koordinate tačke $M(-3,2)$ nakon translacije za 5 kvadratića udesno, a koje će biti koordinate nakon translacije za 4 kvadratića naniže?
- Izvrši translaciju datog trougla za 3 kvadratića ulijevo i za 2 kvadratića naviše.



Vježbaj:

U koordinatni sistem izvrši translacije datih trouglova. Zapiši koordinate tjemena dobijenih slika.

a) $A(-3,-1)$, $B(3,0)$, $C(0,2)$ translacija za 3 kvadratića naviše;

b) $M(-3,-2)$, $P(2,5)$, $K(-1,-1)$ translacija za 5 kvadratića udesno.

c) $E(2,-2)$, $S(3,3)$, $V(-2,4)$ translacija za 2 kvadratića naviše i za 3 kvadratića udesno;

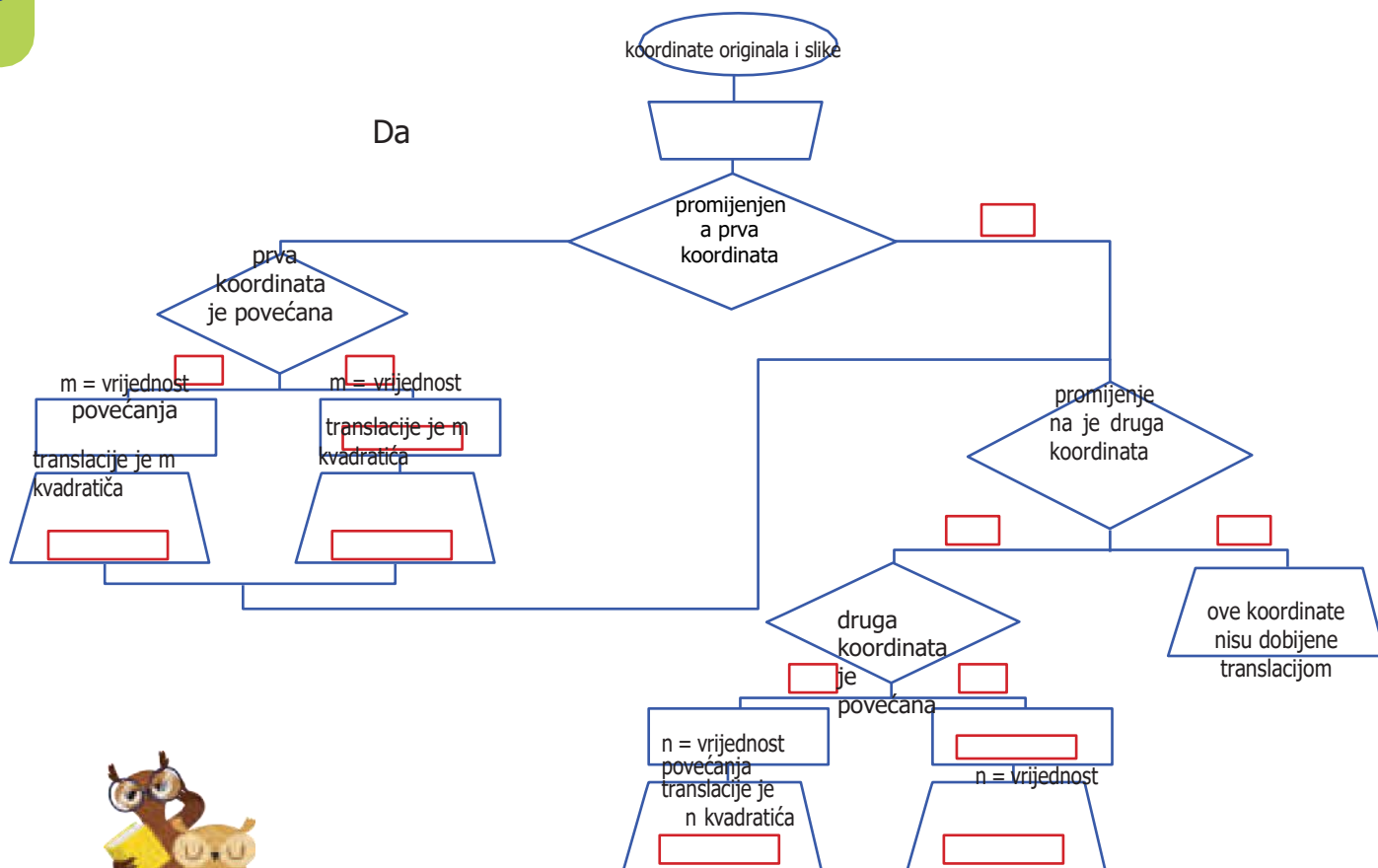
č) $R(-3,2)$, $N(3,1)$, $Q(1,4)$ translacija za 3 kvadratića naniže i za 2 kvadratića udesno.

