

6

МАТЕМАТИКА ЗА ШЕСТИ РАЗРЕД МАТЕРИЈАЛИ ЗА УЧЕЊЕ

Проф. др Татјана Атанасова Пачемска
Марија Петровска
Силвана Јакимовска Бинова
Александра Пешевска Митановска



Наслов на оригиналот: МАТЕМАТИКА ЗА ШЕСТО ОДДЕЛЕНИЕ МАТЕРИЈАЛИ ЗА
УЧЕЊЕ

МАТЕМАТИКА ЗА ШЕСТИ РАЗРЕД
МАТЕРИЈАЛИ ЗА УЧЕЊЕ

Издавач: Биро за развој образовања

Уредник: Проф. др Татјана Атанасова Пачемска

Автори:

Проф. др Татјана Атанасова Пачемска

Марија Петровска

Силвана Јакимовска Бинова

Александра Пешевска Митановска

Стручна подршка:

Рајмонда Незири, координатор

мр Сања Пачемска

Даниела Тачевска Николов

др Лидија Кондинска

Илустратор: Теодора Јовановска

Лектор: Виолета Јовановска Никовска

Графички дизајн и техничко уређивање: Тримакс – Скопје

Преведено са македонског језика:

Нена Ристић Костовска

Година издавања – 2024.

Место издавања – Скопје

Електронско издање

CIP - Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

373.3.016:51(035)=163.41

МАТЕМАТИКА за шести разред [Електронски извор] : материјали за учење / Татјана Атанасова Пачемска ... [и др.] ; [преведено са македонског језика Нена Ристић ; илустратор Теодора Јовановска]. - Скопје : Биро за развој образовања, 2024

Начин на пристапување (URL):

https://brogovmk-my.sharepoint.com/:b:/g/personal/bro_macedonia_bro_gov_mk/EUZ-9izq36ROkfdYFuJbl7IBs4xbL0x2aDzTNqjcHL5ktg?e=BdahfW.

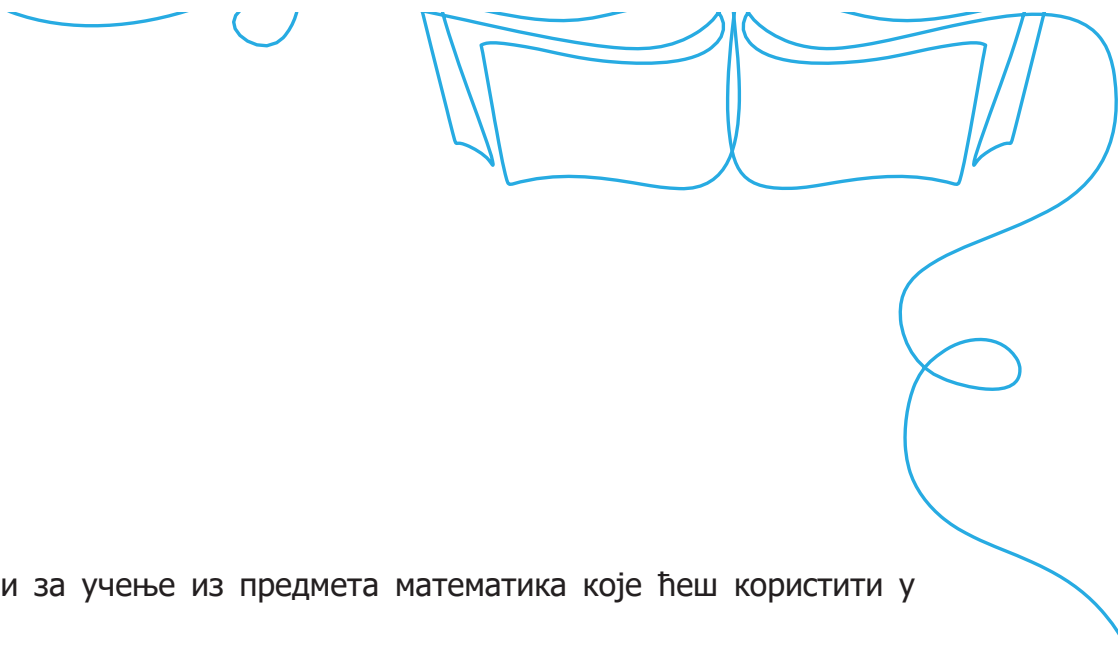
- Превод на делото: Математика за шесто одделение : материјали за учење.

- Текст во ПДФ формат, 205 стр., илустр. - Наслов преземен од екранот. - Опис на изворот на ден 23.04.2024. - Други автори: Марија Петровска, Силвана Јакимовска Бинова, Александра Пешевска Митановска

ISBN 978-608-206-187-0

1. Атанасова Пачемска, Татјана [автор] 2. Петровска, Марија [автор] 3. Јакимовска Бинова, Силвана [автор] 4. Пешевска Митановска, Александра [автор]

COBISS.MK-ID 63556613



Драги учениче,

Ово су материјали за учење из предмета математика које ћеш користити у шестом разреду.

Садрже разноврсне садржаје и активности са којима ћеш се дружити на часовима математике.

Проширићеш математичка знања о бројевима и операцијама са њима, геометрији, мерењу и подацима. Развићеш вештине за решавање проблема из свакодневице са њиховом применом. Развићеш способности да размишљаш боље и паметније. Видећеш да је математика веома важна и да је примењујемо у свакодневним активностима и да је математика веома важна и за економисте, програмере, инжењере, научнике.

- На почетку сваког садржаја имаш информацију **ШТА ЋЕШ НАУЧИТИ**
- Имах неколико питања **ДА СЕ ПОДСЕТИШ** шта си претходно учио у вези са овим садржајима
- Имах решене примере и објашњења тако да можеш и самостално да учиш
- Имах кратка питања и неколико задатака да провериш **ДА ЛИ СИ РАЗУМЕО**
- **ВЕЖБЕ** за вежбање и продубљавање знања

- Идеје за **ПРОЈЕКТНЕ АКТИВНОСТИ, ЗЕЛЕНУ МАТЕМАТИКУ, СТЕМ,**

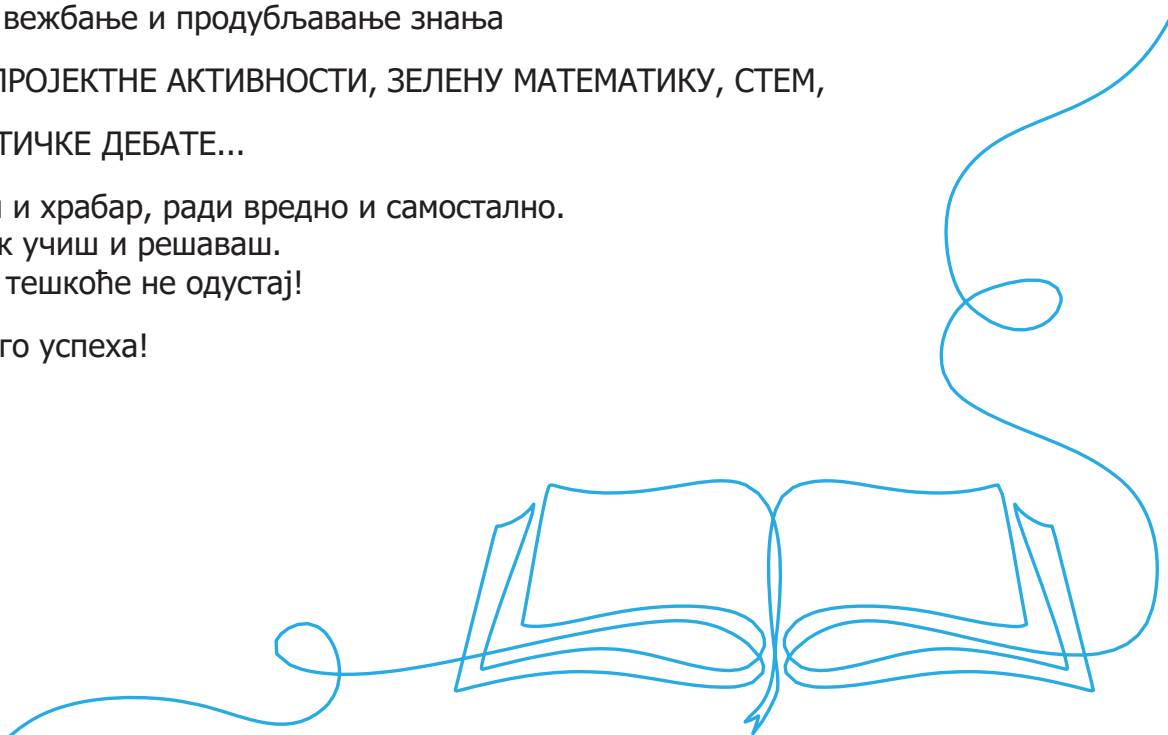
МАТЕМАТИЧКЕ ДЕБАТЕ...

- Буди вредан и храбар, ради вредно и самостално.

Забављај се док учиш и решаваш.

Кад наиђеш на тешкоће не одустај!

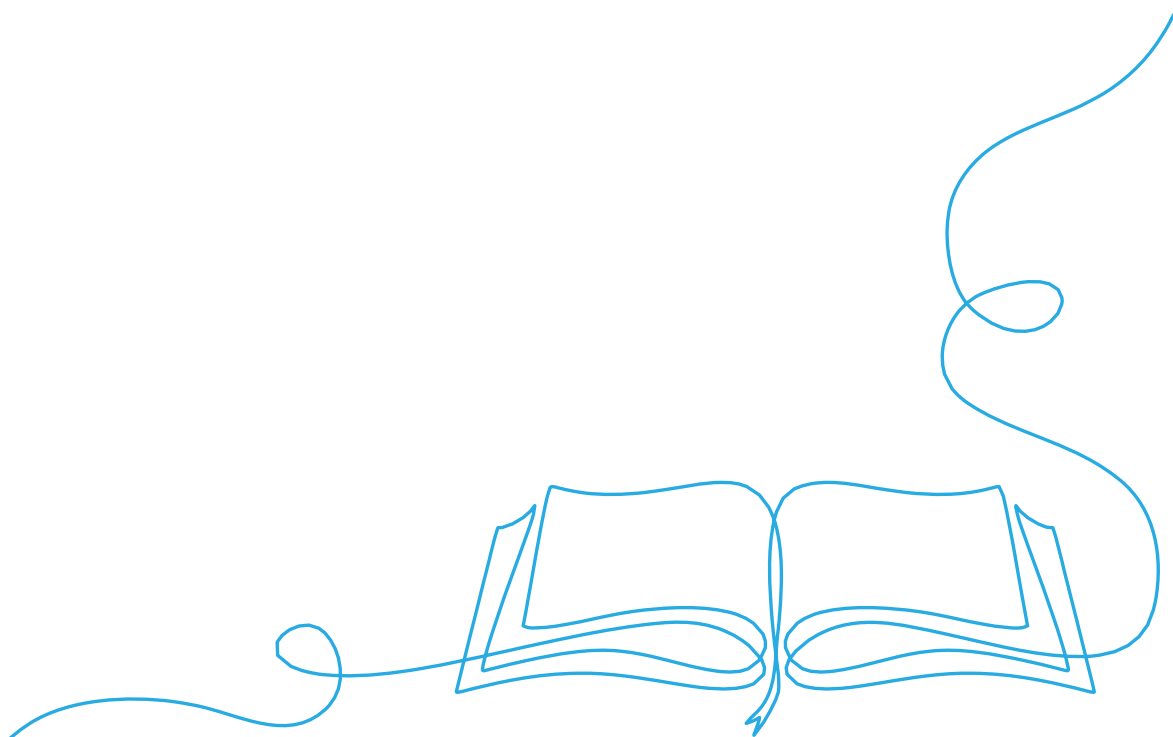
Желимо ти много успеха!



САДРЖАЈ

ПОЈАМ СКУПА	9
НАЧИНИ ПРЕДСТАВЉАЊА СКУПА.....	12
БРОЈ СКУПА. ЈЕДНАКИ И ИСТОБРОЈНИ СКУПОВИ	14
ПОДСКУПОВИ	16
КОНАЧНИ И БЕСКОНАЧНИ СКУПОВИ	18
СКУПОВИ ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА.....	20
МЕСНА ВРЕДНОСТ ЦИФАРА У БРОЈЕВИМА ПРЕКО 1000000	23
ЗАОКРУЖИВАЊЕ БРОЈЕВА	25
РЕЂАЊЕ И ПОДРЕЂИВАЊЕ БРОЈЕВА	30
НИЗОВИ ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА.....	32
РИМСКЕ ЦИФРЕ И БРОЈЕВИ	37
ПРИМЕНА РИМСКИХ ЦИФАРА	40
СКУП ЦЕЛИХ БРОЈЕВА	42
БРОЈАЊЕ КОРАКОМ НЕГАТИВНИ БРОЈ	44
ЦЕЛИ БРОЈЕВИ НА БРОЈЕВНОЈ ПРАВИ	45
РЕЂАЊЕ И ПОДРЕЂИВАЊЕ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА	47
НИЗОВИ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА	49
БРОЈАЊЕ У РАЗЛОМЦИМА И ДЕЦИМАЛНИХ БРОЈЕВА.....	51
МЕСНА ВРЕДНОСТ ЦИФАРА У ДЕЦИМАЛНОМ БРОЈУ	53
ЗАОКРУЖИВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИХ БРОЈЕВА	56
МЕШОВИТИ БРОЈ КАО РАЗЛОМАК	58
РАЗЛОМАК КАО МЕШОВИТИ БРОЈ.....	63
МЕШОВИТИ БРОЈ НА БРОЈЕВНОЈ ПРАВИ.....	67
РАЗЛОМАК КАО ДЕЦИМАЛНИ БРОЈ	70
ПРОШИРИВАЊЕ РАЗЛОМАКА	74
СКРАЋИВАЊЕ РАЗЛОМАКА	77
ЕКВИВАЛЕНТНИ РАЗЛОМЦИ	80
ПОРЕЂЕЊЕ РАЗЛОМАКА	82
ПОРЕЂЕЊЕ ДЕЦИМАЛНИХ БРОЈЕВА.....	86
ПРОЦЕНАТ КАО РАЗЛОМАК	91
РАЗЛОМАК КАО ПРОЦЕНАТ	94
ПРОЦЕНТНИ ИЗНОС.....	97
РАЗМЕР	101
ДУЖ	110
САБИРАЊЕ И ОДУЗИМАЊЕ ДУЖИ	112
ПАРАЛЕЛНЕ И НОРМАЛНЕ ДУЖИ.....	114
СИМЕТРАЛА ДУЖИ	116

РАСТОЈАЊЕ ОД ТОЧКЕ ДО ПРАВЕ	118
УГАО. ЕЛЕМЕНТИ УГЛА	120
ВРСТЕ УГЛОВА	123
СИМЕТРАЛА УГЛА	126
МЕРЕЊЕ И ЦРТАЊЕ УГЛОВА.....	127
САБИРАЊЕ УГЛОВА.....	130
КОМПЛЕМЕНТНИ И СУПЛЕМЕНТНИ УГЛОВА	132





Тема Број



У овој теми први пут ћеш се упознати са појмом **скуп**. Посебно ћеш продубити знања о скуповима бројева – Природни бројеви, Цели бројеви и позитивни Рационални бројеви. Бројеве примењујемо свакодневно – да изразимо величину, вредност, количину итд. Познавање и разумевање бројева је веома важно да би касније могао тачно да радиш прорачуне помоћу њих.



РЕЗУЛТАТИ УЧЕЊА

1. да користиш знања о скуповима да би објаснио и записао скупове природних бројева, целих бројева и позитивних рационалних бројева;
2. да примењујеш римске бројеве у практичним примерима;
3. да користиш разломке, децималне бројеве, проценте и размер у свакодневном контексту;
4. да откриваш правило за одређивање сваког члана датог низа целих бројева.

САДРЖАЈИ

1. Скупови
2. Природни бројеви
3. Римски бројеви
4. Цели бројеви
5. Позитивни рационални бројеви



Појмови:

скуп, елеменат скупа, припада ($\in$), не припада ($\notin$), представљање скупа: табеларно, графички и описно, подскуп ($\subseteq$), прави подскуп ($\subset$), број скупа (или кардинални број), истобројни скупови, једнаки скупови, коначни скупови, бесконачни скупови, празан скуп ($\emptyset$), римске цифре I, V, X, L, C, D, M; римски бројеви, скуп целих бројева, позитивни и негативни цели бројеви, супротан број, проширивање разломка, скраћивање разломка, нескратљив разломак, размер.

НАУЧИЋЕШ:

Шта је скуп; Да наводиш примере скупова; Да именујеш и записујеш елементе који припадају или не припадају датом скупу. (Ово је нови појам за тебе - ниси га изучавао до сада)

ПРИМЕР:

Погледај слике. Шта заједничко имају предмети представљени на њима?



Ево још неколико примера:

а) Скуп основних геометријских прибора садржи елементе: лењир, троугао, шестар, угаомер.



б) Скуп континената на планети Земљи садржи елементе: Европа, Азија, Африка, Јужна Америка, Северна Америка, Аустралија са Океанијом, Антарктик.



в) Скуп самогласника у македонској азбуци садржи елементе: а, е, и, о, у.



ИНФОРМАЦИЈА



Идеја о груписању предмета (објекти, појмови) према њиховом заједничком својству је основа на један од најважнијих појмова у математици – појам **СКУП**. Овај појам нема строгу дефиницију у математици. Под **скупом** подразумевамо целину која се састоји од „објеката“ са заједничким својствима. Сваки „објекат“ се назива **елеменат скупа**.

ЗАПАМТИ

Један скуп је опредељен његовим елементима.

1. Од датих „објеката“ формирај два скупа. Образложи својство према коме си формирао скупове.



2. Наброј три различита скупа (објасни заједничко својство и наброј њихове елементе).

3. Одреди елементе следећих бројних скупова: (У математици посебно су важни скупови чији елементи су бројеви. Називамо их **бројни скупови**.)

- а) парни бројеви треће десетице
- б) делиоци броја 18
- в) троцифрени број чији збир цифара је 3

ИНФОРМАЦИЈА



Скупови се именују великим печатним латиничним словом – А, В, С, D, М, N итд., а елементи им се набрајају у заградама { }. Ако скуп слова речи лопта именујемо као скуп М записујемо $M = \{т, о, п, к, а\}$. Ово је табеларни начин за записивање скупа.

Симболи „ $\in$ “ и „ $\notin$ “ користимо да запишемо када неки елеменат припада или не припада датом скупу. За скуп М је тачно $t \in M$ (читамо „т је елеменат скупа М“, али $p \notin M$ (читамо „р НИЈЕ елеменат скупа М“).

4. Која од датих тврдњи скуп $B = \{2, 12, 22, 32, 42\}$ су тачне?

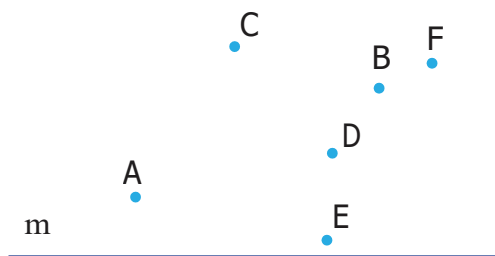
- а) $12 \notin B$
- б) $22 \in B$
- в) $212 \in B$
- г) $52 \notin B$
- д) $22 = B$



Провери да
ли си разумео

Вежбај

1. Запиши све елементе датих скупова:
 - а) skup A који је састављен од девојчица из твог одељења,
 - б) skup B који је састављен од слова речи „свеска“,
 - в) skup M који је састављен од троцифрених бројева треће стотице који завршавају на 5,
 - г) skup P од четвороцифрених бројева који су већи од 899, а мањи од 1008.
2. Символима „ $\in$ “ и „ $\notin$ “ запиши две тачне и две нетачне тврдње које се односе на skup B чији елементи су слова речи математика.



3. Права је skup тачака. На једној правој може да се представи много тачака, али има и много тачака које не припадају датој правој. На цртежу је дата права m и тачке A, B, C, D, E, F. Символима „ $\in$ “ и „ $\notin$ “ запиши које од датих тачака припадају, а које не припадају правој m .

Групна активност



Израдите заједничку интерактивну презентацију са сликама скупова које срећете у вашој свакодневици.



НАЧИНИ ПРЕДСТАВЉАЊА СКУПА

НАУЧИЋЕШ:

Да представљаш скуп на различите начине (**табеларно, графички, описно**).



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Чиме је опредељен сваки скуп?

ИНФОРМАЦИЈА



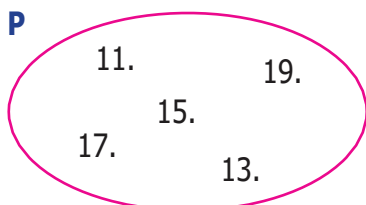
Један скуп може да буде представљен на различите начине:

Табеларни начин – набрајамо све елементе у загради $P = \{11, 13, 15, 17, 19\}$

Описни начин – описујемо елементе P скупа – који су непарни бројеви друге десетице. Записује се $P = \{x | x \text{ је непарни број друге десетице}\}$.

Објашњење „ $x|x$ ” се чита „ x где је x ”.

Графички начин – Веновим дијаграмом – затворена крива линија у чијој унутрашњости се записују елементи.

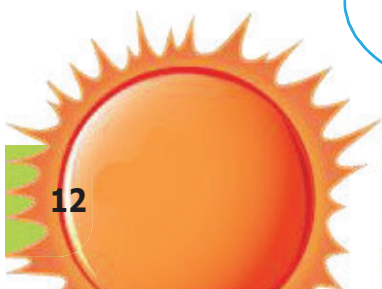
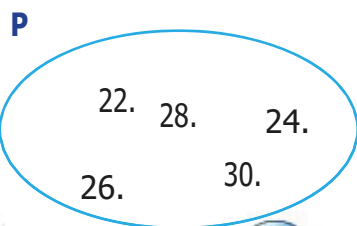


Ево још неколико примера:

а) Скуп $A = \{x | x \text{ је цифра броја } 25355\}$ записан на табеларни начин је $A = \{2, 3, 5\}$.

б) Скуп $B = \{\text{Меркур, Венера, Земља, Марс, Јупитер, Сатурн, Уран, Нептун}\}$ записан на описни начин је $B = \{x | x \text{ је планета Сунчевог система}\}$

в) $P = \{x | x \text{ је паран број треће десетице}\}$ дат је следећим Веновим дијаграмом.



ЗАПАМТИ

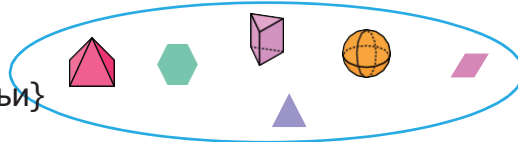
Сваки елемент скупа записује се само једном.

1. Запиши на табеларни начин и Веновим дијаграмом следеће скупове:

а) $A = \{x | x \text{ је делилац } 20\}$

б) $B = \{x | x \text{ је 3Д облик цртежа}\}$

в) $P = \{x | x \text{ је природно језеро у нашој земљи}\}$



2. Запиши на описан начин и Веновим дијаграмом следеће скупове:

а) $A = \{\text{равностранни, равнокраки, разностран троугао}\}$

б) $B = \{2, 7, 5\}$

в) $P = \{0, n, c\}$

Неки елементи могу да се опишу на различите начине.



Провери да ли си разумео

1. На који начини се представља скуп?

2. Запиши на описан начин скуп $M = \{8, 16, 24, 32\}$.

3. Запиши Веновим дијаграмом скуп $M = \{x | x \text{ је слово речи азбука}\}$

Вежбај

1. Запиши дате скупове на табеларан начин

а) $M = \{x | x \text{ је месец у години чије име садржи четири слова}\}$

б) $E = \{x | x \text{ је делилац } 24\}$

в) $M = \{x | x \text{ је садржалац броја } 7 \text{ мањи од } 50\}$

2. Запиши дате скупове на описан начин

а) $M = \{102\}$

б) $E = \{1, 0, 2\}$

в) $M = \{\text{понедељак, петак}\}$

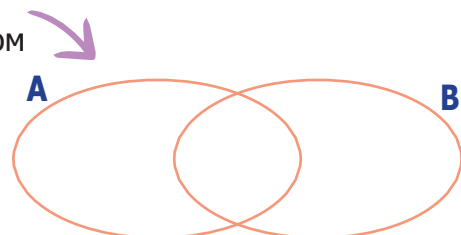
3. Повежи скупове дате на описан начин одговарајућим записом на табеларан начин

$\{x | x \text{ је цифра броја } 9807\}$ $\{7, 8, 9\}$

$\{x | x \text{ је претходник броја } 988\}$ $\{7, 8, 9, 0\}$

$\{x | x \text{ је цифра већа од } 6\}$ $\{987\}$

4. Дати су скупови $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ и $B = \{2, 12, 22, 32\}$. Представи их у датом Веновом дијаграму.



НАУЧИЋЕШ:

Да одређујеш **број скупа**. Да препознајеш **истобројне и једнаке скупове**, и **празан скуп**.

ПРИМЕР:

Запиши на табеларан начин следеће скупове и изброј по колико елемената имају.

Да ли је неки скуп без елемената? Који од њих има исти број елемената?

Да ли неки од њих имају исте елементе?

$A = \{x | x \text{ је цифра броја } 13555\}$

$B = \{x | x \text{ је слово речи МАЈ}\}$

$C = \{x | x \text{ је месец у години чије име почиње словом } p\}$

$D = \{x | x \text{ је непарни број мањи од } 6\}$

P

1203.	
9.	269.

Решење

- $A = \{1, 3, 5\}$ и $D = \{1, 3, 5\}$ имају исте елементе, иако су описани на различит начин.
- $B = \{M, A, J\}$ има три елемента, исто као и скупови A и D .
- У години не постоји месец чије име почиње на слово p , па је скуп C без елемената.

ИНФОРМАЦИЈА

Број елемената који припадају скупу A назива се **број скупа** A . Означава се са δA .

Скуп који нема елементе назива се **празан скуп**. Означава се симболом „ $\emptyset$ ”.

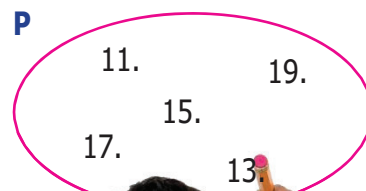
Скупови који имају исти број називају се **истобројни скупови**.

Скупови који имају исте елементе називају се **једнаки скупови**.

а) Скупови $A = \{x | x \text{ је слово од речи рука}\}$ и $M = \{a, p, k\}$ су једнаки скупови, јер имају исте елементе.

б) Скуп $B = \{k, n, i, g, a\}$ и скуп P задат Веновим дијаграмом су истобројни скупови $\delta B = \delta P = 5$ (имају по 5 елемената).

в) Скуп $E = \{x | x \text{ је месец у години који има } 32 \text{ дана}\}$ нема ни један елемент. $\delta E = 0$ и $E = \emptyset$.



- 1.** Одреди број скупа $M = \{0, \emptyset\}$, $N = \{x | x \text{ је парни број треће стотнице}\}$, $Q = \{5, 10, 15, 20, \dots, 95, 100\}$



Објашњење

Када скуп има велики број елемената, не мора да их запишемо све. Уколико се подразумева који су елементи, користимо „...“, што показује да међу елементима има још елемената који нису записани.

2. Запиши три различита скупа који су истобројни са скупом $T = \{x | x \text{ је садржалац броја } 9 \text{ мањи од } 70\}$.

3. Које од следећих тврдњи су истините:

- а) $0 \in \emptyset$ б) $T = \{\emptyset\}, \delta T = 0$ в) $L = \{2, 4, 6, 8, \dots, 94, 96, 98, 100\}, \delta L = 8$

Провери да
ли си
разумео

1. Који скупови су истобројни? Који скупови су једнаки скупови?
2. Шта је празан скуп и како се бележи?
3. Колико елемената има скуп $T = \{x | x \text{ је број већи од } 10 \text{ и мањи од } 18\}$
4. Запиши два истобројна скупа А и В, тако да $\delta B = 8$.

Вежбај

1. Запиши број скупова $T = \{x | x \text{ је троугао са два тупа угла}\}$, $R = \{10, 20, 30, \dots, 970, 980, 990\}$, $M = \{x | x \text{ је делилац броја } 30 \text{ већи од броја } 20\}$, $P = \{x | x \text{ је садржалац броја } 9 \text{ мањи од броја } 200, \text{ а већи од броја } 175\}$.
2. а) Запиши пример за празан скуп на описан начин.
б) Запиши пример за три истобројна скупа.
3. Одреди који од следећих скупова су истобројни, а који су једнаки:
 $M = \{x | x \text{ је троцифрени парни број мањи од } 110\}$, $R = \{x | x \text{ је четвороцифрени парни број мањи од броја } 1110\}$, $M = \{51, 53, 55, 57, 59\}$, $P = \{x | x \text{ је непарни број из шесте десетице}\}$.
4. Који од следећих тврдњи су истините? Објасни одговор на примеру.
а) Постоје различити празни скупови.
б) Истобројни скупови су увек једнаки.
в) Једнаки скупови су увек истобројни.

Задачи

НАУЧИЋЕШ:

Да записујеш **подскуп** и **прави подскуп** из датог скупа.

ПРИМЕР:

У једном скупу можеш да уочиш део елемената који имају и посебна својства. На цртежу је дат скуп из 2Д облика. Издвој неке од његових елемената према неком специфичном својству.



Из елемената скупа $A = \{2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 24, 26, 28, 30\}$

можемо да запишемо и следеће скупове:

$M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ - скуп елемената који припадају скупу A , али су парни бројеви прве десетице;

$N = \{2, 12, 20, 21, 23, 24, 26, 28\}$ - скуп елемената који припадају скупу A , али су бројеви који имају цифру 2;

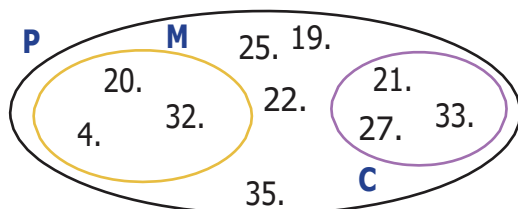
$P = \{26, 28, 30\}$ - скуп елемената који припадају скупу A , али су већи од броја 25; Скупови M , N , P су **подскупови** скупа A .

ИНФОРМАЦИЈА

Скуп B чији сваки елемент је елемент скупа A се назива **подскуп** A . „ $\subseteq$ ” је **симбол** којим се записује ова релација између скупова B и A . Записујемо $B \subseteq A$, а читамо „ B је подскуп скупа A ”.

Скуп B за који је сваки његов елемент елемент скупа A , а скуп A има и друге

елементе који нису елементи скупа B , назива се **прави подскуп** скупа A . „ $\subset$ ” је **симбол**.



Веновим дијаграмом је дат скуп P и два његова права подскупа:

M су садржаоци 4 и C су садржаоци 3. $M \subset P$ и $C \subset P$

1. Које од датих тврдњи су истините? Образложи одговор.

- а) $\{2, 3, 4, 5\} \subseteq \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ б) $\emptyset \subseteq \{2, 3, 5\}$ в) $\emptyset \in \{0, a, 3\}$
 г) $\{ц, в, е, т\} \subset \{и, в, е, т, о, ц\}$ д) $\{0, 1\} \subset \{1, 0\}$ ђ) $0, 1 \subseteq \{10, 100\}$

2. Запиши све подскупове скупа $M = \{A, B, V\}$ (треба да запишеш подскупове са један, два и три елемента).

ЗАПАМТИ

Празан скуп је подскуп сваког подскупа, зато је $\emptyset \subseteq M$.

Провери да ли си разумео

1. Шта је подскуп? Која је разлика између подскупа и правог подскупа? Који су симболи?
2. Запиши прави подскуп M скупа $A = \{x/x \text{ је слово речи математика}\}$ тако што је $\delta M = 3$.

Вежбај

1. Запиши два права подскупа скупа $M = \{x/x \text{ је троцифрени број већи од } 600 \text{ чији збир цифара је } 8\}$.
2. Која од датих тврдњи су истините? Образложи одговор.
 а) $\{a, b, c\} \subseteq \{b, a, c\}$ б) $\{\emptyset\} \subseteq \{0, 1, 2\}$ в) $\emptyset \subset \{222\}$
3. Запиши све подскупове скупа $M = \{m, n, p, q, r, s, k\}$ чији број је 4.
4. Симболима „ $\subseteq$ ” и „ $\subset$ ” запиши две тачне и две нетачне тврдње које се односе на скуп $D = \{0, 5, 10\}$

Групна активност 1

У скупу саобраћајних знакова представи подскупове од знакова према облику и боји, односно намени (знаци опасности, знаци информирања и сл.).

Групна активност 2

У скупу апликација на твом мобилном телефону представи подскупове према намени за коју их користиш (апликације за комуникацију, за забаву, учење и сл.).

КОНАЧНИ И БЕСКОНАЧНИ СКУПОВИ

НАУЧИЋЕШ:

Да препознаш који су **коначни**, а који су **бесконеачни скупови** и да дајеш одговарајуће примере.

Пример

Учио си о броју скупова. Размисли и одговори на следећа питања:

- Да ли можеш да запишеш скуп који има највећи број елемената?
- Који скуп има већи број елемената – скуп парних или скуп непарних бројева?
- Колико највише елемената може да има један скуп?

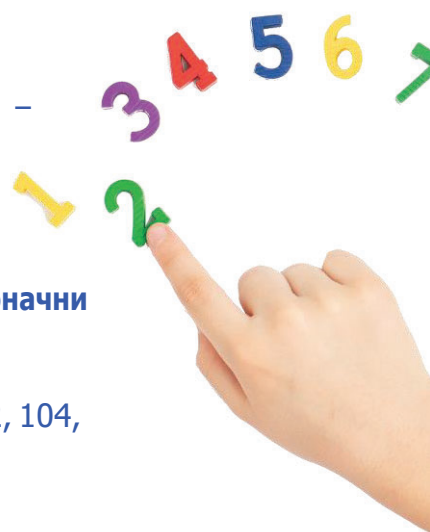
Размисли и одговори



Решење

Постоје скупови чији број елемената не можемо да одредимо – бројимо њихове елементе, али се увек налази још један елемент. Скуп бројева је такав скуп зато што увек може да се допише нови број већи од датог. Такав је и скуп тачака једне праве зато што увек можемо да нађемо нову тачку која припада правој. Овакве скупове називамо **бесконеачни скупови**.

Бесконеачан је и скуп парних бројева већих од 100. Записујемо $A = \{102, 104, 106, 108, \dots\}$.



ЗАПАМТИ

Скуп чији број елемената може да се одреди назива се **коначни скуп**.
Бесконеачни је скуп који није коначан.

1. Да ли може да се одреди број елемената следећих скупова:

а) $A = \{x/x \text{ је број чија цифра јединица је } 5\}$

б) $B = \{x/x \text{ је паран број мањи од } 999999\}$

в) $C = \{x/x \text{ је садржалац броја } 200\}$

г) дрвеће у једној шуми

д) звезде на небу

ђ) број слова у најдужем роману

Провери да
ли си
разумео

1. Који скуп се назива бесконачни скуп?

2. Запиши пример за коначни и бесконачни скуп.

Вежбај

1. Запиши пример за три бесконачна скупа.

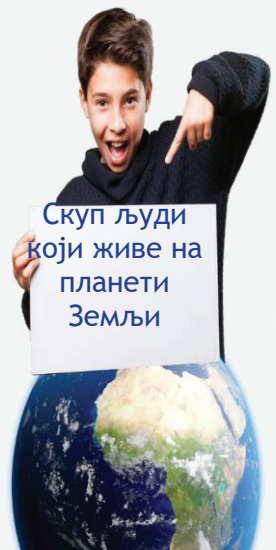
2. Који од следећих скупова су бесконачни, а који су коначни:

а) скуп људи који живе на планети Земљи

б) скуп звезда у универзуму

в) скуп свих разломака

г) скуп делилаца броја 50 000



Скуп од звезде
у универзуму

НАУЧИЋЕШ:

Да записујеш **скуп природних бројева (N)** и **проширени скуп природних бројева (N_0)**. Да представљаш природне бројеве на обележеној бројевној прави.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Које бројеве си прве научио?

За шта користимо бројеве у свакодневици?

Ишанго



Како су настали бројеви? Е, то је мистерија!

Али слободно можемо да кажемо да без бројева цивилизације не би могле да напредују.

Откријени докази показују да су бројеви и бројање започели бројем 1 који се на почетку записивао као једна црта, а највероватније није имао име. Доказ је записан на кости чије име је Ишанго (кост бабуна) пронађена у региону Конго у Африци. Али, бројке и бројање су заиста биле потребне појавом градова. Прави почетак је око 4000 г. пр. н. е. у Сумерији, једној од најранијих цивилизација. Са толико много људи, стоке, пољопривредних култура и занатских производа лоцираних на истом месту, градовима је био потребан начин да се организују и да прате све то, јер се трошило, додавало или трговало.

Антички Грци су били добри математичари.

Али, математика старих Римљана није била развијенија од оне на кости Ишанго.

А број 0???

Откривање броја 0 је веома важно математичко откриће које се догодило око 500 г. пр. н. е. у Индији.



ИНФОРМАЦИЈА



Бројеви 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, 102,999, 1000, 1001, 1002, се називају **природни бројеви**. Број 0 није природни број.

Скуп природних бројева се означава са $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$.

Скуп свих природних бројева и броја 0 назива се **проширени скуп природних бројева** и означава се са $N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$.

Бројеве из N_0 представљамо на **бројевној полуправи** која почиње са 0 и нема краја, јер од сваког броја постоји већи. На једнаким растојањима су поређани бројеви од мањег ка већем.



За представљање већих бројева бројевна права може да изгледа и овако



Пример

Који бројеви на бројевној прави треба да се напишу на празним местима?

а)



б)



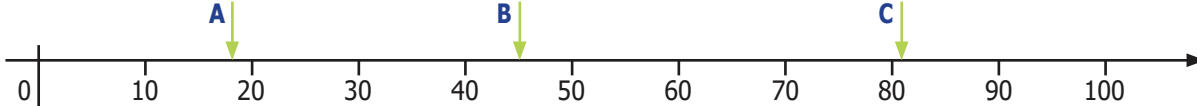
1. Нацртај бројевну праву на којој ћеш представити:

а) бројеве из прве стотике који имају цифре на јединици 3

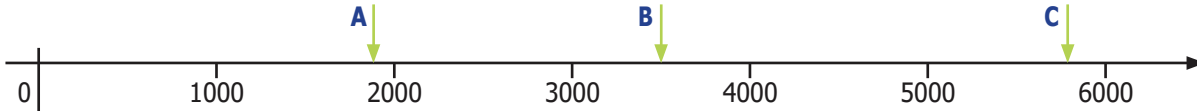
б) садржаоци броја 7 који су мањи од 80

2. Процени и запиши који бројеви ће бити на месту означеном стрелицом.