1. Poveži date koordinate sa originalom i slikom sa opisom translacije iz koje su dobijene. Objasni svako povezivanje.

Koordinate temena originala (A, B и C) i slike (A', B' и C')	Smjernice translacije
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-3,-2)$ $B(4,3) \rightarrow B'(6,3)$ $C(2,5) \rightarrow C'(4,5)$	4 kvadratića naviše
$A(-5,-2) \rightarrow A'(0,-3)$ $B(4,3) \rightarrow B'(9,2)$ $C(2,5) \rightarrow C'(7,4)$	2 kvadratića udesno
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-5,2)$ $B(4,3) \rightarrow B'(4,7)$ $C(2,5) \rightarrow C'(2,9)$	5 kvadratića udesno i 1 naniže
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-6,1)$ $B(4,3) \rightarrow B'(3,6)$ $C(2,5) \rightarrow C'(1,8)$	1 kvadratić ulijevo, 3 kvadratića naviše



3. Dopuni dijagram (crvena polja) da dobiješ algoritam koji će ti pomoći da opišeš translaciju ako ti je poznato koje su koordinate originala i slike. Možeš da programiraš u tvom omiljenom programskom jeziku.



NAUČIČEŠ:

- da određuješ položaj mnogougla sa rotacija za 90° oko jednog njegovog tjemena u koordinatnom sistemu;
- da objašnjavaš promjenu koordinata tjemena mnogougla pri rotaciji;
- da identifikuješ i opisuješ rotaciju pri datim koordinatama tjemena mnogougla i njegove slike.