а)

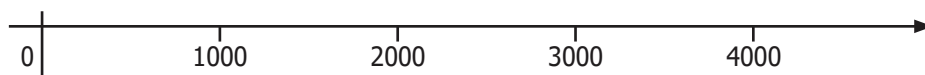


б)



Провери да
ли си
разумео

1. Запиши скуп природних бројева проширеног скупа природних бројева? По чему се разликују?
2. Нацртај бројевну праву и на њој представи парне бројеве мање од 30.
3. Где бисте представили број 2300 на датој бројевној правој?



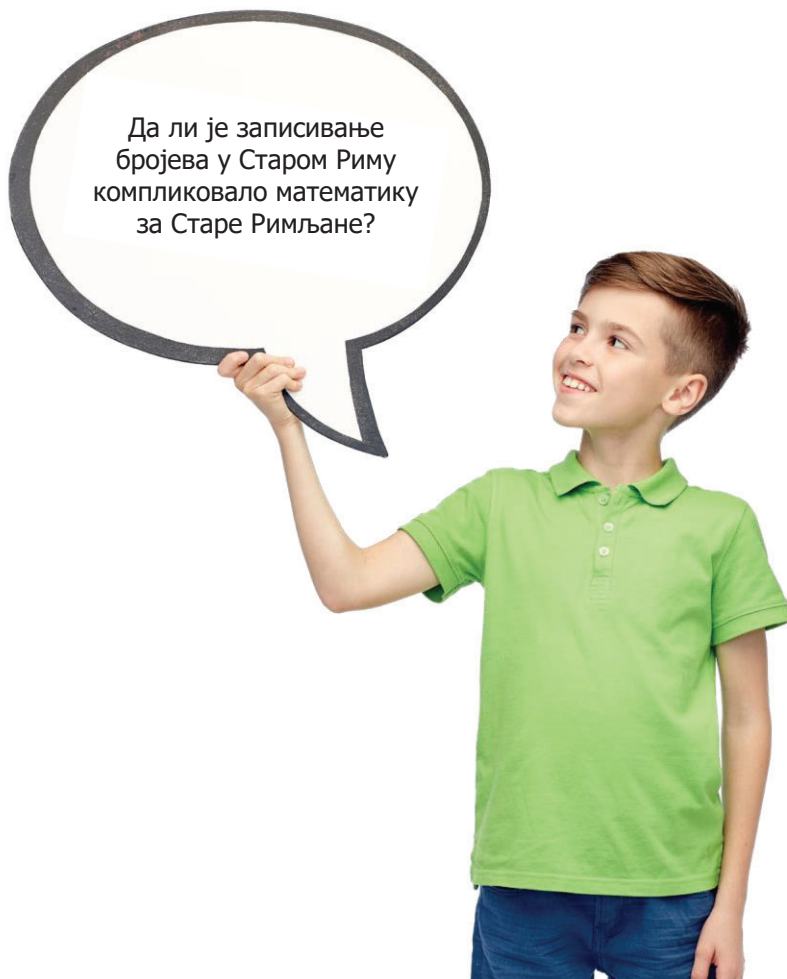
Вежбај

1. Које од следећих тврдњи су тачне?
 а) $0 \in \mathbf{N}$ б) $0,5 \in \mathbf{N}$
 в) $\{0, 5, 10\} \subset \mathbf{N_0}$ г) $\{0, \frac{5}{6}, 7\} \subseteq \mathbf{N_0}$
2. Нацртај бројевну праву и на њој представи:
 а) троцифрене бројеве који завршавају на 22
 б) двоцифрене бројеве дељиве са 9

МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА

Зашто стари Римљани
„нису волели“ математику?

Да ли је записивање
бројева у Старом Риму
компликовало математику
за Старе Римљане?



МЕСНА ВРЕДНОСТ ЦИФАРА У БРОЈЕВИМА ИЗНАД 1000000

1

НАУЧИЋЕШ:

Да именујеш месну вредност, позицију и класу сваке цифре природних бројева преко милиона.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Које цифре користимо за записивање бројева?

Како читамо број 721 003?

Коју вредност има цифра 7 у броју 7826?

Који је највећи број који знаш да запишеш и прочиташ?

Да ли можеш да прочиташ број 7 892 539 875 213?

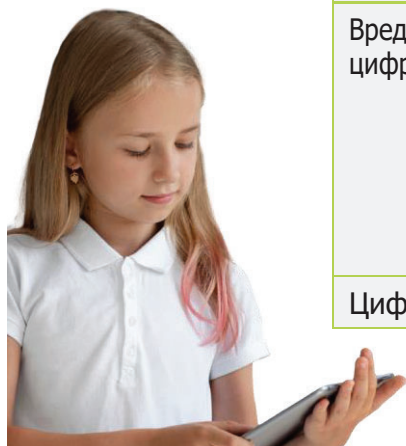
Објашњење

За лакше писање и читање бројева већих од милион најлакше је да их поделимо у класе од по три цифре (почињући од цифре јединица).

Класа	Трилиони	Билиони	Милиони	Хиљаде	Јединице
Цифре у класи	7	892	539	875	213
Број	7 892 539 875 213				

У свакој класи има по три цифре, и свака цифра има своју позицију и вредност.

Класа	Трилиони			Билиони			Милиони			Хиљаде			Јединице		
Позиција	Стотице трилиони (СТ)	Десетице трилиони (ДТ)	Јединице трилиони (ЕТ)	Стотице билиони (ЦБ)	Десетице билиони (ДБ)	Јединице билиони (ЕБ)	Стотице милиони (СМ)	Десетице милиони (ДМ)	Јединице милиони (ЕМ)	Стотице хиљаде (СИ)	Десетице хиљаде (ДИ)	Јединице хиљаде (ЕИ)	Стотице (С)	Десетице (Д)	Јединице (Е)
Вредност цифре			7 000 000 000 000	800 000 000 000 000	90 000 000 000 000	2 000 000 000 000	500 000 000 000	30 000 000 000	9 000 000 000	800 000	70 000	5 000	200	10	3
Цифра			7	8	9	2	5	3	9	8	7	5	2	1	3



Пример

а) 789 (седам стотина осамдесет девет) је троцифрени број, 8 је у класи јединица на позицији десетица и њена вредност је $8 \text{ Д} = 80$.

б) 78 256 325 (78 милиона 256 хиљада 325) је осмоцифрени број, 8 је у класи милиони на позицији јединица милиони и њена вредност је $8 \text{ ЕМ} = 8\,000\,000$.

1. Запиши речима следеће бројеве:

а) 82 608

б) 95 003 725

в) 123 000 356 278

2. Запиши цифрама бројеве (Пази на број цифара. 0 (нула) је важна цифра и када нема вредност.)

а) пет милиона три хиљаде сто три

б) седамнаест трилиона девет

в) седам милиона дванаест хиљада триста

3. Одреди класу, позицију и вредност цифре 5 у следећим бројевима:

а) 8 523

б) 8 352 142

в) 589 259 365

Провери да
ли си
разумео

1. Које су класе цифара које има дванаесетоцифрени број?

2. Запиши речима број 75890001. Која је позиција и вредност цифре 9 у овом броју?

Вежбај

1. Одреди класу, позицију и вредносту цифре 3 у следећим бројевима:

а) 7 523

б) 8 352 142

в) 589 259 365

2. Запиши цифрама бројеве:

а) седамдесет билиона девет милиона

б) три трилиона два билиона сто пет

в) дванаест хиљада дванаест

3. Запиши цифрама и речима:

а) петоцифрени број који има 8 десетица, 7 јединица хиљада, 3 десетице хиљада, остале цифре су му 4

б) деветоцифрени број који у свакој класи има цифре 1, 2 и 3 (могући су различити записи - бројеви)

в) седмоцифрени број за који је збир цифара у свакој класи 8 (запиши различите бројеве)

г) шестоцифрени број за који је производ цифара у свакој класи 0 (запиши различите бројеве)

4. Направи листу мерних бројева који се односе на „многе велике ствари“ око нас. На пример – растојање од Сунца до планете Сунчевог система изражено у километрима (растојање од Сунца до Нептуна је 4 495 100 000km.)

ЗАОКРУЖИВАЊЕ БРОЈЕВА

1

Који број је
боље
заокружен?

НАУЧИЋЕШ:

Да заокружујеш природне бројеве до најближе десетице, стотице или хиљаде.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је заокруживање бројева?

Како се заокружује број 352 на десетице?

365

536



пример:

У 2020. години број становника на планети Земљи био је 7 794 798 739.
Како би заокружио овај број?

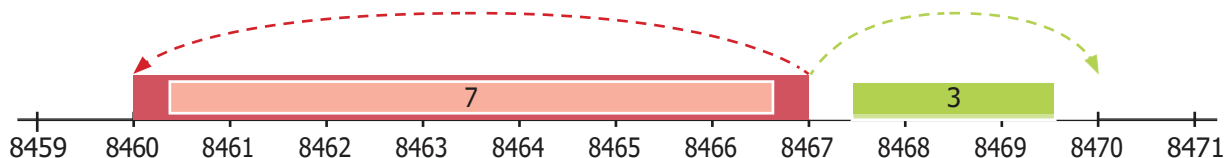
Објашњење

Заокруживање броја је промена броја у његов близак број. У свакодневици често секористи поступак „заокруживање бројева“ да би се олакшао прорачун. Један број може да буде заокружен на различите начине – на десетице, стотице, хиљаде итд.

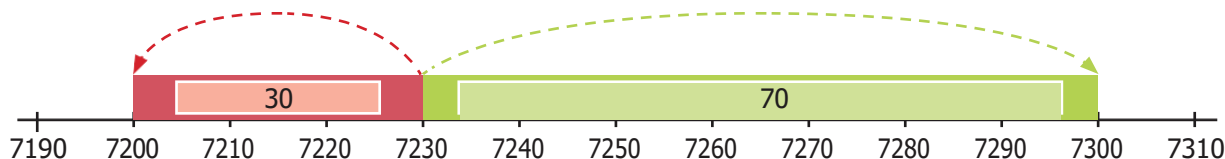


При размишљању води рачуна о позицији и вредности цифре за коју треба да извршиш заокруживање. Можеш да користиш и бројевну праву при размишљању.

- а) Када број 8 467 заокружаваш на десетице, размишљај: он има 6 десетица и налази се између 8460 и 8470, али је ближе 8470.



- б) Када број 7 230 заокружујеш стотицама, размишљај: он има 2 стотице и налази се између 7 200 и 7 300, али је ближе 7 200.



в) Када број 7 523 заокружујеш на хиљаде, размишљај: он има 7 хиљаде и налази се између 7 000 и 8 000, али је ближе до 8 000.

г) Када број 847 523 заокружујеш на десет хиљаде, размишљај: он има 4 десетице хиљаде и налази се између 840 000 и 850 000, али ближе до 850 000.

Објашњење

Један број може да буде заокружен на различите начине – на десетице, стотице, хиљаде итд.

1. Попуни табелу

Број	Заокружен на најближој десетици	Заокружен на најближој стотици	Заокружен на најближој хиљади	Заокружен на најближој десетици хиљади
10 268				
26 735				
827 365				
264 989				

Објашњење

При заокруживању можеш да одредиш за колико се разликује заокружени од датог броја.

Када заокружујеш на стотице (на пример) одређујеш најближе стотице до броја – на лево и на десно на бројевној прави.

Одређујеш за колико се разликују од датог броја. Број заокружујеш на онај кој се разликује мање.

Разлика показује за колико је промењен број при заокруживању – то се назива „грешка при заокруживању“.

	Мања	Разлика до мање	Број	Разлика до веће	Већа
На десетице	3 580	7	3 587	3	3 590
На стотице	3 500	27	3 527	73	3 600
На хиљаде	3 000	527	3 527	473	4 000

2. Број 856 996 заокружи користећи табелу.



Пази: Када је број са 9 десетица и 9 стотица „чудно се заокружује“.

	Мања	Разлика до мање	Број	Разлика до веће	Већа
На десетице			856 996		
На стотице			856 208		
На хиљаде			856 208		
На десетице хиљаде			856 208		
На стотице хиљаде			856 208		

3. Одреди број:

- а) који се налази између 8 600 и 8 700, има цифру јединица 7, а заокружен је на најближој десетици 8 640.
- б) који је већи од 560 000, има цифру стотице 3, цифру десетице два пута већу од цифре стотица. Цифра јединица је за 5 мања од цифре десетица, а заокружен је на најближој хиљади 563 000.

Провери да
ли си
разумео

1. На колико начина можеш да заокружиш број 3286?
2. Колико је 78 623 заокружено на хиљаде?
3. Запиши три броја који се заокружују на 120 000.

Вежбај

1. Заокружи бројеве:

84 993

(на десетице)

(на стотице)

(на хиљаде)

(на десетице хиљаде)

327 439

(на десетице)

(на стотице)

(на хиљаде)

(на десетице хиљаде)

2. Заокружи дате бројеве према захтеву:

- а) 2 875 и 38 566 на десетице
- б) 63 861 и 729 543 на стотице
- в) 29 328 и 231 630 на хиљаде
- г) 75 638 и 264 345 на десетице хиљаде
- д) 238 625 и 5 869 233 на стотице хиљаде

3. Колико бројева који се налазе између 350 и 380 могу да се заокруже на 360? Који су ти бројеви? Представи их на бројевној прави.

4. Колико ће износити број 386 заокружен на најближој хиљади?

5. Три најнасељенија града у 2022. години су Токио у Јапану са 37 274 000 становника, Делхи у Индији са 32 065 760 становника и Шангај у Кини са 28 516 904. Колико милиона становника је укупно живело 2022. године у ова три града? (заокружи бројеве на милионе)

ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

У табели су дати подаци о броју засађених стабала на 5 континената у 2022. години и пре 10 година. Заокружи дате податке на милионе и одговори на следећа питања:

Колико милиона стабала је укупно засађено у 2022. години на ових 5 континената? Колико милиона стабала је засађено пре 5 година? Како се променио број засађених стабала у 2022. поређено са бројем пре 10 година?

Континент	Број засађених стабала у 2022.?	Број засађених стабала пре 10 година
Северна Америка	10 965 751	12 346 764
Јужна Америка	4 330 130	6 783 083
Африка	2 610 000	3 362 798
Азија	5 077 224	6 563 903
Европа	605 127	760 845

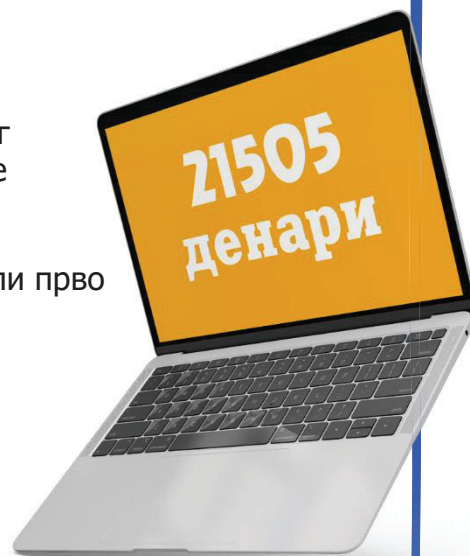
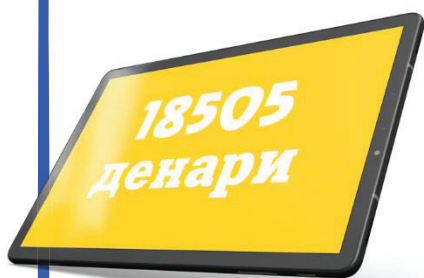
АКТИВНОСТ

Када примењујемо прорачунавање и заокруживање, када имамо мању „грешку“ – да ли је боље да прво заокружимо бројеве, а затим да прорачунавамо или да прво израчунамо, а затим само да решење заокружимо?

Задатак:

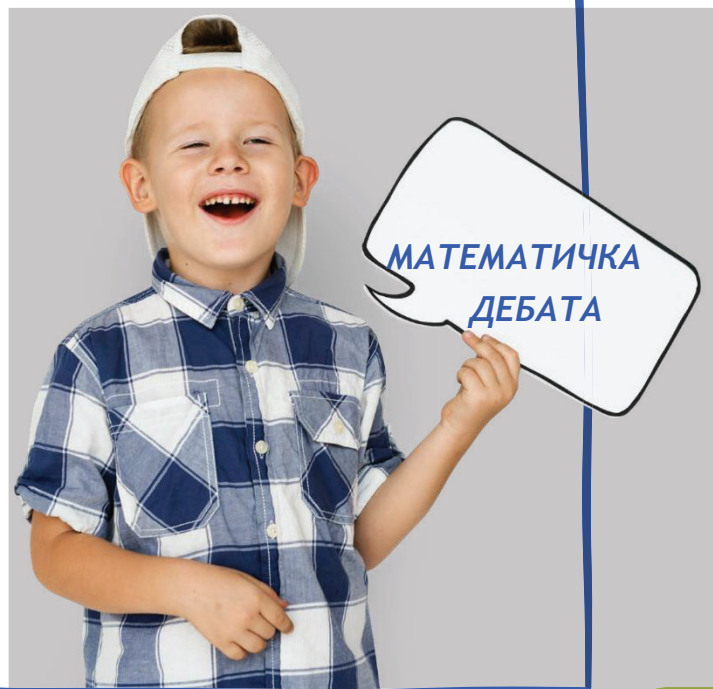
Цена једног таблета је 18 505 денара, а цена једног лаптопа је 21 505 денара. Колико хиљада денара је потребно да се купи таблет и лаптоп?

Прво да заокружимо цене, затим да нађемо збир или прво да нађемо збир, а затим да заокружимо? Зашто?



Шта ако је цена таблета 18 495 денара, а цена лаптопа је 21 495 денара?

Шта прави разлику?



РЕЋАЊЕ И ПОРЕЋЕЊЕ БРОЈЕВА

НАУЧИТЕШ:

Да поређаш и упоредиш природне бројеве користећи знакове $>$, $<$ и $=$.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је поређење
бројева?

Шта је ређање бројева?

пример:

Који производ има највишу, а који најнижу цену. Цене поређај по величини.

 NEO ACS-HR18LED R410 23.799 20.999	 HYUNDAI AC120 ECO INVERTER 23.299 20.599	 MIDEA MS12FU-12HRDN1-QRDOGW 29.399 25.999	 VIVAX ACP-12CH35AERI 31.999 27.999
--	--	--	--

Објашњење

Цифре из виших класа имају већу вредност. При поређењу бројева прво поредимо највише класе. Ако су оне једнаке, онда поредимо ниже класе из бројева.

256 987 $>$ 132 999, будући да је 256 хиљада више од 132 хиљаде (поредимо само класу хиљада).

148 987 $<$ 148 999, у класи хиљаде и оба броја имају 148, па зато поредимо класу јединице.

32 308 547 $<$ 232 625 432 будући да је 32 милиона мање од 232 милиона (поредимо само класу милиона).

1. Упореди бројеве користећи знакове $>$, $<$ и $=$

а) 305 984 и 99 476

б) 3 259 598 и 2 998 998

в) 309 268 и 1 299 478

Пример

Поређај по величини бројеве 28 369, 387 000, 3 478 и 28 520 (почињући од најмањег).