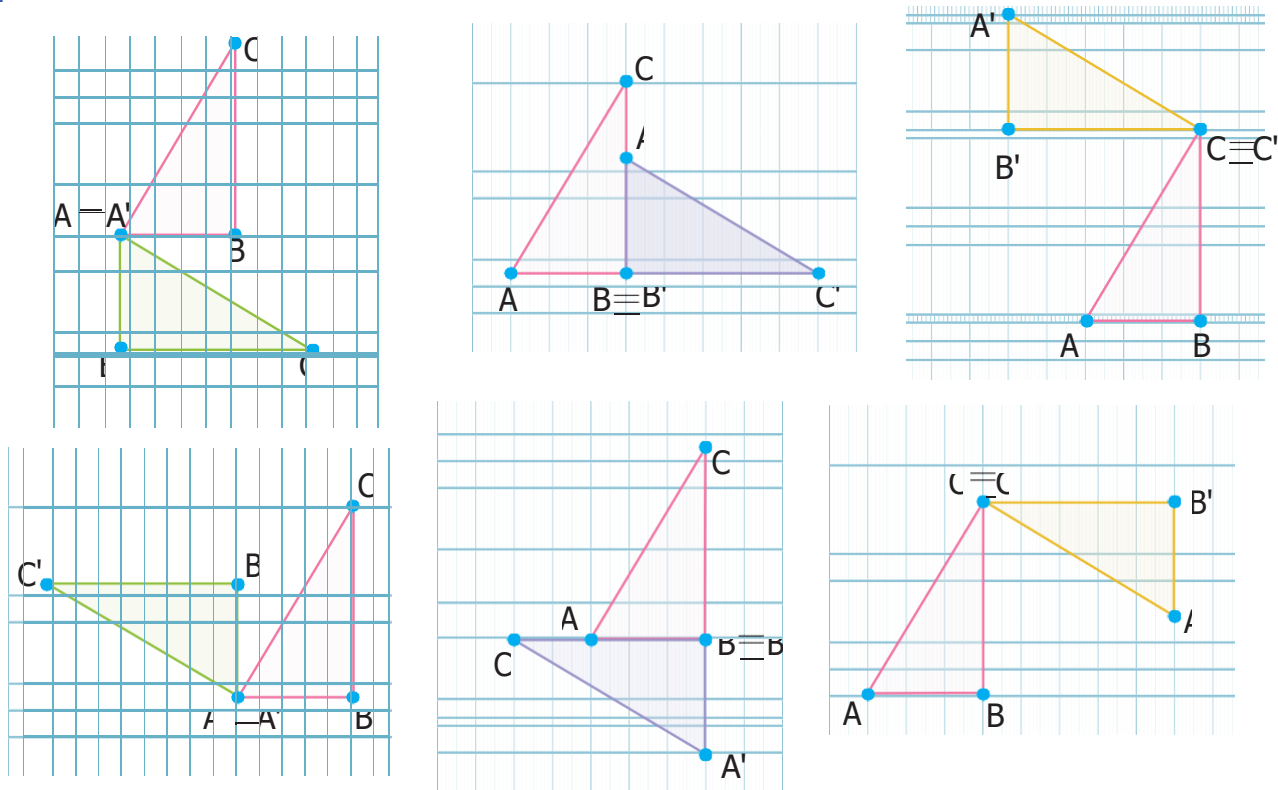


ZA PODSJEĆANJE Kako ćeš opisati okretanje Zemlje oko njene ose?

Rotacija je kretanje u ravni, pri kojem se figura **okreće** oko date tačke (*centar rotacije*), za dati ugao (*ugao rotacije*) i u datom smjeru (*smjeru kazaljke na satu ili obrnuto*). Pri rotaciji, svaka tačka *originala* (data figura) okreće se za dati ugao prema datim smjernicama i dobija se pomjerena figura – *slika*.

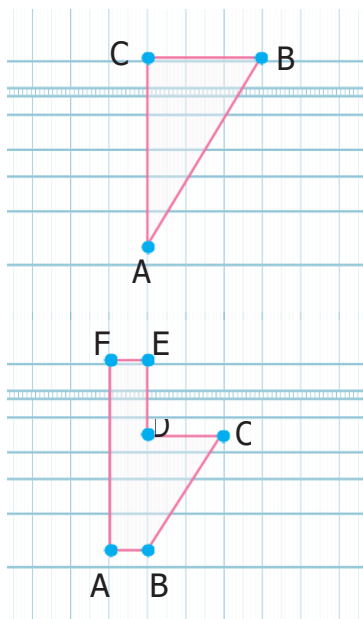
Objašnjenje

Na slici je prikazana rotacija istog trougla ABC za ugao od 90° u smjeru kazaljke na satu (u prvom redu) i suprotno od kazaljke na satu (u drugom redu) oko svakog od njegovih tjemena.

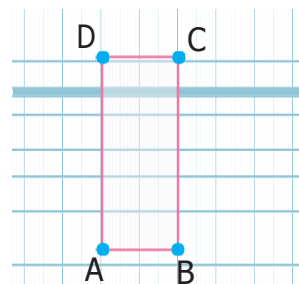


1. Odredi slike datih figura pri odgovarajućoj rotaciji za ugao od 90° .

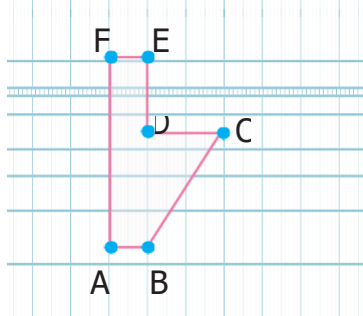
a) Sa centrom u temenu A, a da rotiranje bude suprotno kazaljka na satu.



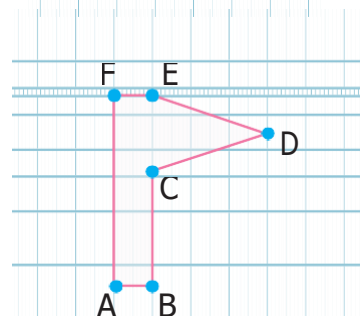
b) Sa centrom u tjemenu D, a da rotiranje bude u smjeru kretanja kazaljki na satu



c) Sa centrom u tjemenu A, a da rotiranje bude u smjeru kretanja kazaljki na satu.



č) Sa centrom u tjemenu E, a da rotiranje bude suprotno od kazaljki na satu.



2

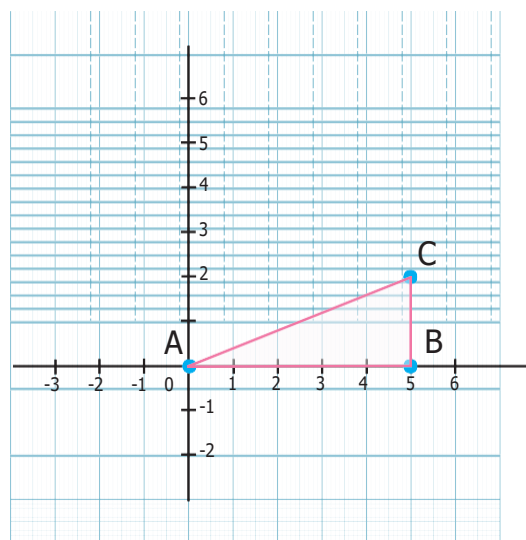
ROTACIJA U KOORDINATNOM SISTEMU

Primjer:

Izvrši rotaciju u koordinatnom sistemu trougla sa tjemenu A(0,0), B(5,0), C(5,2) za 90° oko centra A:

- a) suprotno od kazaljki na satu;
b) u smjeru kazaljki na satu.

Uporedi koordinate originala i slike nakon izvršene rotacije. Šta primjećuješ? Kako su promijenjene koordinate?



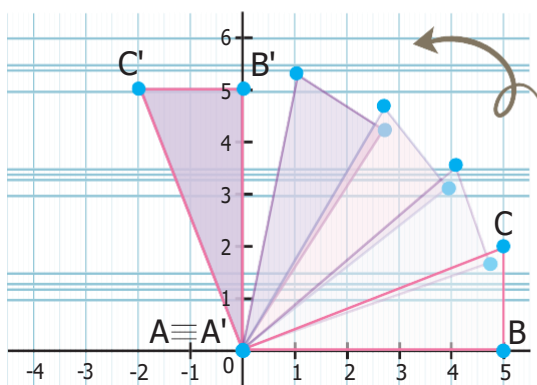
Rješenje:

a) Pri rotaciji suprotno od kazaljke na satu, iz prvog kvadranta, slika trougla je u drugom kvadrantu.

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ – centar ostaje.

$B(5,0) \rightarrow B'(0,5)$ – od x se kreće osa y.

$C(5,2) \rightarrow C'(-2,5)$ – koordinate zamjenjuju mjesta, pri čemu u zavisnosti od kvadranta mijenjaju i znake.