Прво поредим више класе, уколико имају исте вредности, у највишој класи поредимо следеће: **3 478** $<$ **28 369** $<$ **28 520** $<$ **387 000**.

2. Поређај по величини дате бројеве почињући од најмањег:

а) 2 891, 36 280, 598, 67 777 и 6 777

б) 300 003, 33 033, 300 033, 3 333, 33 000

3. Од цифара 4, 5, 6 састави најмањи и највећи шестоцифрени број (дозвољено је да се понавља нека од цифара највише три пута).

Провери да
ли си
разумео

- Објасни на који начин поредиш/ређаш бројеве?
- Користећи знакове, < и = упореди бројеве:
 - 255889 и 39322
 - 500302 и 500203
 - 399999 и 99993

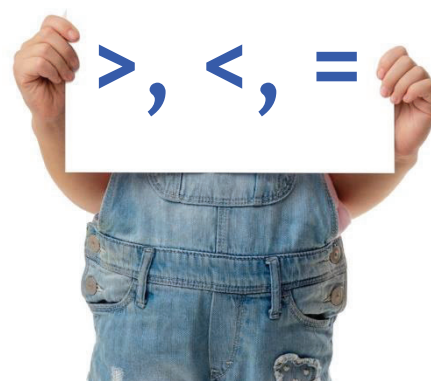
Вежбај

- Упореди бројеве користећи знакове >, < и =
 - 58 369 и 99 002
 - 3 568 236 и 14 200 003
 - 33 505 и 5 335
- Поређај по величини дате бројеве почињући од најмањег:
 - 69 289, 59 289, 322 125 и 69 289
 - 4 004, 44 000, 4 444, 40 404 и 4 044
- Бројеве 35278, 416278, 23789, 44968, 3489, 37894, 26835 распореди у датом Кароловом дијаграму

	Број је између 35 000 и 45 000	Број није између 35 000 и 45 000
Број има парну цифру на позицији стотице		
Број нема парну цифру на позицији стотице		

- На месту црта 825 < 26
распореди цифре 5, 6, 8 да добијеш тачан исказ.
Колико различитих распоређивања можеш да
урадиш?

- Које три узастопне цифре у броју 275 276 236
ћеш избрисати да би добио највећи могући
шестоцифрени број.



НАУЧИЋЕШ:

Да откриваш правило да би допунио или продужио низ природних бројева.

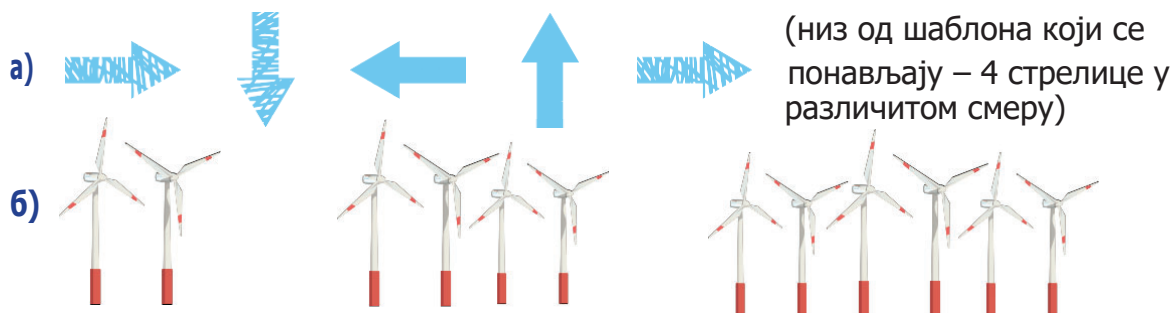


ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

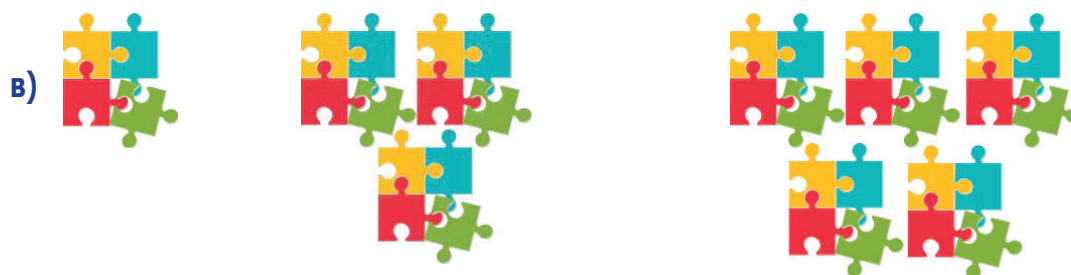
Почни од 18 и увећај за 5.
Почни од 258 и умањи за 3.

пример:

Покушај да откријеш и запишеш правило према коме можеш да предвидиш следеће чланове низова. Запиши још три члана за сваки од њих.



(низ од шаблона који се повећавају – ветернице са по три перке. Може да се запише и као низ бројева, на пример. 2, 4, 6,... – укупан број ветерница или 6, 12, 18, ...- укупан број перки.)



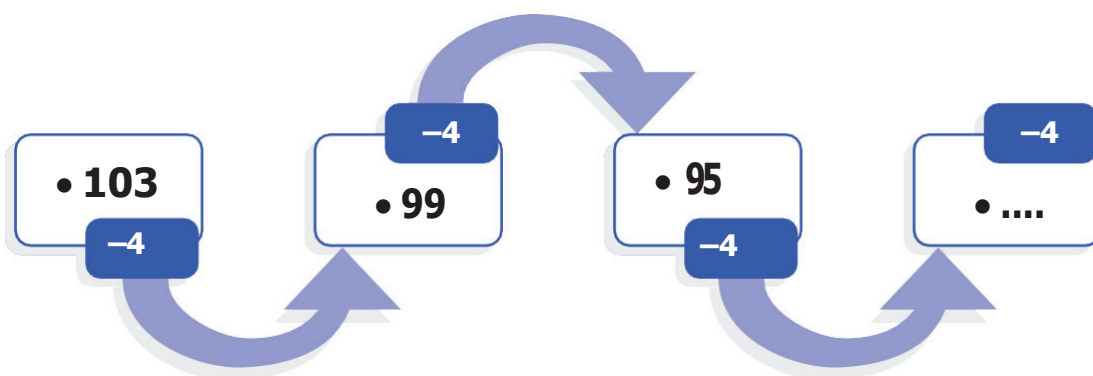
(низ од шаблона који се повећавају може да се запише као низ бројева, на пример 1, 3, 5, ...)

г) 3, 5, 5, 4, 3, 5, 5, 4, 3, ... (низ бројева у коме се понавља група истих чланова – цифре 3, 5, 5, 4)

- д) 3, 8, 13, 18, (низ бројева који се повећавају за 5)
 Ђ) 2, 6, 18, 54, (низ бројева који се повећавају 3 пута)
 е) 103, 99, 95, 91, (низ бројева који се смањују за 4)
 ж) 3, 9, 27, (низ бројева који се повећавају 3 пута)



Бројни низови који се повећавају или смањују могу да се представе дијаграмом или на бројевној прави



ИНФОРМАЦИЈА



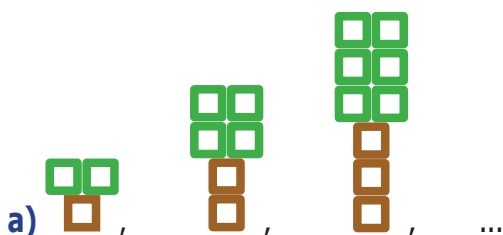
Постоје разне врсте низова – низови од шаблона и низови од бројева. Низови од шаблона могу да се представе и као низови бројева.

Најједноставнији су низови у којима се понављају одређене групе чланова и низови код којих се суседни чланови разликују за исти број.

ЗАПАМТИ

За сваки низ треба да се одреди правило којим се добијају чланови, да би низ могао да се продужи.

1. Запиши правила којима се добијају чланови следећих низова и запиши још три њихова члана.



б) 27, 34, 41,

в) 1025, 926, 827, ...

г) 7, 14, 21, ...

2. Чланови следећих низова добијају се повећањем или смањењем. Запиши правила којима се добијају, а затим и чланове који недостају:

а) 4, ..., ..., 83, 95, ...,

б) ..., ..., ..., 203, 185,

в) 8, ..., ..., ..., 53, ..., ...

Објашњење

Постоје и друге врсте низова, на пример низови са двојним правилима. То су низови од којих могу да се добију два друга низа – поднизови.

Задатак:

Пажљиво разгледај следеће низове и покушај да их наставиш следећим члановима.

а) 7, 10, 7, 15, 7, 20, ...

б) 2, 9, 4, 11, 6, 13, 8, 15,

ИНФОРМАЦИЈА

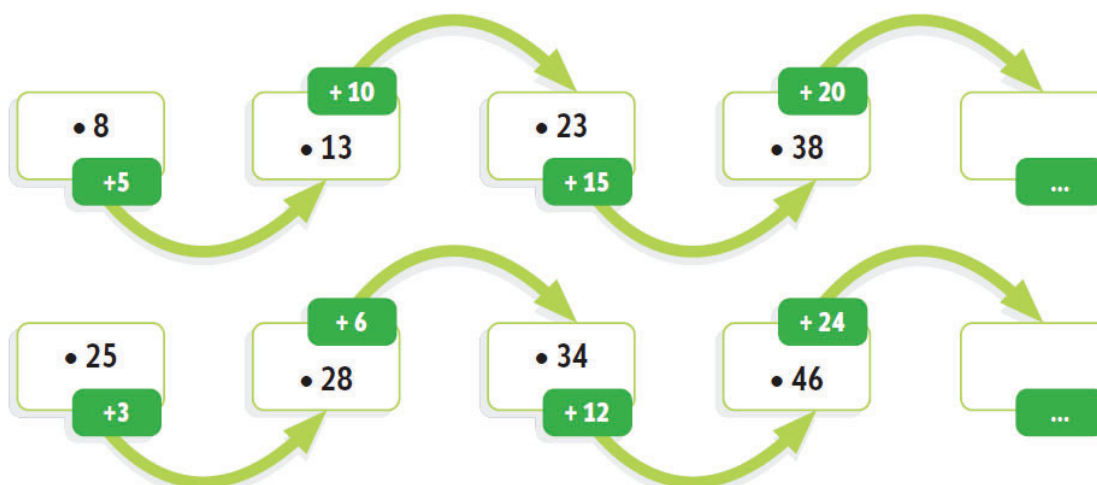


Ево још неколико другачијих низова природних бројева.

а) 8, 13, 23, 38,

б) 25, 28, 34, 46,

(Која је разлика између суседних чланова? Код ових низова разлике формирају нове низове)



Провери да
ли си
разумео

1. Какви могу да буду низови? Шта је потребно да откријеш да би могао да наставиш неки низ?
2. Запиши правило за низове и следећих пет чланова.
 - а) 56, 45, 34,
 - б) 1205, 1306, 1407,
 - в) 3005, 1, 2905, 2, 2805, 3, ...

Вежбај

1. Запиши правило за низове и следећих пет чланова.
 - а) 33, 45, 57,
 - б) 125, 114, 105, ...
 - в) 2125, 2119, 2113, ...
 - г) 302, 11, 3012, 12, 322, 13, ...
 - д) 45, 62, 55, 67, 65, 72, ...
 - ђ) 55, 57, 61, 67, ...
 - е) 118, 98, 80, 74,
2. Запиши правило за низове и непознате чланове.
 - а) ..., ..., ..., 1098, 2018, ..., ...
 - б) ..., ..., ..., , ..., , 17, 1
 - в) ..., ..., ..., 49, ..., 57, ..., ...
 - г) ..., ..., ..., 655, ..., ..., , 743
3. У сваком од датих низова један члан му не припада. Прецртај погрешног члана и запиши правило за чланове низа.
 - а) 68, 72, 76, 78, 80, 84, 88
 - б) 109, 107, 104, 101, 98, 95
 - в) 19, 24, 29, 34, 49, 69, 94
 - г) 25, 19, 35, 17, 16, 45, 15, 55, 13, 65, 11
4. Да ли низ 24, 28, 32, 36, може као члан да има број 743? Запиши правило за низ и образложи свој одговор.
5. Смањујеш по 9 почињући од 100. Да ли ће број 0 бити члан низа?
6. Повећаваш по 7 почињући од 0. Да ли ће 10000 бити члан низа?



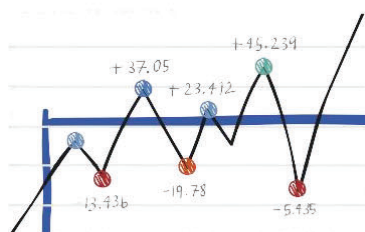


МАТЕМАТИКА

Аутомобил је повећавао своју брзину за 9 km/h сваке наредне секунде. Ако вози брзином од 30km/h, за колку секунди ће његова брзина бити 138km/h?

При кочењу, сваке секунде смањује брзину за 12 km/h. Ако аутомобил вози брзином од 190 km/h колико секунди му је потребно да смањи брзину до 82 km/h?

(Мењање брзине аутомобила запиши као бројни низ.)



ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

Мерт је у јануару имао уштеђевину од 15000 денара. Сваког месеца, током целе године додаје уштеђеном новцу по 1200 денара. Али, у јуну је резервисао летовање које је исплаћивао од уштеђеног новца у 5 рата по 2000 денара.

Запиши како се повећава Мертова уштеда сваког месеца, од јануара до јуна.

Колика је Мертова уштеђевина у августу и октобру? Колико денара је његова уштеђевина на крају године?

(Мењање Мертове уштеђевине запиши као бројни низ.)



РИМСКЕ ЦИФРЕ И БРОЈЕВИ

1

НАУЧИЋЕШ:

Да препознајеш римске цифре I, V, X, L, C, D, M и да исказујеш њихову вредност.

Цифре којима смо до сада записивали бројеве називамо арапским цифрама.

Римске цифре имају 7 основних облика:

I група: I = 1, X = 10, C = 100, M = 1000.

II група: V = 5, L = 50, D = 500.



За писање бројева римским цифрама и читање бројева написаних римским цифрама имамо ова основна правила:

a) Ако се понављају исте цифре или ако се цифра са мањом вредности налази десно од цифре са већом вредности, онда се вредности сабирају.

III = 3, CC = 200, VIII = 8, CLVII = 157,

XX = 20, CCC = 300, VII = 7, LX = 60, MC = 1100,

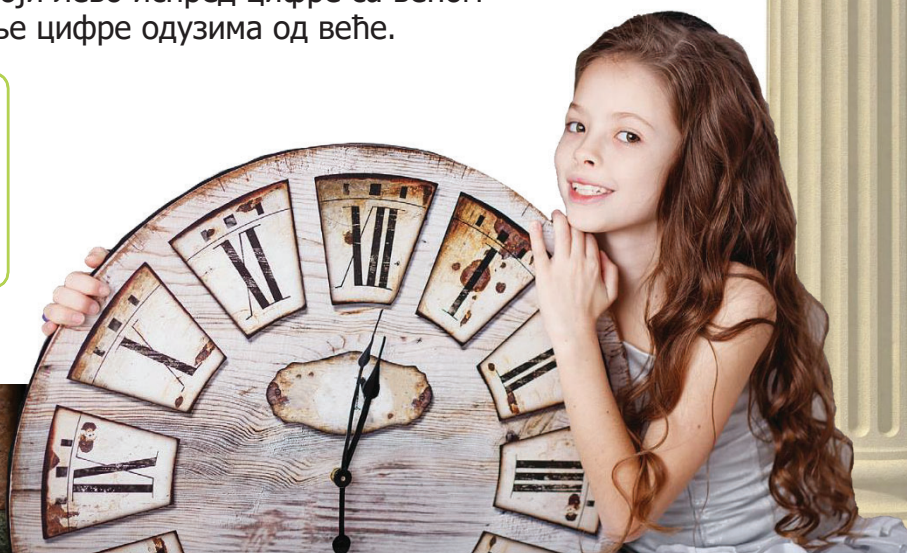
XXX = 30, MM = 2000, XI = 11, CXX = 120, MCCLII = 1252.

b) Ако цифра мање вредности стоји лево испред цифре са већом вредности, онда се вредност мање цифре одузима од веће.

IV = 4, XC = 90,

IX = 9, CD = 400,

XL = 40, CM = 900.



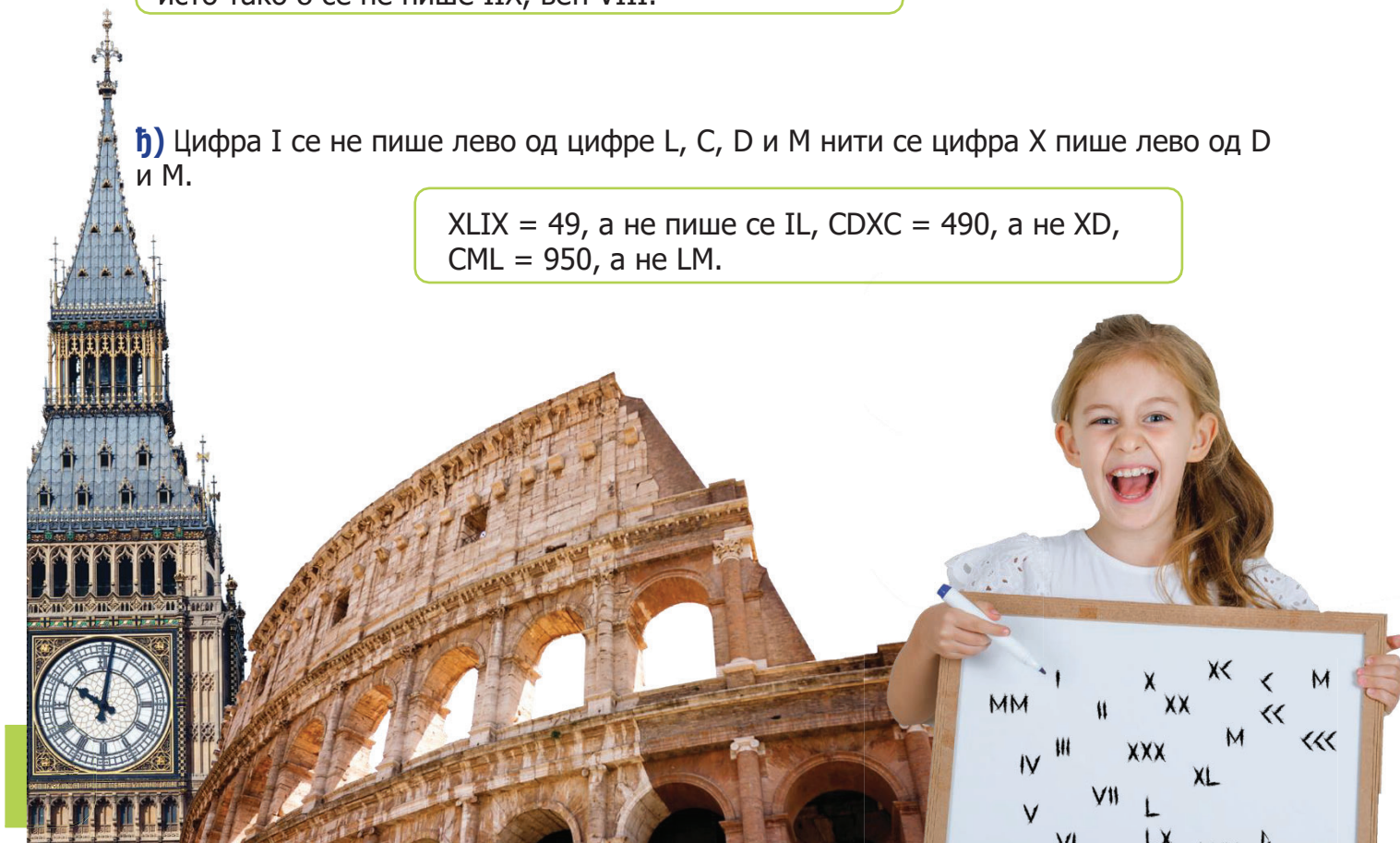
В) Ако се цифра (број) налази између две цифре већих вредности, онда она иде са бројем који се налази са њене стране.