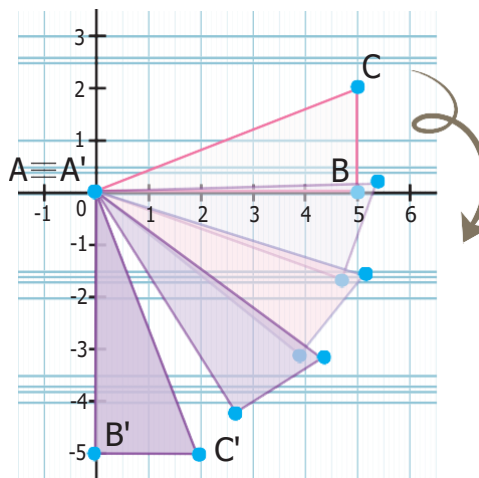
Rješenje:

b) Pri rotaciji u smjeru kazaljke na satu, od prvog kvadranta, slika trougla je u četvrtom kvadrantu.

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ – centar ostaje.

$B(5,0) \rightarrow B'(0,-5)$ – od x se kreće y.

$C(5,2) \rightarrow C'(2,-5)$ – koordinate mijenjaju mjesta, pri čemu u zavisnosti od kvadranta mijenjaju i znake.

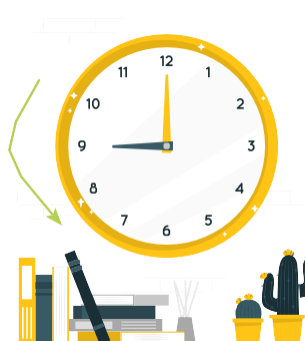
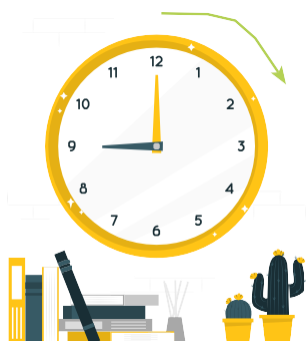


2. Izvrši rotaciju u koordinatnom sistemu trougla tjemena $A(0,0)$, $B(0,4)$, $C(3,4)$ oko tjemena A za 90° :

a) u smjeru kazaljke na satu;

b) suprotno od kazaljke na satu.

Uporedi koordinate originala i slike po izvršenoj rotaciji. Šta primjećuješ? Kako su promijenjene koordinate?



ZAPAMTI

Pri rotaciji za 90 stepeni oko nekog tjemena koje se nalazi na koordinatnom početku:

1. centar rotacije ne mijenja svoje koordinate;
2. koordinate drugih tačaka ih mijenjaju:
 - mjesta (prva koordinata postaje druga, a druga prva);
 - znaci koordinata se mijenjaju u zavisnosti od smjera rotacije – u kome je kvadrant original i gdje će se dobiti slika.

Kako da opišemo rotaciju ako su nam date koordinate tačaka originala i slike?

Primjer:

Date su koordinate tačaka originala i slike pri rotaciji. Opiši rotaciju bez da predstaviš tačke koordinatnog sistema.

$$A(0,0) \rightarrow A'(0,0), B(-3,0) \rightarrow B'(0,3), C(0,4) \rightarrow C'(4,0)$$

Uporedi koordinate originala i slike po izvršenoj rotaciji. Šta primjećuješ? Koja koordinata je promijenjena? Kako su promijenjene koordinate?

Rješenje:

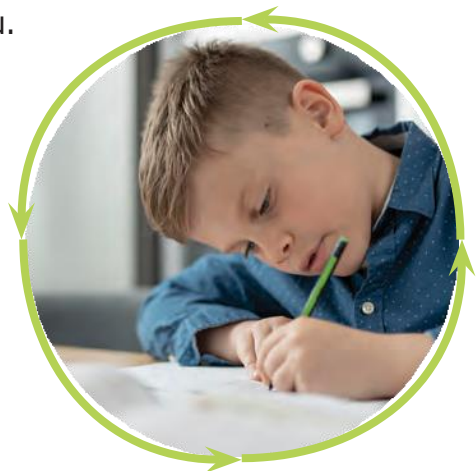
$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ je tačka koja nije promijenila koordinate – ona je centar rotacije.

Kod tačaka: $B(-3,0) \rightarrow B'(0,3)$, $C(0,4) \rightarrow C'(4,0)$ ima promjena kod mjesta i kod nekih znakova. Original je u drugom kvadrantu, a slika je u prvom kvadrantu – zaključujem da je rotacija u smjeru kazaljke na satu (od drugog ka prvom kvadrantu)

1. Date su koordinate tačaka originala i slike. Opiši rotaciju.

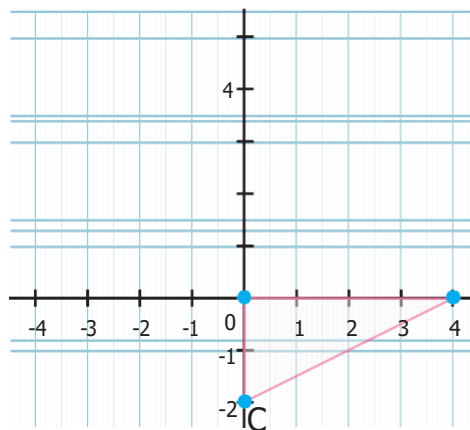
a) $A(-3,-4) \rightarrow A'(4,-3)$, $B(0,0) \rightarrow B'(0,0)$, $C(-3,0) \rightarrow C'(0,-3)$.

b) $A(-2,0) \rightarrow A'(0,2)$, $B(0,0) \rightarrow B'(0,0)$, $C(0,5) \rightarrow C'(5,0)$.



Provjeri da li si razumio!

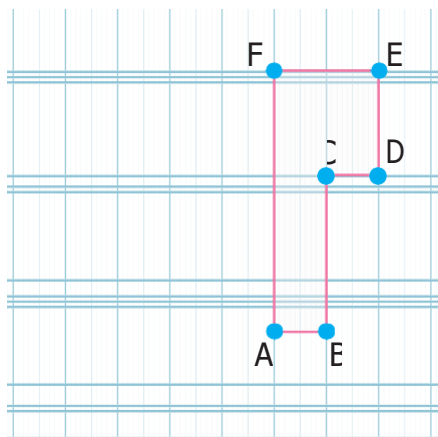
- Šta je rotacija? Kako je određena rotacija?
Kako se mijenjaju koordinate tačke ako se izvrši rotacija oko tjemena koje je u koordinatnom početku za 90° ?
- Koje će biti koordinate tačke $M(0,3)$ po rotaciji za 90° oko koordinatnog početka u smjeru kazaljke na satu, a koje će biti koordinate po rotaciji suprotno od kazaljki na satu?
- Izvrši rotaciju datog trougla za 90° oko koordinatnog početka u smjeru suprotnom od kazaljki na satu.



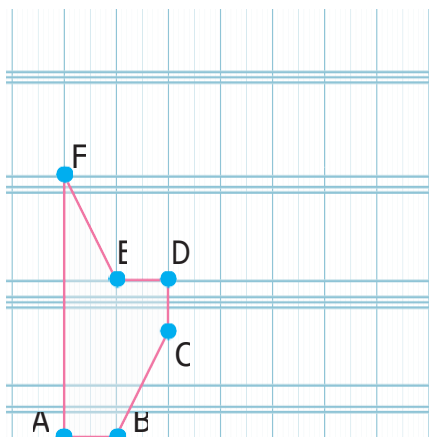
Vježbaj:

- Odredi slike datih figura pri odgovarajućoj rotaciji za ugao od 90° .