XIX = 19, CXL = 140.

Не пише се XXXIIII, већ XXXIV = 34

Правилно је $CM = 900$, али није правилно $VC = 95$, исто тако 8 се не пише IIX, већ VIII.

XLIX = 49, а не пише се IL, CDXC = 490, а не XD,
CML = 950, а не LM.



Римске цифре нису згодне за писање бројева. Још већи недостатак је што помоћу њих не можемо писмено да рачунамо.

Римска цифра има исту вредност без разлике да ли се налази на почетку, у средини или на крају броја.

Декадни систем је изграђен од 10 цифара: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

Зато је декадни систем за писање, читање, рачунање бројевима много лакши, једноставнији и усавршенији у односу на римски систем бројева.



Вежбај

1. Попуни табелу:

Римска цифра	I		C			L	D
Вредност		10		5	1000		

2. Прочитај и напиши арапским цифрама: XXXIII, XLIV, LV, LXXXIX, CCII, DCC, MDXXI, MDCCCLXVIII.

3. Прочитај и напиши арапским цифрама: IX, XIX, LIX, LXV, CIX, CXI, MCCXC, MDX, MXL, DIX, MDIX.

4. Напиши римским цифрама следеће бројеве: 108, 127, 207, 210, 333, 645, 755, 889.

5. Напиши римским цифрама следеће бројеве: 1231, 1914, 444, 1111, 1648, 244, 2890, 1550.



ПРИМЕНА РИМСКИХ ЦИФРА

НАУЧИЋЕШ:

- Да објасниш читање и писање римских бројева.
- Да користиш римске бројеве за записивање бројних придева (личних имена, месеци, догађаја од историјског значења...).

пример

У следећим једнакостима, преместите само по једно дрвце, да бисте добили једнаке стране.

а) $I - III = II$

б) $VIII - II = XI$

в) $\frac{I}{VII} = \frac{I}{III}$

г) $IX \cdot III = XVII$



Где се данас употребљавају римске цифре?

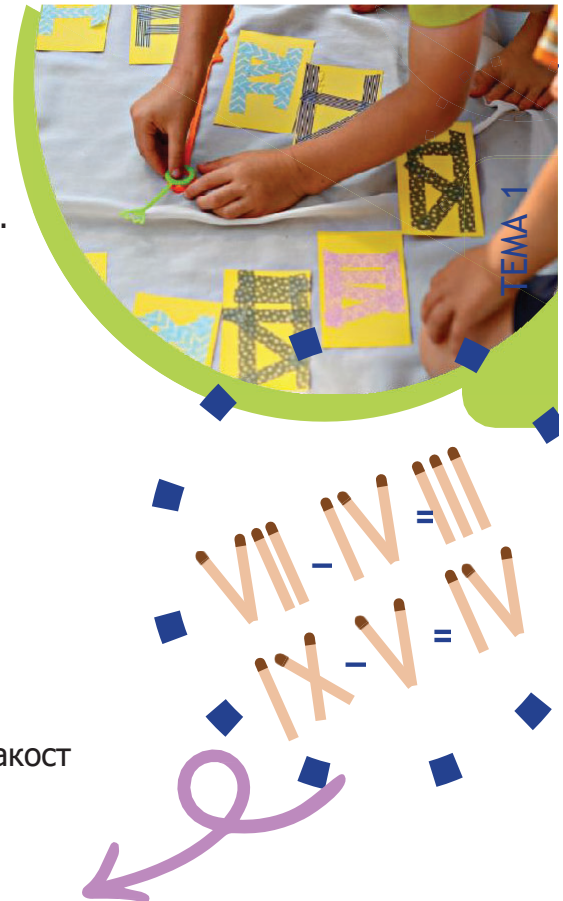
Данас римске цифре употребљавамо најчешће:

- при записивању јубиларних датума,
- при именувању разних конгреса, конференција, скупштина и састанака,
- при записивању месеца у датуму,
- при именовању одељења и разреда у школи,
- при нумерисању неких страница, глава и делова књига, итд.



Вежбај

1. Напиши годину у којој се налазимо римским цифрама.
2. Напиши римским цифрама годину твог рођења.
3. Напиши римским цифрама године у овој реченици: Лењин је рођен 1870. године, а умро 1924. године.
4. На неком споменику је написано: 7-VIII-MDCCCXLIX.
Који месец и година су написани?
5. Напиши римским цифрама следеће датуме:
 - а) 2. август 1903. год.,
 - б) 11. октобар 1941. год.,
 - в) 26. јул 1963. год.,
 - г) 11. новембар 1944. год.
6. На слици премести једно дрвце шибице, тако да једнакост остане тачна.
 - а) $VII - IV = III$
 - б) $IX - V = IV$



Који је најмањи број премештања шибице да би се формирала једнакост. (Знаци за операције нису дрвца).

$$XI + I = X$$

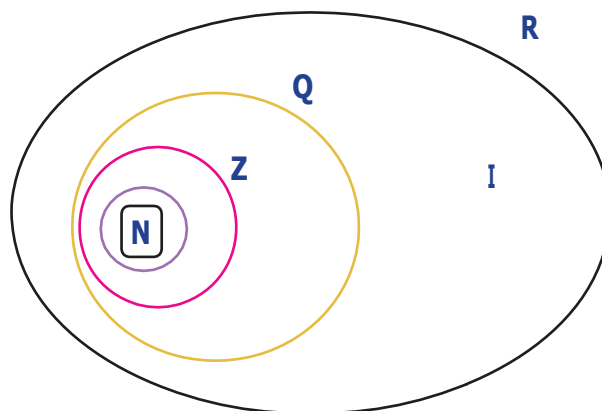
Из историјске енциклопедије нађи појмове који су означени римским цифрама.



НАУЧИЋЕШ:

- Да записујеш скуп целих бројева ($\mathbb{Z}$).
- Да објашњаваш узајамни однос између скупова $\mathbb{N}$, $\mathbb{N}_0$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}^-$ и $\mathbb{Z}$.

Данас не можемо да го замислимо свакодневни живот без употребе природних бројева. Природним бројевима исказујемо колико ученика има у одељењу, колико књига има у библиотеци, колико аутомобила је регистровано у граду итд.



Скуп природних бројева означавамо са **N** и записујемо:

$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, где са три тачке означавамо да њихов низ нема крај.

Број нула нам је већ познат и знамо да рачунамо с њим иако не припада скупу природних бројева **N**. Скуп који је састављен од свих природних бројева и нуле означава се са **N₀**, називамо га проширени скуп природних бројева и записујемо:

$$\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0\} \cup \mathbf{N}$$

Знамо да скуп природних бројева нам није довољан да опишемо све „проблеме“ са којима се срећемо у свакодневном животу.

Резултати мерења не могу да се увек изразе природним бројевима.

Када слушамо временску прогнозу за Скопље, слушамо да је температура износила „минус три“ степени, а у Прилепу „минус 5“ степени.

При исказивању температуре споменути број „минус три“, који се записује као -3 или „минус 5“ који се записује као -5, не налази се ни у скупу природних бројева **N** нити у

проширеном скупу природних бројева $\mathbf{N}_0$.

Зато проширујемо скуп $\mathbf{N}_0$ и добијамо нови скуп

$$\mathbf{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Скуп $\mathbf{Z}$ називамо скуп целих бројева, а његове елементе називамо цели бројеви. Бројеве $-1, -2, -3, \dots$ називамо негативним бројевима.

Скуп $\mathbf{Z}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$ називамо скуп свих негативних целих бројева, а скуп природних бројева $\mathbf{N} = \mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ називамо скуп свих позитивних целих бројева.

Можемо да запишемо:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbf{Z}^+, \quad \mathbf{Z}^+ \cap \mathbf{Z}^- = \emptyset.$$

Значи скуп $\mathbf{Z}$ се састоји од свих позитивних, свих негативних целих бројева и нуле. Скупови $\mathbf{Z}^-$, $\mathbf{Z}^+$ и $\{0\}$ немају заједничке елементе. Скуп $\mathbf{N}$ је подскуп $\mathbf{Z}$,

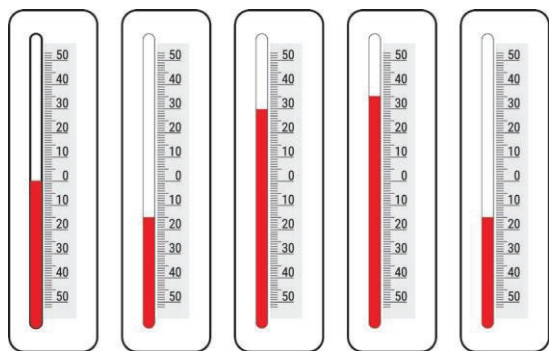
$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}.$$

Напомена: Број нула нити је позитиван, нити је негативан цели број.

Вежбај

1. Да ли знаш где се у свакодневном животу користе негативни бројеви?

2. Прочитај температуру на следећим термометрима:



3. На бројевној прави означени су бројеви -9 и 5 . Напиши целе бројеве, који се налазе између ових бројева.

4. Који од бројева: $-3, -8, 0, 9, 10, 23, -16$ су позитивни, а који су негативни?

5. Негативни бројеви су:

_____.

6. Позитивни бројеви су:

_____.

7. Да ли је тачно да: а) $-6 \in \mathbf{Z}$, б) $587 \in \mathbf{Z}$, в) $-32\,459 \in \mathbf{Z}$.

8. Да ли је тачно да: а) $42,3 \in \mathbf{Z}$, б) $0,65 \notin \mathbf{Z}$, в) $\frac{1}{2^2} \in \mathbf{Z}$.

9. Да ли је тачно да: а) $\{-1, 0, 1\} \subset \mathbf{Z}$, б) $\mathbf{Z}^- \subset \mathbf{Z}$, в) $\mathbf{N}_0 \subset \mathbf{Z}$.

БРОЈАЊЕ КОРАКОМ НЕГАТИВНИ БРОЈ

НАУЧИЋЕШ:

Да бројиш унапред и уназад негативним целим бројевима у корацима по 2, по 3, по 4, по 5,..., 10.

Пример

1. Почни од броја 2. Броји са 3 корака унапред, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: 2, 5, 8, 11, 14, 17,...

2. Почни од броја 2. Броји са 2 корака уназад, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: _____ 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10,...

1. Почни од броја 224. Броји са 2 корака унапред, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: _____

2. Почни од броја 123. Броји са 2 корака уназад, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: _____

3. Почни од броја 115. Броји са 5 корака унапред, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: _____

4. Почни од броја 555. Броји са 5 корака уназад, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: _____

5. Почни од броја 600. Броји са 10 корака унапред, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: _____

6. Почни од броја 150. Броји са 10 корака уназад, по колико треба да бројиш? Напиши бројеве: _____

7. Почни од броја 55. Броји са 5 корака унапред, по колико треба да бројиш?

а) 10, 20, 30, , , , , , , , , ;

б) 1, 4, 7, 10, , , , , , , , , ;

в) 100, 80, 60, , , , , , , , , .

Провери да
ли си разумео

Допуни низ

а) _____, 295; _____, 305 ; 310; _____, _____, _____ ;

в) 14; 6; -2; _____, _____, _____, _____, _____.

б) 3000; _____, 2980; 2970; _____, _____, _____ ;

г) -60; -40; _____ ; 0; _____, _____, _____, _____.

ЦЕЛИ БРОЈЕВИ НА БРОЈЕВНОЈ ПРАВИ

1

НАУЧИЋЕШ:

Да представљаш целе бројеве на бројевној прави.
Да препознајеш и одређујеш супротан број датом целом броју.

Пример

На бројевној прави нанеси тачку $A(4)$, $B(-4)$, $C(6)$,
 $D(-6)$. А (-4) , читамо: Тачка А са координатом -4 .

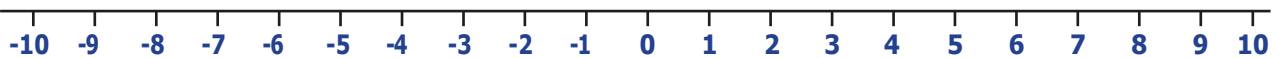


За бројеве 4 и -4 , 6 и -6 кажемо да су узајамно супротни бројеви.

1. На бројевној прави нанеси тачке $M(2)$, $N(-1)$, $P(8)$, $C(-5)$, $O(0)$.
2. Одреди супротне бројеве бројева:
а) 25 б) -19 в) 9 г) -100
3. На бројевној прави означене су тачке -2 , -7 , 0 , 6 , 5 , -6 , 7 , 9 , напиши координате на тачкама и одреди који бројеви су супротни бројеви.

Вежбај

1. Представи на бројевној прави бројеве -8 , -4 , -2 , 0 , 1 , 3 , 5 , 9 и њихове супротне бројеве.



2. Представи на бројевној прави бројеве -8 , -4 , -2 , 0 , 1 , 3 , 5 , 9 и њихове супротне бројеве.

Цео број	-1	12		55	9876	
Супротан број	1		-34			-10007



3. Дат је скуп $A = \{-10, 6, 0, 12, 34, -17\}$. Запиши табеларно скуп B чији елементи су супротни бројеви елементима скупа A .

4. Одреди супротне бројеве бројева:

а) 99

б) -101

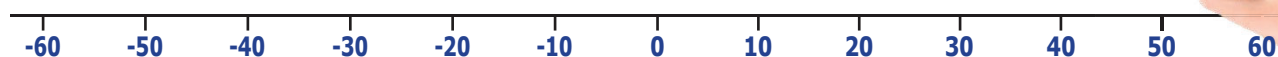
в) 67

г) -1000

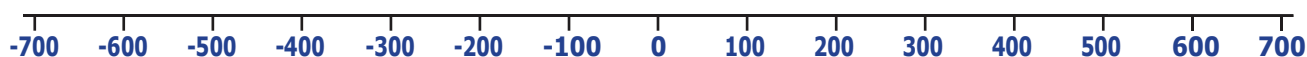
5. Представи на бројевној прави тачке: $M(1)$, $N(-1)$, $P(12)$, $C(-4)$, $O(3)$.

6. Запиши супротне бројеве бројева: 45, -78, 120, 987, 1076, -46, -3490.

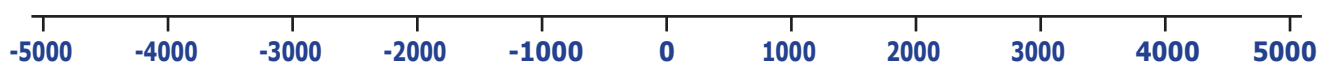
7. Представи на бројевној прави бројеве, -20, 0, 30, 10, -10, 20, -30, 50, -50 и



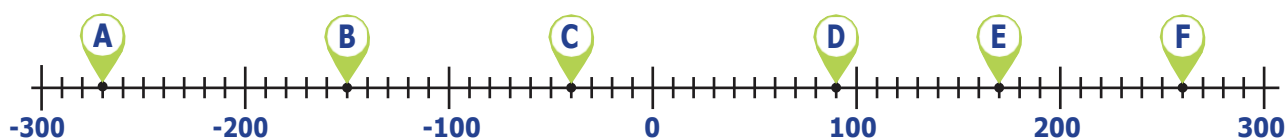
8. Представи на бројевној прави бројеве, 700, 0, -300, -200, 100, 700, 600, 300, 500 и означи тачке.



9. Представи на бројевној прави тачке: $A(1000)$, $B(-1000)$, $D(0)$, $X(-4000)$, $P(3000)$, $L(4000)$, $S(-5000)$.



10. Одреди координате тачака:



РЕЋАЊЕ И ПОРЕЂЕЊЕ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА

1

НАУЧИЋЕШ:

Да поређаш и упоредиш целе бројеве.

Да нађеш место четвороцифреном броју на бројевном низу од 0 до - 10 000.

Пример

1. Поређај целе бројеве: -9, 5, -4, 0, 2, -3, 7 по величини, почињући од најмањег.

Решење

Ређамо целе бројеве почињући од најмањег -9, -4, -3, 0, 2, 5, 7.

2. Упореди целе бројеве користећи знакове: <, =, >.

а) $-5 \square 8$

б) $0 \square -13$

в) $-24 \square 25$

г) $23 \square -23$

д) $-9 \square 10$

Решење

а) $-5 < 8$

б) $0 > -13$

в) $-24 > -25$

г) $23 > -23$

д) $-9 < 10$

1. Упореди бројеве, користећи знакове: <, =, >.

а) $-4 \square 4$

б) $0 \square -43$

в) $-74 \square 125$

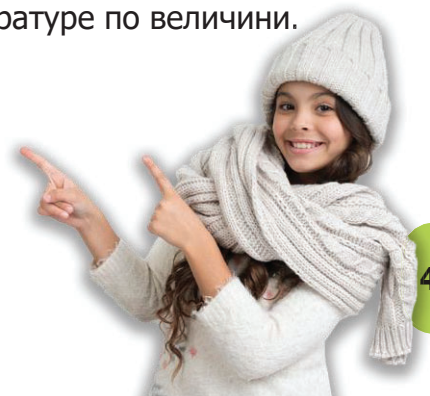
г) $7000 \square -2306$

д) $-9000 \square 10000$

2. Упореди бројеве: 45, 1002, 32, -98, 24, -456, 478, -34 по величини (почињући од најмањег).

3. Временска прогноза за одређене градове је дата следећим температурама: -2°C , 3°C , -4°C , 0°C , 1°C , -3°C , -1°C , 5°C . Поређај температуре по величини.

4. Температура је током дана била 6°C , током ноћи се смањила за 8°C .
Колико износи температура током ноћи?



Вежбај

1. Продужи низ:

а) _____, -200, _____, 0, 100, _____, _____;

б) -1500, _____, -500, _____, 500, _____, _____;

в) -6750, -6754, _____, -6762, _____, _____.

Групна
активност

Из данашње временске прогнозе за Македонију запиши температуре по градовима и потом поређај их по величини. У ком граду је била најнижа температура, а у ком граду највиша?

Временска прогноза

СКОПЈЕ

+11°



БИТОЉ

+8°



БЕРОВО

+6°



ОХРИД

+15°



СТРУМИЦА

+18°



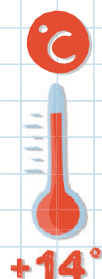
ТЕТОВО

+16°

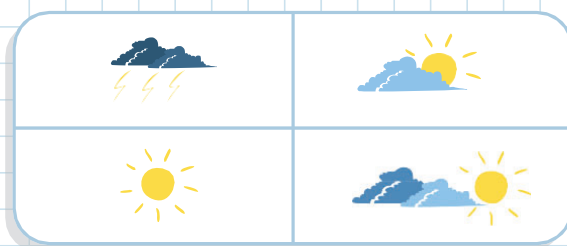


ЉЕВЊЕЛИЈА

+23°



+14°



НАУЧИЋЕШ:

Да продужиш и да допуниш низ целих бројева.