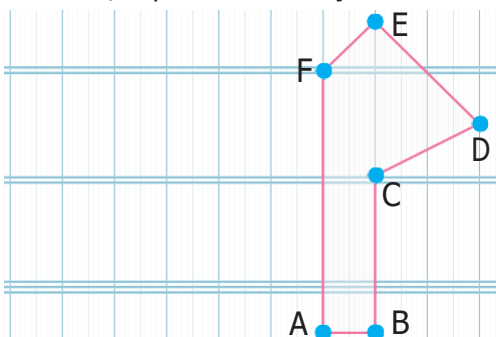
a) Centar B, suprotno od kazaljki.



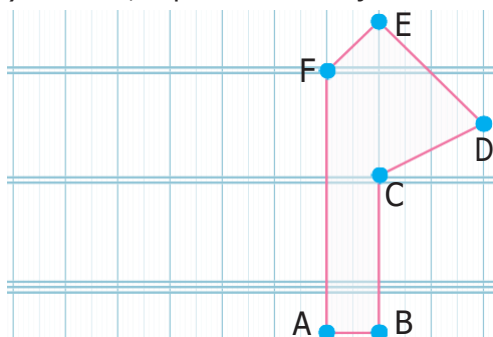
b) Centar F, suprotno od kazaljki.



c) Centar B, suprotno od kazaljki.

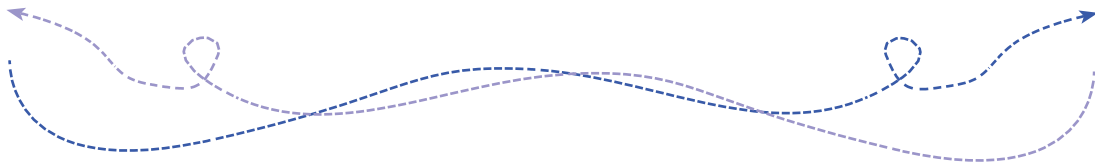


č) Centar F, suprotno od kazaljki.



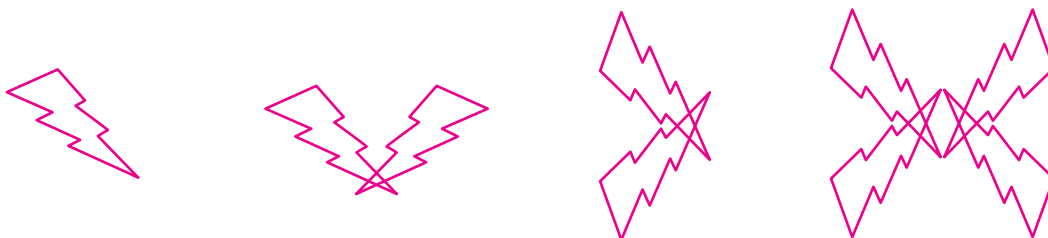
2. U koordinatnom sistemu izvrši rotacije za 90° datih trouglova. Zapiši koordinate temena dobijenih slika.
- a) $A(0,-2)$, $B(3,0)$, $C(0,0)$ oko tjemena C u smjeru kazaljki.
- b) $M(-3,0)$, $P(0,0)$, $K(0,5)$ oko tjemena P u smjeru kazaljki.
- c) $E(0,0)$, $S(0,4)$, $V(-2,0)$ oko tjemena E u smjeru suprotno od kazaljki.
- č) $R(0,0)$, $N(3,0)$, $Q(0,4)$ oko tjemena R u smjeru kazaljki.
3. Date su koordinate tačaka originala i slike. Rotacija je za 90° sa centrom na koordinatnom početku. Odredi smjer:
- a) $A(0,-4) \rightarrow A'(4,0)$; b) $B(-3,0) \rightarrow B'(0,3)$; c) $C(5,0) \rightarrow C'(0,-5)$.
4. Poveži date koordinate originala i slike sa opisom rotacije iz koje su dobijeni. Objasni svako povezivanje.