Пример

Продужи и допуни низ:

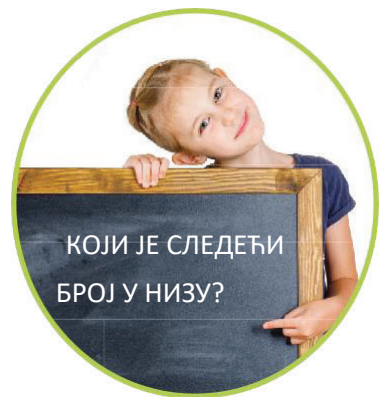
а) 4, 8, 16, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ ;

б) -50, -20, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ .

Решење

а) 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048.

б) -50, -20, 10, 40, 70, 100, 130, 160, 190.



1. Продужи низ:

а) 2, 4, 6, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ ;

б) 5, 10, 15, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ .

2. Допуни низ:

а) _ , _ , 18, _ , 30, 36, _ , _ , _ , _ ;

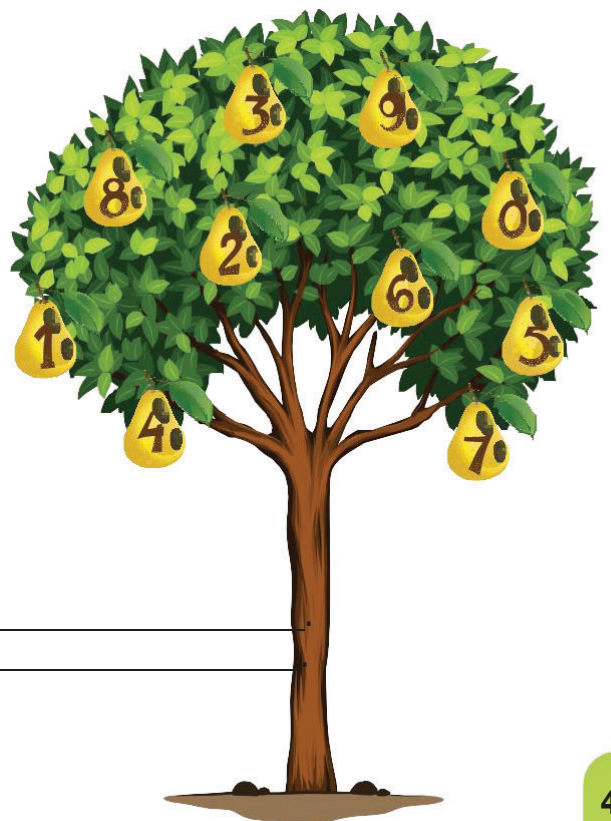
б) 30, _ , 26, _ , 22, _ , _ , _ , _ ;

в) 5, 3, 1, _ , _ , -5, _ , _ , _ , _ .

3. Ако један низ почиње бројем нула:

а) продужи низ са по 5 корака надесно: _____

б) продужи низ са по 5 корака налево: _____



4. Продужи низ:

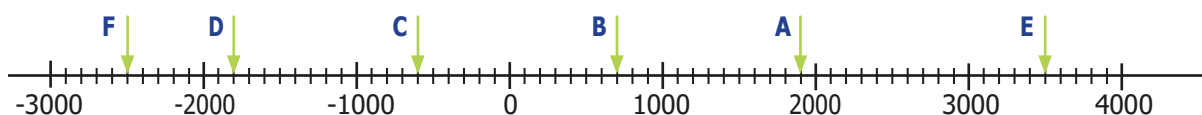
- а) 10, 30, 60, __, __, __, __, __, __, __;
 б) 10000, 1000, __, __, __, __, 0, 01.

5. Продужи или допуни низ:

- а) -9, -5, --, -1, --, --, --, --, --, --.
 б) 16, 22, --, --, 40, --, --, --, --.
 в) -5000, -4000, --, --, --, 0, --, --, --.
 г) --, --, 300, --, --, 600, --, --, --, --.
 д) 1000, 100, --, 0; 0, 1; --, 0, 001.
 ђ) 0, 07; --; 7; 70, --, --, --, --.



6. Која вредност означаваа слова представљена на бројевној прави?



НАУЧИЋЕШ:

Да бројиш унапред и уназад у разломцима и децималама, на пример, за 14, за 0,2, до целог броја (и испод нуле).

Пример

Почни од броја 30,5. Број са 10 корака уназад, по колико треба да бројиш?

Напиши бројеве: 30,5; 20,5; 10,5; 0,5; -10,5; -20,5; -30,5, -40,5...

1. Почни од броја 4. Број са 14 корака унапред, по колико треба да бројиш?

Напиши бројеве: _____

2. Почни од броја 1. Број са 0,2 корака уназад, по колико треба да бројиш?

Напиши бројеве: _____

3. Почни од броја 5. Број са 0,2 корака унапред, по колико треба да бројиш?

Напиши бројеве: _____

4. Почни од броја 2. Број са 5 корака уназад, по колико треба да бројиш?

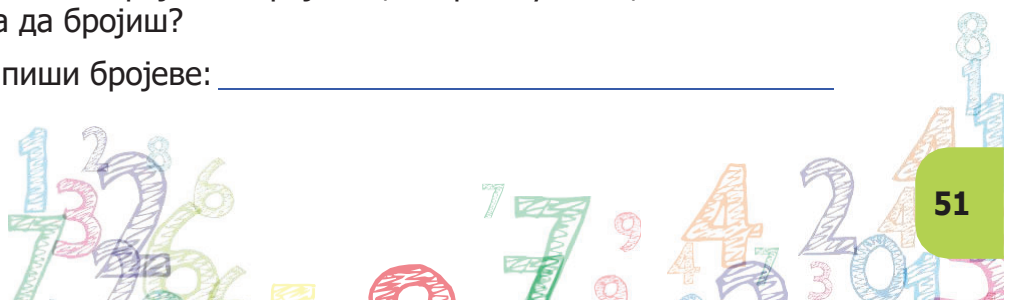
Напиши бројеве: _____

5. Почни од броја 10. Број са 0,5 корака унапред, по колико треба да бројиш?

Напиши бројеве: _____

6. Почни од броја 10. Број са 0,5 корака уназад, по колико треба да бројиш?

Напиши бројеве: _____



1. Продужи низ:

6) 1,3; 4,3; 7,3; _____; _____; _____; _____; _____; _____; _____;

2. Допуни низ:

a) ; ; 10,5; ; 14,5; 16,5; ; ; ; ;

6) $3,1; \underline{\hspace{1cm}}; 17,1; 24,1; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}};$

B) 25,2; _____; 10,2; _____;

г) $\frac{13}{100}, \frac{37}{100}, \frac{49}{100}, \dots$

14
20

$$\frac{16}{20}$$

**12
20**

$$\frac{10}{20}$$

$$\frac{8}{20}$$

$$\frac{6}{20}$$

$$\frac{2}{20}$$

4
20

$$\frac{6}{20}$$

МЕСНА ВРЕДНОСТ ЦИФАРА У ДЕЦИМАЛНОМ БРОЈУ

1

НАУЧИЋЕШ:

Да именујеш месну вредност сваке цифре у децималним бројевима са једном и две децимале.

Свака цифра поред своје **бројне вредности**, има и одговарајућу **месну вредност**.

Свака месна вредност је 10 пута већа од месне вредности која је са десне стране цифре.

Да бисмо одвојили цела од децималних места користимо запету (,), коју називамо **децимална запета**.

Цифре лево од децималне запете називамо **целим**, а цифре десно од децималне запете називамо **децималним**.

Напомена

Цео број можемо да запишемо као децимални број. На пр. $75 = 75,0 = 75,00$.

Пример

Одреди месну вредност цифара датих децималних бројева у табели.

хиљаде (И)	стотице (С)	десетице (Д)	јединице (Е)	,	десетице (д)	стотинке (с)
		5	4	,	2	7
1	9	6	2	,	3	

Решење

Месна вредност цифара броја 54,27 је:

$$5Д = 50, 4Е = 4, 2 \text{ десетинки} = \frac{2}{10}, 7 \text{ стотинки} = \frac{7}{100}.$$

Месна вредност цифара броја 1962,3 је:

$$1И = 1\,000, 9С = 900, 6Д = 60, 2Е = 2, 3 \text{ десетинки} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ или}$$

$$1962,3 = 1\,000 + 900 + 60 + 2 + 0,3$$

Мање величине од мера можемо да изразимо помоћу разломака као делови већих величина.

Ево још
неколико
примера:

а) $1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm}, \quad 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$

Значи бројеви су изражени разломцима
чији именитељи су декадне јединице 10, 100, 1000,...

Разломци: $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{100}, \frac{3}{100}$ којима су

именитељи декадне јединице називају се

децимални разломци.

- 6) Децимални разломци могу да се запишу без
именитеља на следећи начин:

$\frac{1}{10}$ записује се 0,1 и чита се **нула целих и 1 десетинка;**

$\frac{3}{10}$ записује се 0,3 и чита се **нула целих и 3 десетинке;**

$\frac{1}{100}$ записује се 0,01 и чита се **нула целих и једна стотинка;**

$2\frac{7}{100}$ записује се 2,7 и чита се **два цела и седам стотинки;**

$1\frac{7}{100}$ записује се 1,05 и чита се **једно цело и 5 стотинки.**

1. Запиши 5 децималних разломака.

2. Колико целих и колико децимала има децимални број:

а) 5,6;

б) 1,47;

в) 9,03;

г) 0,08.

3. Запиши као децималне бројеве следеће децималне разломке:

а) $\frac{6}{10}$

б) $\frac{2}{100}$

в) $3\frac{5}{10}$

г) $\frac{25}{100}$

4. Прочитај следеће децималне бројеве:

а) 0,2;

б) 1,28;

в) 8,09;

г) 12,54.

Вежбај

1. Именуј месну вредност сваке цифре у бројевима:

- а) 4375,1 _____ ;
б) 48 271,34 _____ ;
в) 324 756,29 _____ ;
г) 549893,2 _____ ;

2. У сваком од бројева: 75 432,12; 5 678,23; 6 985 607 колико има:

- а) Е-единици
б) Д-десетица
в) десетинки
г) стотинки
д) И-хиљада.

3. Напиши следеће бројеве:

- 23 цела и 7 десетинки _____ ,
4 цела, 53 стотинке _____ ,
234 цела и 8 стотинки _____ .

4. Ако у децималном броју 123,4567 померимо децималну запету: а) за једно; б) за два места надесно: шта ће бити са месним вредностима? Шта ће бити ако се запета помери налево?

123,4567

Вежбај

ЗАОКРУЖИВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИХ БРОЈЕВА

НАУЧИЋЕШ:

Да заокружујеш децимални број са две децимале на једну децималу или на цео број.

Пример

Заокружи бројеве:

Број	Цео број	Једна децимала	Две децимале
15,382	16	15,4	15,38
721,846	722	721,8	721,85



Заокружи број 34,25 на једну децималу.

Решење

$34,25 \approx 34,3$; Знак „ $\approx$ ” чита се „приближно”.



1. Следеће децималне бројеве заокружите до најближег целог броја, следећи пример.

$$4,15 \approx 4$$

$$7,53 \approx 8$$

$$3,46 \approx$$

$$9,23 \approx$$

$$1,09 \approx$$

$$6,78 \approx$$



2. Следеће децималне бројеве треба да заокружимо на једну децималу, следећи пример.

$$5,35 \approx 5,4$$

$$3,67 \approx$$

$$7,05 \approx$$

$$1,23 \approx 1,2$$

$$0,25 \approx$$

$$8,37 \approx$$

3. Број 12,763 заокружи:

а) на цео број;

б) на 1 децималу

в) на 2 децимале.

4. Заокружи децималне бројеве:

а) 2,34; 0,239; 17,438; 1,078 на 1 децималу.

б) 1,589; 5,374; 479,028; 1000,546 на 2 децимале.



$$12,23 = 12,2$$

5. Уместо * запиши потребну цифру да буде тачно заокруживање:

а) $5,46 \approx 5,*$;

г) $1200,*1 \approx 1200,2$;

б) $23,456 \approx 23,4*$;

д) $90,1*4 \approx 90,18$.

в) $101,43 \approx 101,*$;

6. Бројеве 5,671 и 8,793 заокружи на две децимале, а затим израчунај њихов збир.



МЕШОВИТИ БРОЈ КАО РАЗЛОМАК

НАУЧИЋЕШ:

- Да претвараш цео број у разломак.
- Да претвараш мешани број у разломак.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је разломак?
Шта показују бројилац и именилац разломка?
Које врсте може да буде разломак?

Пример

Деспини је био рођендан па је почастила крем-бананама, у одељењу.
За свакога је била по једна. Она је потрошила 3 цела паковања и $\frac{3}{10}$ четвртог паковања.
Можеш ли да откријеш колико ученика је било присутно у школи тога дана?

Решење

Шта можеш да откријеш из разломка $\frac{3}{10}$?

- У овој ситуацији разломак нам каже да је у паковању било 10 крем- банана, али 3 нису узете. Значи цело паковање је подељено на 10 једнаких делова, од којих 3 нису узете.

Онда како ће гласити разломак који ће представити цело паковање крем-банана?

- Једно цело паковање крем-банана може да се представи као разломак: $1 = \frac{10}{10}$.

Како ћеш представити три цела паковања у облику разломака?

- Ако једно паковање крем-банана има десет једнаких делова или $\frac{10}{10}$, онда ће три паковања имати три пута више, односно $3 = \frac{30}{10}$.

На крају колико десетица крем-банана је поједено?

- Поједене су $\frac{33}{10}$ крем-банана. Колико је ученика било данас у школи?

ИНФОРМАЦИЈА



Мешовит број је збир целог броја и правилног разломка. Правилан разломак има вредностмању од једног целог.

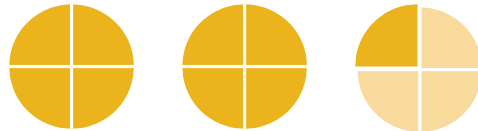
Пример

$$1\frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}, \quad 4\frac{5}{12} = 4 + \frac{5}{12}, \quad 2\frac{13}{100} = 2 + \frac{13}{100}$$



Претварање мешовитих бројева у разломке омогућава да се боље разуме количина и да се лакше ради са бројевима. Да видимо како можемо да претворимо један мешовит број у разломак.

Мешовит број $2\frac{1}{4}$ претвори у разломак.



Решење

Уочи да разломак захвата три целине од којих су две потпуно искоришћене. Уочи да је једно цело подељено на 4 једнака делова.

Да одредимо колико четвртина садржи мешани број $2\frac{1}{4}$.

Колико четвртина садржи 1 цело?

- Једно цело садржи 4 четвртине. Колико четвртина садрже 2 цела?
- Два цела садрже $2 \cdot 4 = 8$ четвртине.

Колико укупно четвртина садржи мешовити број?

$2 \cdot 4 + 1 = 9$ четвртина.

$$2\frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{4}$$

ИНФОРМАЦИЈА



Сваки цео број може да се запише у виду разломка, који се назива **привидан разломак**. Бројилац овог разломка је садржалац именитеља: $2 = \frac{8}{4}$

ЗАПАМТИ

Мешовити број претвараш у разломак, тако што његов бројилац добијаш када именилац помножиш са бројем целих и додајеш бројилац, а именилац остаје исти. Његов разломак је неправилен разломак, има вредност већу од једног целог.

Провери да
ли си
разумео

1. Шта је мешовит број?
2. Шта је привидан разломак?
3. Нацртај модел мешовитог броја $1\frac{3}{8}$ користећи кругове. Колико осмина садржи у себи овај мешовити број?
4. Мешовите бројеве $1\frac{5}{7}$, $3\frac{9}{13}$, $2\frac{1}{10}$ запиши у облику разломка. Користи модел са тракама или манипулативе.
5. Колико петина има у два цела?
6. Колико трећина има у $4\frac{2}{3}$? Нацртај модел са круговима, а затим запиши мешовит број у облику разломка.

Вежбај

1. Следеће мешовите бројеве претвори у разломке:

$$7\frac{1}{3}, \quad 4\frac{7}{9}, \quad 1\frac{3}{10}, \quad 13\frac{2}{5},$$

2. Бројеве 1, 3, 5, 7, 10 и 13 претвори у:

а) трећине б) петине в) осмине г) десетине

3. Допуни да буде тачно:

$$2\frac{\square}{7} = \frac{15}{7} \quad \square\frac{2}{5} = \frac{17}{5} \quad 3\frac{4}{\square} = \frac{19}{\square} \quad 3 = \frac{15}{\square} \quad 7 = \frac{\square}{7} \quad \frac{12}{3} = \square$$

4. Мешовит број $4\frac{7}{8}$ представи као збир од:

4. Мешовит број $4\frac{7}{8}$ представи као збир од:

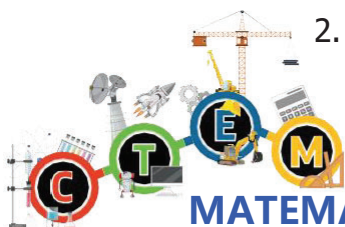
а) три разломка б) три једнака





ПРОШИРИВАЊЕ ЗНАЊА:

1. Мешовити број $2\frac{3}{4}$ представи као збир два мешана броја са различитим имениоцем.
2. Да ли је могуће да се број $4\frac{7}{8}$ представи као збир три правилна разломка? Објасни.



МАТЕМАТИКА

Један тим истраживача открива да осојска зона на планини коју истражују има температуру $4\frac{2}{4}$ степени Целзијусових. Истовремено, откривају да на другом крају планине, у топлој зони, температура износи $22\frac{3}{4}$ степени Целзијусових.



Колико четвртина износи разлика у температури између два дела планине?

ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

У школском дворишту постоји биљка висине од $3\frac{1}{2}$ стопе. Желиш ли да откријеш колико центиметара је висока ова биљка?

Данас, половина стопе износи 15,2 центиметара.

Колико центиметара је висока ова биљка?



ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА:



Елвира жели да купи хаљину која кошта 6 150 денара. Она је већ сакупила 3 400 денара, а остатак жели да заради чувајући децу. Ако је за један час плаћају $2\frac{1}{2}$ стотице денара, онда колико сати ће требати да одради да би купила хаљину?



МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА

Тема: Да ли је претварање мешовитог броја у разломак корисно у реалном свету?

Задатак

За оброк који треба да се испече треба да се употреби од $10\frac{1}{4}$ шоља брашна. Кувар има $\frac{23}{4}$ шоље брашна. Колико четвртина брашна треба да дода да би добио тражени износ?



Објашњење

Тим који заступа претварање мешовитог броја у разломак треба да објасни зашто је корисно у овој ситуацији и зашто је важно ученици знају ово претварање. Тим који заступа употребу неправилног разломка треба да да своје аргументе и да објасни зашто сматра да је неправилни разломак бољи избор у овој ситуацији.

МАТЕМАТИЧКА
ДЕБАТА

НАУЧИЋЕШ:

Да претвараш разломак у мешовити број.



Шта је разломак?

Шта показују делови разломка.

ЗА ПОДСЕЋАЊЕ Какав може да буде разломак?