Koordinate temena originala (A, B и C) i slike (A', B' i C')	Smjer rotacije
$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ $B(4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,3) \rightarrow C'(-3,0)$	Centar – C Ugao – 90° Smjer – suprotno od kazaljki
$A(-3,0) \rightarrow A'(0,-3)$ $B(0,4) \rightarrow B'(-4,0)$ $C(0,0) \rightarrow C'(0,0)$	Centar – A Ugao – 90° Smjer – suprotno od kazaljki
$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ $B(-4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,-5) \rightarrow C'(-5,0)$	Smjer – suprotno od kazaljki
$A(0,-2) \rightarrow A'(-2,0)$ $B(-4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,0) \rightarrow C'(0,0)$	Centar – A Ugao – 90° Smjer – suprotno od kazaljki



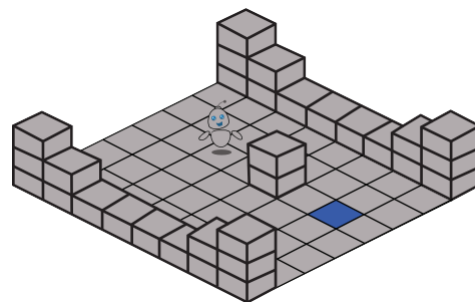
Dizajniranje logoa. Osnom simetrijom, translacijom i rotacijom jedne figure mogu da se kreiraju složene figure – dizajni. Na slici je dat opis koraka za kreiranje jednog jednostavnog dizajna.

Početna figura	Osa simetrije (vertikalna osa)	Rotacija za 90° suprotno od kazaljki	
----------------	-----------------------------------	--	--



Pokušaj da kreiraš svoj dizajn sa nekom jednostavnom grafičkom aplikacijom. Za dati dizajn je korišćena aplikacija *Peint (Paint)*.

Programiranje virtuelnog robota. Sa naredbama za translaciju i rotaciju pokreći robot da stigne do cilja – plavo dugme.



Za rotaciju koristi , za translaciju od jednog koraka .

Zapiši nekoliko različitih načina.

Koji je najjednostavniji način (sa najmanjim brojem naredbi)?





**RJEŠENJE
ZADATAKA**

TeMa: Geometrija

KRUŽNICA I KRUG. CRTANJE KRUGA / 9. $r = d : 2 = 90 : 2 = 45$ mm.

10. tetiva: AB, CD, radijus: OA, OB, prečnik/dijametar: AB.

UZAJAMNI POLOŽAJ TAČKE I KRUŽNICE, PRAVE I KRUŽNICE I OBE KRUŽNICE / 7.

Tačni odgovori su: a), b), c), dž), đ).

9. – sijeku se, – dodiruju se iznutra, – dodiruju se spolja.

.

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

373.3.016:51(075.2)=811.163.4(497.6)

МАТЕМАТИКА за šesti razred [Електронски извор] : materijali za učenje / Tatjana Atanasova Pačemska ... [и др.] ; [ilustrator Teodora Jovanovska ; prevedeno sa makedonskog jezika Izeta Babačić]. - Skoplje : Biro za razvoj obrazovanja, 2024

Начин на пристапување (URL):

https://brogovmk-my.sharepoint.com/:b:/g/personal/bro_macedonia_bro_gov_mk/EfowoLpd8z1EoPhA-SpaSisBYmzy5U7u5SuUnvne0VRZ-g?e=iO3t3u.

- Превод на делото: Математика за шесто одделение : материјали за учење.

- Текст во ПДФ формат, 199 стр., илустр. - Наслов преземен од екранот. -

Опис на изворот на ден 23.04.2024. - Други автори: Marija Petrovska, Silvana Jakimovska-Binova, Aleksandra Peševska Mitanovska

ISBN 978-608-206-188-7

1. Atanasova Pačemska, Tatjana [автор] 2. Petrovska, Marija [автор] 3. Jakimovska-Binova, Silvana [автор] 4. Peševska Mitanovska, Aleksandra [автор]

COBISS.MK-ID 63556101