Пример

На почетку школске године Петар и његове три сестре од родитеља су добили по једну кутију са 12 оловака. Свако користи оловке из своје кутије. Да би направили више места у фиоци одлучили су да сместе све оловке заједно. У Петровој кутији остало је $\frac{5}{12}$ од оловака, а у кутијама његових сестара остало је $\frac{7}{12}$, $\frac{4}{12}$ и $\frac{6}{12}$. Који је део свих оловака заједно? Колико кутија ће бити потребно да се оловке сместе?

Решење

Колики део оловака је остао сваком од четири деце?

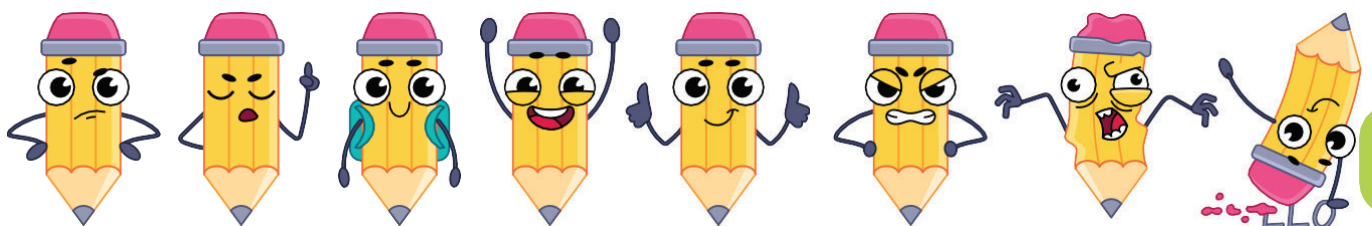
- Остало им је 5 дванаестина, 7 дванаестина, 4 дванаестина и 6 дванаестина.

Који је део свих оловака заједно?

- Све оловке заједно захватају део $5+7+4+6=22$ дванаестина или $\frac{22}{12}$.

Колико кутија ће бити потребно да се сместе оловке?

- Једна кутија садржи 12 оловака. Значи једно цело је подељено на 12 једнаких делова. Све преостале оловке захватају $\frac{22}{12}$, што је више од једног целог, али мање од мање од 2 цела. $\frac{22}{12} = 1\frac{\square}{12} \Rightarrow 22 = 12 \cdot 1 + \square = 12 + \square$
Од 12 до 22 оловке допуњавамо са 10 оловака. Значи број у квадратићу мора да је 10. Можемо да закључимо да ће бити употребљене две кутије, али ће бити напуњена $1\frac{10}{12}$ кутија.



ИНФОРМАЦИЈА



Само неправилни разломак може да се претвори у мешовити број. Неправилни разломак има вредност већу од једног целог или једнаку једном целом.

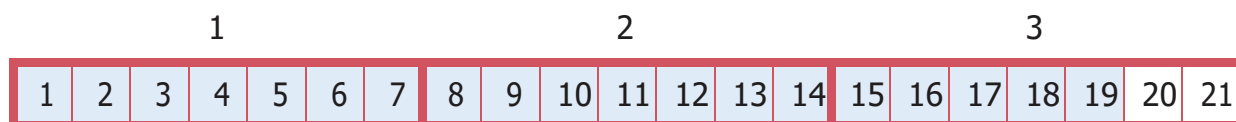
Претварање мешовитог броја може да поједностави и убрза рачунање, али исто тако се повећава и тачност рачунања, односно смањује ризик од грешака у рачунању. Мешовити бројеви, за разлику од неправилних разломака, много реалније представљају величине.

Пример

Разломак $\frac{19}{7}$ претвори у мешовит број.

Решење

Именилац разломка нам каже да је једно цело подељено на 7 једнаких делова. Онда треба да откријемо колико пута се 7 садржи у 19. За ово ћемо користити модел трака.



ИНФОРМАЦИЈА



Разломачка црта има улогу операције дељења. Разломак је количник два природна броја.

Ако поделимо 19 са 7, добићемо количник 2 и остатак 5.

$$\begin{array}{r} 19 : 7 = 2 \frac{5}{7} \\ -14 \\ \hline 5 \end{array}$$

19 је дељеник = бројилац
7 је делитељ = именитељ
2 је број целих = количник при
дељењу 5 је остатак = нови бројилац

ИНФОРМАЦИЈА



Неправилни разломак претварамо у мешовити број тако што делимо бројиоца са имениоцем разломка. Количник нам даје број целих, док је остатак бројилац. Именилац остаје исти.

Задатак:

Повежи сваки неправилни разломак са мешовитим бројем који му одговара. Да би себи помогао користи цртање модела на траци.

Провери да ли си разумео



$\frac{30}{7}$	3
$\frac{15}{7}$	$4\frac{2}{7}$
$\frac{21}{7}$	$3\frac{5}{7}$
$\frac{26}{7}$	$1\frac{5}{7}$
$\frac{12}{7}$	$2\frac{1}{7}$

1. Нацртај модел разломка $\frac{11}{8}$ користећи траку. Колико целих садржи овај разломак?
2. Разломке $\frac{12}{7}$, $\frac{48}{13}$ и $\frac{21}{10}$ запиши у облику мешаног броја. Користи модел са тракама или манипулативи.
3. Колико целих има у 32 четвртине?
4. Колико целих је потребно да се представи разломак $\frac{22}{3}$? Нацртај модел са тракама, а затим запиши разломак као мешовити број.

Вежбај

1. Запиши три разломка са имениоцем 9 већим од 1.
2. Следеће разломке претвори у мешовите бројеве.

а) $\frac{53}{3}$ б) $\frac{107}{9}$ в) $\frac{71}{10}$ г) $\frac{32}{5}$

3. Која је вредност разломака?

а) $\frac{56}{7}$ б) $\frac{91}{91}$ в) $\frac{0}{12}$ г) $\frac{51}{17}$





ПРОШИРИВАЊЕ ЗНАЊА:

1. Разломак $\frac{83}{40}$ представи као збир два мешовита броја.

ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Један пчелар је сакупио $\frac{122}{4}$ l мед из једне кошнице, а други пчелар је сакупио $\frac{97}{4}$ l мед из своје кошнице. Колико укупно литара меда су сакупили из обе кошнице заједно? Затим, пчелари су решили да спакују мед у теглама запремине 1 l. Колико тегли ће им бити потребно да спакују укупну количину меда коју су сакупили? Колико тегли ће напунити?



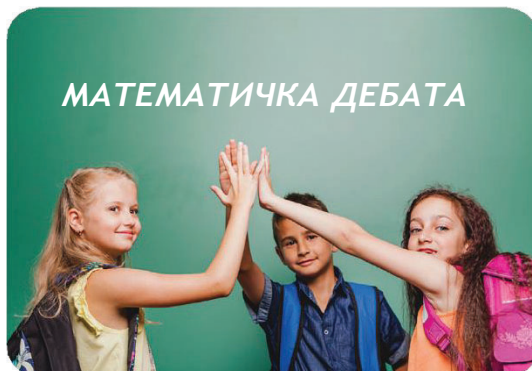
МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА

Тема: Шта је једноставније, употреба неправилних разломака или употреба мешовитих бројева?

Тим 1: Употреба неправилних разломака је једноставније, јер није потребно да се врше претварања.

Тим 2: Употреба мешовитих бројева је једноставнија, јер је бољи начин за разумевање праве вредности броја.

МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА



МЕШОВИТИ БРОЈ НА БРОЈЕВНОЈ ПРАВИ

1

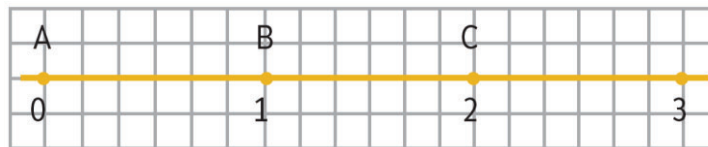
НАУЧИЋЕШ:

- Да одредиш тачку на бројевној прави која одговара датом мешаном броју.
- Да прочиташ мешовити број означен тачком на бројевној прави.
- Да одредиш између која два природни броја се налази дати мешани број.

ИНФОРМАЦИЈА



На једној правој да означимо две различите тачке А и В. Дуж $\overline{AB}$ ћемо назвати јединичном дужи. Тачки А ћемо додати број 0, а тачки В додаћемо број 1. На овај начин је одређена бројевна права. Број 2 ће бити додан тачки С, тако да ће важити $AB=BC$.

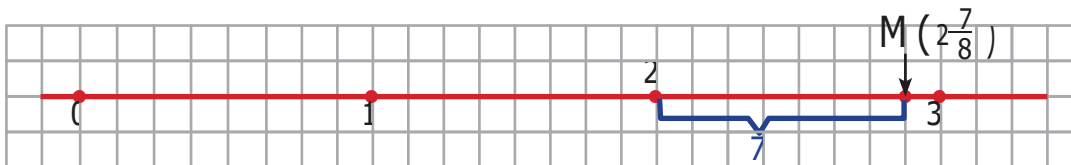


Пример

У свесци нацртај једну праву. Лево означи тачку којој ћеш додати број 0. Десно од ње изброј 8 квадратића и означи тачку којој ћеш додати број 1.

На истиот начин настави да додајеш бројеве 2 и 3.

Сада означи тачку М која ће одговарати броју $2\frac{7}{8}$.



Решење

- Између која два цела броја се налази тачка М?
- Колико квадратића захвата разломак $\frac{1}{8}$?
- Без да бројиш, можеш ли да кажеш колико квадратића захвата мешовити број $2\frac{7}{8}$?
- Ако треба да означиш тачку Р којој ће одговарати број $1\frac{1}{2}$, што ћеш урадити?
 - Растојање између 1 и 2 поделићеш на половину и у тој тачки означићеш Р

- Ако треба да означиш точку X којој ће одговарати број $1\frac{3}{4}$, шта ћеш урадити? – Растојање између 1 и 2 поделићеш на 4 једнака дела (сваки део ће садржати 2 квадратића). Тачку ћеш означити на крају трећег дела.

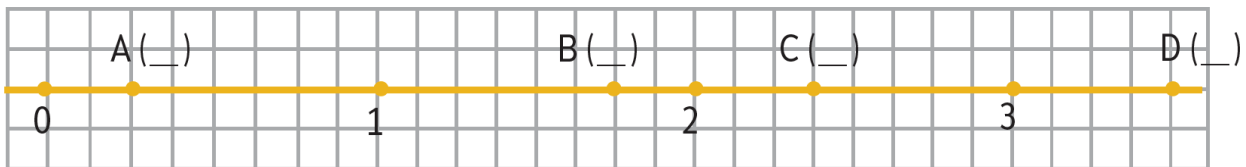
ИНФОРМАЦИЈА



За сваки разломак постоји јединствена тачка на бројевној прави.

Задатак:

Свакој од означених тачака додај одговарајући број.

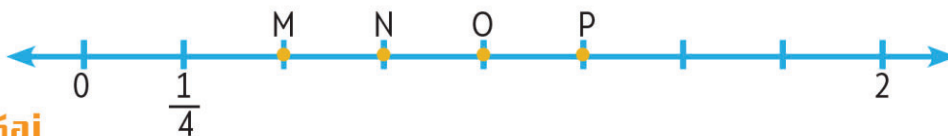


- Које тачке се налазе између бројева 1 и 3?
- Између којих природних бројева се налази тачка D?



Провери да
ли си
разумео

- Колико пута треба да пренесеш јединичну дуж на бројевној правој почињући од броја 2 да добијеш тачку која одговара броју 11?
- У свесци нацртај бројевну праву са јединичном дужи од 6 квадратића. Затим означи тачке
- Из бројевне праве одреди разломке који одговарају означеним тачкама.



Вежбај

- На бројевној правој одреди тачке које одговарају бројевима: $\frac{12}{5}$, $1\frac{3}{10}$ и $3\frac{11}{20}$. Колико квадратића ћеш изабрати да буде дуга јединична дуж?
- Који разломци одговарају тачкама из бројевне праве?



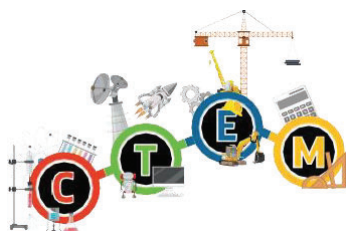


ПРОШИРИВАЊЕ ЗНАЊА:

1. Користећи део бројевне праве означи тачке које одговарају разломцима:

$$\frac{77}{3}, \frac{235}{9}, \frac{218}{9}, \frac{83}{3}.$$

Између којих природних бројева се налазе ови разломци на бројевној правој? Који разломци су од 25?



МАТЕМАТИКА: Изградња пута

Грађевинска компанија „Гранит“, заједно са другом компанијом, треба да изгради нови пут у планинској области. Пут ће бити изграђен у две фазе. У првој фази, допринос тима „Гранит“ биће

$\frac{3}{5}$ дужине пута, а у другој фази, допринос других радника биће $\frac{2}{3}$ дужине пута.

1. Покажи, користећи бројевну праву, колики пут ће изградити тим „Гранита“ у првој фази.
2. Покажи, користећи бројевну праву, колики пут ће изградити други радници у другој фази?

ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА Енергетска ефикасност соларног панела

Петар жели да смањи своје емисије угљен-диоксида и да користи зелене изворе енергије. Зато, он одлучује да инсталира фотоволтаичне панеле на својој кући. Петар је инсталирао 12 панела, сваки са капацитета $\frac{3}{4}$ MW (мегавата). Од јануара до јуна, у току 6 месеци, Петар производи у електрична енергију помоћу својих панела.

1. Користећи бројевну праву, покажи колико мегават-часова (MWh) енергије производи Петар помоћу својих панела током 6 месеци?
2. Уколико Петар прода $\frac{3}{5}$ своје произведене енергије на енергетској мрежи, онда покажи, користећи бројевну праву, колико енергије ће остати њему?



РАЗЛОМАК КАО ДЕЦИМАЛНИ БРОЈ

НАУЧИЋЕШ:

- Шта је коначни децимални број.
- Која својства важе за децималне бројеве.
- Да претвараш разломак у коначни децимални број преко дељења бројиоца са имениоцем и корипћењем својстава децималних бројева.
- Да претвараш мешовити број у коначни децимални број.



ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Шта је децимални број?

Од којих делова је састављен децимални број?

Како се претвара децимални разломак у децимални број? Како се претвара децимални број у децимални разломак? Која је улога разломачке црте у разломку?



Пример

$$\frac{7}{10} = 0,7 \quad \frac{125}{100} = 1,25 \quad \frac{74}{1000} = 0,074 \quad \frac{17}{10} = 1,7 \quad \frac{38}{100} = 0,38$$

Решење

Децимални разломак прелази у децимални број, тако што се бројиоцу одваја онолико децимала колико има нула у имениоцу.

ИНФОРМАЦИЈА



За децималне бројеве важе следећа својства:

1. Децимални број неће променити своју вредност ако на крају децималног дела му се допише неколико нула. $0,34 = 0,3400\dots$
2. Децимални број неће променити своју вредност ако се са краја децималног дела изоставе све нуле које су последње. $2,500 = 2,5$
3. Сваки природни број може да се запише како децимални број ако се одвоји запетом и ако му се допишу нуле као децимале. $5 = 5,0\dots$

Пример

Разломке $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{2}$ и $\frac{7}{4}$ претвори у децимални број, тако што ћеш поделити бројиоца имениоцем.

Решење

Да бисмо претворили разломак $\frac{4}{5}$ делимо 4 са 5. Будући да се 5 не садржи ни једном у броју 4, у количнику записујемо број 0 и пишемо децималну запету. Својство децималних бројева дозвољава да дописујемо онолико нула колико ће нам бити потребно да наставимо са дељењем, па се дељење наставља.

$$\frac{4}{5} = 4,00... : 5 = 0,8$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) 4,00} \\ \underline{0} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{5}{2} = 5,00... : 2 = 2,5$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \overline{) 5,00} \\ \underline{4} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{7}{4} = 7,00... : 4 = 1,75$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 4 \overline{) 7,00} \\ \underline{4} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Приметио си да при дељењу разломака, дељење је дало остатак 0. Зато децимални бројеви које си добио овим дељењем називамо **коначним децималним бројевима**.

Прошири
своја
знања:

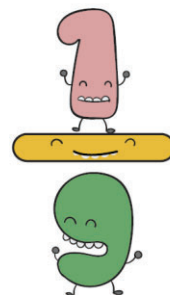
Разломке $\frac{2}{11}$ и $\frac{5}{6}$ претвори у децимални број, тако што ћеш поделити бројилац са имениоцем.

$$\frac{2}{11} = 2,00... : 11 = 0,181...$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 11 \overline{) 2,00} \\ \underline{0} \\ 20 \\ \underline{11} \\ 90 \\ \underline{88} \\ 20 \\ \underline{11} \\ 90 \end{array}$$

$$\frac{5}{6} = 5,00... : 6 = 0,833...$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 6 \overline{) 5,00} \\ \underline{0} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$



При дељењу разломака, колико год делио даље закључујеш да нећеш добити остатак 0. Зато се овакви децимални бројеви називају **бесконачни децимални бројеви**.



ИНФОРМАЦИЈА



Ако је именилац разломака садржалац само броја 2 и/или броја 5, онда тај разломак може да се претвори у коначан децимални број. Тако на пример, разломак $\frac{7}{15}$ не може да се претвори у коначни децимални број, зато што је њен именилац производ бројева 3 и 5.

Провери да
ли си
разумео

1. Разломке $\frac{3}{5}$, $\frac{12}{25}$ и $\frac{19}{8}$ претвори у децимални број.
2. Претвори мешане бројеве $2\frac{5}{16}$, $5\frac{1}{4}$ и $3\frac{13}{30}$ у коначне децималне бројеве?

Вежбај

1. Следеће разломке претвори у децимални број.

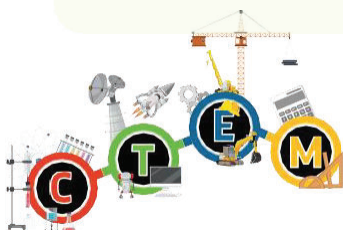
$$\frac{102}{16}, \frac{23}{25}, \frac{7}{8}, \frac{21}{5}, \frac{11}{4}.$$

2. Без да делиш одреди који од следећих разломака могу да се претворе у коначни децимални број?

$$\frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{5}{18}, \frac{15}{32}, \frac{4}{25}.$$

3. Следеће мешовите бројеве претвори у децималне бројеве.

$$2\frac{1}{2}, 1\frac{7}{16}, 3\frac{12}{25}, 124\frac{3}{8}, 36\frac{9}{20}.$$



МАТЕМАТИКА

У лабораторији има $\frac{4}{5}$ литара једне хемикалије и $\frac{3}{4}$ литара друге хемикалије. Изрази количине у стотинке.

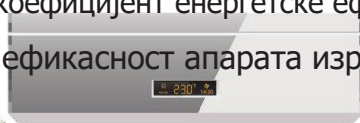


ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Дати су следећи подаци о енергетској ефикасности различитих електричних апарата:

- климатизер - коефицијент енергетске ефикасности од $\frac{4}{5}$
- лампа - коефицијент енергетске ефикасности од $\frac{3}{10}$
- хладњак - коефицијент енергетске ефикасности од $\frac{7}{8}$

Колико износи ефикасност апарата изражена као децимални број?



МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА

Тема: Претварање разломака у децималне бројеве у свакодневној ситуацији

Опис теме: У овој дебати, ученици ће разгледати и дискутовати о претварању разломака у децималне бројеве у свакодневним ситуацијама. Они могу да истраже различите аспекти на ову тему, као што су:

1. Куповање хране и напитака - Колико воде има у напитку са етикетом која показује да садржи $\frac{3}{4}$ литра воде?
2. Претварање мерних јединица - Колико метара има једна трака која је дуга $\frac{7}{8}$ 1 метра?
3. Проценти - Колико процената представља $\frac{2}{5}$ целог буџета једне организације?
4. Дугови и кредити - Колико отплата треба да би се направи да би се платио $\frac{3}{10}$ дуг за хипотеку куће?

Ученици могу да разгледају и друге сличне ситуације, и да истражују различите начине претварања разломака у децималне бројеве. Могу да дискутују предности и изазове при употреби децималних бројева у свакодневним ситуацијама, и да истраже утицај на тачност резултата у одређеним ситуацијама.

ПРОШИРИВАЊЕ РАЗЛОМАКА

НАУЧИЋЕШ:

Да проширујеш разломак природним бројем
Шта значи проширивање разломка у реалном контексту.

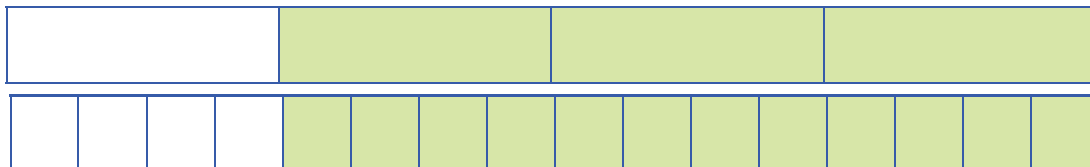
Пример

Данас сам био код баке. Показала ми је њену колекцију кашичица за кафу.

Рекла је да жели да ми поклони $\frac{3}{4}$, а остатак да поклони музеју.

Помислио сам, колико би било лепо да свој део поделим са својим 11 браће и сестара (братучеда). Колики део колекције би добио свако од нас?
Колики део колекције је наш део?

Решење



Колекција је подељена на 4 једнака дела од којих ће 3 припасти мени, а 1 музеју. Да бих поделио кашичице са својим братучедима, треба да поделим свој део на мање делове, чиме ћу добити више делова. Да бих добио 12 делова сваки део ћу поделити

на 3 мања једнака дела. Тако би свако од нас добио $\frac{1}{16}$ колекције. Сада наш део

износи $\frac{12}{16}$ колекције.

ИНФОРМАЦИЈА



Проширување разломка значи да се бројилац и именилац разломка помноже истим природним бројем. У реалности то значи да се делови целине иситне, али да се њихов број повећа, чиме се количина коју представља разломак не мења.

Пример

$$\frac{3}{4} \nearrow^4 = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$$

Ако се разломак $\frac{3}{4}$ прошири бројем 4 (једнаки делови се смање 4 пута, али њихов број се повећа 4 пута) онда се добија разломак $\frac{12}{16}$.

Провери да
ли си
разумео

1. Прошири разломак $\frac{3}{4}$ со 3, 5, 7 и 10

2. Одреди разломак који се добија проширивањем разломка $\frac{3}{7}$ има именилац:

а) 14, б) 49, в) 84, г) 105

3. Одреди разломак који се добија проширивањем разломка $\frac{7}{9}$ и има бројиоца:

а) 14, б) 49, в) 84, г) 105.

4. Одреди колико 50-тинки има сваки разломак: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{17}{25}$.

Вежбај

1. Прошири разломке $\frac{5}{7}$ и $\frac{11}{12}$ со 2, 5, 7 и 11.

2. Којим бројем треба да се прошири разломак $\frac{6}{13}$ да би се добио разломак $\frac{54}{117}$?

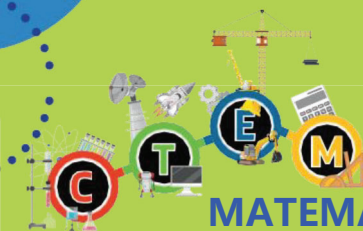
3. Којим бројем треба да прошириш разломак да би попунио празното место?

$$\frac{5}{9} = \frac{45}{\square} \quad \frac{7}{11} = \frac{\square}{55}$$

4. Одреди колико стотинки има сваки разломак:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{17}{20}, \frac{13}{25} \text{ и } \frac{31}{50}$$





МАТЕМАТИКА

Један инжењерски тим има велику количину компјутера који се користе за развој новог софтвера. Менаџер тима је одлучио да програмерима подели $\frac{2}{3}$ део компјутера, као инвестицију у њиховим пројектима, а остале наменио $\frac{1}{3}$ — за обуку студената локалног техничког факултета. Ако има 8 програмера у тиму и 60 студената на факултету, колики део компјутера ће добити сваки од програмера и студената?



ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

У једном еколошком центру засађена су стабла за одржавање биодиверзитета у региону. Управник центра одлучује да $\frac{3}{4}$ део стабала подели локалној заједници да их засаде у школама и јавним просторима, а да остале задржи. Ако има 9 школа у региону, колики део стабала ће добити свака од њих?



ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

Управник једне компаније одлучује да подели $\frac{3}{5}$ део акција запосленима као награду за њихов труд и креативност, а да остале $\frac{2}{5}$ задржи у својој сопствености. Ако у компанији ради 51 запослен, колики део акција ће добити сваки од њих?



1

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$


Пример

Решение

[illegible]

ИНФОРМАЦИЈА



Ако је јединствен заједнички делилац бројиоца и имениоца број 1, онда разломак не може да се скраћује и назива се **нескратљив разломак**.

$$\frac{18}{30} \overset{6}{=} \frac{18:6}{30:6} = \frac{3}{5}$$

Јер НЗД (3,5) = 1 овај разломак је нескратљив.

Пример

Покажи скраћивање разломака $\frac{18}{48}$ на више начина.

Решење

Разломак може да се скраћује на више начина:

- Постепено скраћивање (користи признаке дељивости).

$$\frac{18}{48} \xrightarrow{:2} \frac{9}{24} \xrightarrow{:3} \frac{3}{8}$$

- Скраћивање са разлагањем простих множилаца.

$$\frac{18}{48} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{3}} = \frac{3}{8}$$

- Скраћивање бројиоца и имениоца са НЗД.

$$\frac{18}{48} \xrightarrow{:\text{нзд}(18, 48)} \frac{18}{48} \xrightarrow{:6} \frac{3}{8}$$

Провери да
ли си
разумео

- Шта је нескратљив разломак?

- Којим бројевима може да се скрати разломак $\frac{24}{36}$?

- Скрати разломак $\frac{24}{36}$ на три начина.

Вежбај

- Скрати разломке $\frac{72}{108}$ и $\frac{198}{252}$ са а) 9 б) до нескратљивог

- Скрати разломак $\frac{78}{390}$ до нескратљивог

- Којим бројем треба да скратиш разломак да би попунио празното место?

$$\frac{35}{42} = \frac{5}{\square} \quad \frac{16}{28} = \frac{\square}{7}$$

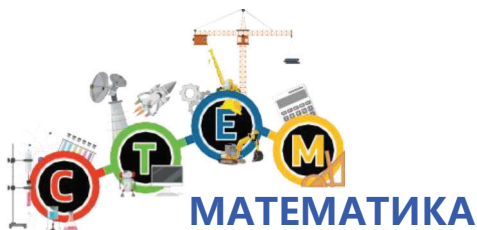
- Који бројеви треба да стоје на празним

$$\frac{12}{15} = \frac{\square}{5} = \frac{20}{\square}$$

- Скрати разломак до нескратљивог разломка

$$\frac{8 \cdot 15}{24 \cdot 5} \quad \frac{35 \cdot 88 \cdot 24}{25 \cdot 55 \cdot 42}$$





Стефан има 36 чоколадних бомбона које жели да подели на својих 12 пријатеља. Али, само 8 њих може да једе чоколадне бомбоне због алергије. Значи, само 8 пријатеља ће добити бомбоне, а остали (четворо) 4 неће моћи да једу бомбоне. Колики део бомбона ће добити Стефанови пријатељи који могу да једу чоколадне бомбоне?

а) $\frac{1}{2}$,

б) $\frac{1}{3}$,

в) $\frac{2}{9}$,

г) $\frac{1}{9}$,



ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

У башти имамо $\frac{36}{48}$ капацитета резервоара

за воду који је испуњен кишницом. Вода треба да се искористи за наводњавање леја са поврћем. За

сваку леју се користи по $\frac{1}{12}$ воде?

Колико леја ће бити наводњено?



ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

У продавници за компјутере имају на залихама $\frac{35}{50}$ од свог уобичајеног

бројног стања процесора. Претходно су направили прорачун

зараде од продатих $\frac{1}{10}$ процесора и желе да открију колика ће им

бити зарада ако продају све процесоре које имају на залихама.

Можеш ли да им помогнеш да открију колико десетица имају на залихама?



ЕКВИВАЛЕНТНИ РАЗЛОМЦИ

НАУЧИЋЕШ:

Шта су еквивалентни разломци

Да провераваш једнакост разломака.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је проширивање (скраћивање) разломака?

Какви су међу собом дати разломак и проширени (скраћени) разломци?

Пример

Анализирај зид разломака.
Помоћу лењира пронађи
једнаке делове по дужини.

Црвена линија показује да

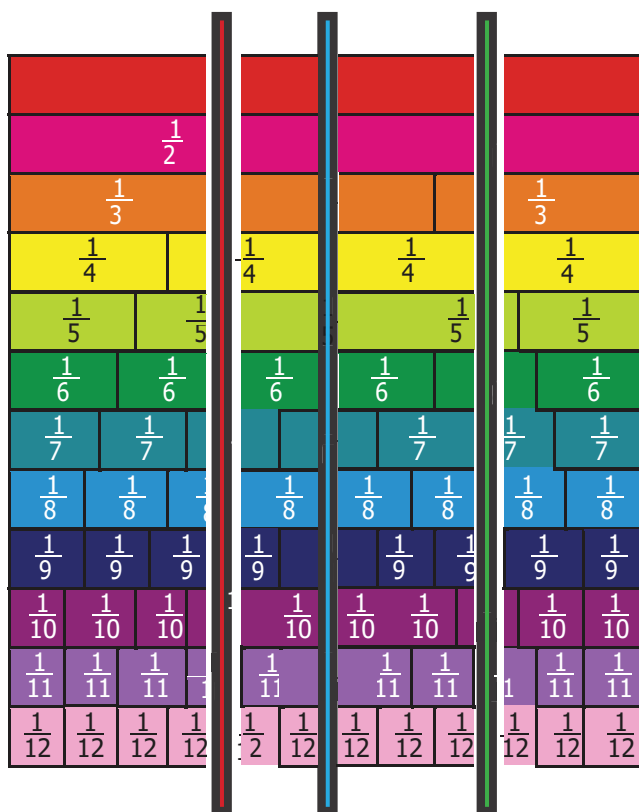
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

Плава линија показује да

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

Зелена линија показује да

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$



ИНФОРМАЦИЈА



Разломци који имају једнаку вредност називају се **еквивалентни разломци**.

Два разломка су еквивалентна ако је производ бројиоца првог разломка и именилац другог разломка једнак производу бројиоца другог и имениоца првог разломка.

Пример

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{12} \Rightarrow 3 \cdot 12 = 9 \cdot 4$$

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{20} \Rightarrow 2 \cdot 10 = 40 = \square \cdot 5$$

У празни квадратић треба да стоји број 8.

Провери да
ли си
разумео

1. Који од следећих разломака су једнаки:

$$\frac{3}{8} \text{ и } \frac{4}{5}; \frac{3}{8} \text{ и } \frac{6}{16}; \frac{4}{28} \text{ и } \frac{5}{5}; \frac{5}{5} \text{ и } \frac{7}{7}.$$

$$40 : 5 = 8$$

Вежбај

1. Који разломци имају једнаке вредности:

а) $\frac{3}{8}, \frac{3}{5}, \frac{9}{32}, \frac{15}{25}, \frac{21}{49}, \frac{3}{7}.$

б) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{6}, \frac{10}{15}, \frac{4}{11}, \frac{20}{30}$

2. Помоћу правила за еквивалентне разломке одреди који број треба да стоји на празном месту:

а) $\frac{21}{45} = \frac{\square}{30} = \frac{3}{\square};$

б) $\frac{11}{13} = \frac{\square}{39};$

в) $\frac{6}{7} = \frac{20 + \square}{28}$

г) $\frac{34}{3 \cdot \square} = \frac{\square}{12}$

3. Напиши разломке који су еквивалентни разломку $\frac{5}{13}$ и имају имениоце 26, 65, 39, 78 и 52.

4. Напиши све разломке који су еквивалентни разломку $\frac{9}{20}$, чији су имениоци бројеви између 50 и 150.

5. Одреди разломак еквивалентан разломку $\frac{3}{4}$, чији бројилац и именилац се разликују за 5.



НАУЧИЋЕШ:

Да упоредиш разломке са истим именитељем.

Да упоредиш разломке са истим бројиоцем.

Да упоредиш разломке са различитим имениоцима и различитим бројиоцима. Да ређаш разломке по величини.



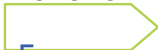
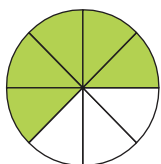
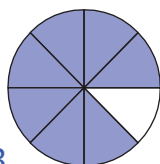
ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је НЗС?

Пример

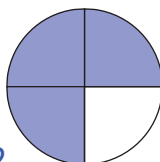
Ђорђи и Назми су суседи који сваког понедељка заједно посећују локалну бурекуницу. Овог понедељка Ђорђи је купио 5 осмина бурека, а Назми је купио 7 осмина бурека. Прошлог понедељка Ђорђи је купио 3 осмине бурека, а Назми је купио 3 четвртине бурека. Пре прошлог понедељка Ђорђи је купио 6 осмина бурека, а Назми је купио 2 четвртине бурека. Одреди ко је куповао више бурека за сваки понедељак посебно.

Решење

 $\frac{5}{8}$  $\frac{7}{8}$ 

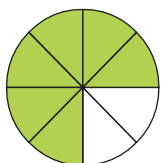
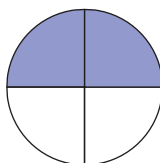
Овог понедељка више бурека купио је Назми. Две пите бурека су подељене на једнаке парчиће, али је Назми купио више таквих парчића.

$$5 < 7 \Rightarrow \frac{5}{8} < \frac{7}{8}$$

 $\frac{3}{8}$  $\frac{3}{4}$ 

Прошлог понедељка више бурека купио је Назми. Обојица су купили исти број парчића, али су парчићи које је купио Назми већи (зато што је цело подељено на мање делова).

$$8 > 4 \Rightarrow \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$$

 $\frac{6}{8}$  $\frac{2}{4}$ 

Пре прошлог понедељка више бурека купио је Ђорђи. Обојица су купили различит број парчића различите величине. Ако преполовимо парчиће које је купио Назми (проширимо разломак са 2) добићемо 4 осмине бурека. Сада је лако:

Ђорђи

Назми



ИНФОРМАЦИЈА



Упоређују се само разломци са истим именитељима. Разломци који имају различите бројиоце и различите имениоце свде се на **најмањи заједнички именитељ** или најмањи заједнички бројилац (преко НЗС).

Пример

Поређај разломке $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{5}$ по величини, почињући од најмање, на два начина.

Решење

Први начин је преко свођења на најмањи заједнички именилац. **НЗС(6, 3, 5) = 30**

$$\frac{5}{6} \stackrel{\setminus 5}{=} \frac{25}{30} \quad \frac{2}{3} \stackrel{\setminus 10}{=} \frac{20}{30} \quad \frac{3}{5} \stackrel{\setminus 6}{=} \frac{18}{30} \Rightarrow \frac{18}{30} < \frac{20}{30} < \frac{25}{30} \text{ односно } \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Други начин је преко свођења на најмањи заједнички бројилац. **НЗС(5, 2, 3) = 30**

$$\frac{5}{6} \stackrel{\setminus 6}{=} \frac{30}{36} \quad \frac{2}{3} \stackrel{\setminus 15}{=} \frac{30}{45} \quad \frac{3}{5} \stackrel{\setminus 10}{=} \frac{30}{50} \Rightarrow \frac{30}{50} < \frac{30}{45} < \frac{30}{36} \text{ односно } \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Провери да
ли си
разумео

1. Који од датих разломака је мањи?

$$\frac{3}{10} \text{ или } \frac{7}{10}; \quad \frac{8}{10} \text{ или } \frac{8}{11}; \quad \frac{7}{9} \text{ или } \frac{5}{9}; \quad \frac{3}{5} \text{ или } \frac{3}{4}.$$

2. Који од разломака је већи?

$$\frac{4}{13} \text{ или } \frac{7}{13}; \quad \frac{7}{15} \text{ или } \frac{7}{17}; \quad \frac{15}{7} \text{ или } \frac{17}{7}; \quad \frac{5}{8} \text{ или } \frac{5}{7}.$$

3. Сведи разломке на најмањи заједнички именилац, а затим их упореди?

Вежбај

1. Дате разломке сведи на заједнички именилац, а затим их упореди.

$$\frac{1}{3} \text{ и } \frac{8}{21}; \quad \frac{3}{5} \text{ и } \frac{8}{15}; \quad \frac{7}{30} \text{ и } \frac{3}{10}; \quad \frac{17}{60} \text{ и } \frac{5}{12}.$$

2. Одреди који бројеви могу да се нађу на празном месту.

$$\frac{12}{17} = \frac{\boxed{}}{17} = \frac{16}{17}; \quad \text{и} \quad \frac{15}{36} = \frac{\boxed{}}{36} = \frac{21}{36}.$$



3. Поређај разломке по величини, почињући од највећег.

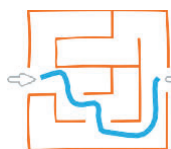
$$\frac{5}{12}, \frac{7}{8}, \frac{9}{20}, \frac{3}{4} \text{ и } \frac{2}{5}$$

4. Скрати разломке, а затим их поређај по величини, почињући од најмањег.

$$\frac{25}{45}, \frac{14}{35}, \frac{33}{44}$$

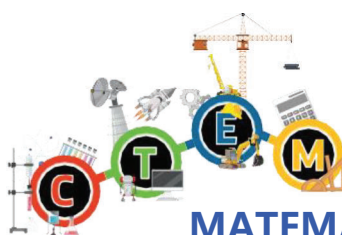
5. Попуни бројем који одговара.

$$\frac{\square + 2}{7} = \frac{5}{7}, \quad \frac{17 - \square}{15} = \frac{11}{15}, \quad \frac{2 - \square}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{\square - 3}{3} = \frac{4}{6}, \quad \frac{2 + \square}{4} = 4$$



Изазов:

- Да ли можеш да откријеш барем два разломка који су већи од $\frac{1}{3}$, али мањи од $\frac{2}{3}$?
- Једна цев сама пуни базенот за 12 сати, а друга за 16 сати. Ако је прва цев била отворена 5 сати, а друга цев била отворена 6 сати, која од цеви је напунила већи део базена?



МАТЕМАТИКА

Размишља се о изградњи нових хидроелектрана на реци. Претходна истраживања показују да један део реке може да генерише енергију у износу од $\frac{2}{3}$ максимално могуће производње енергије. Да ли је та река боља локација за изградњу хидроелектране у односу на друге доступне опције:

- Река која може да генерише енергију у износу од $\frac{3}{4}$ максимално могуће производње енергије.
- Река која може да генерише енергију у износу од $\frac{5}{8}$ максимално могуће производње енергије.



ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Разгледа утицај две различите методе за прочишћавање реке.

Првата метода укључује употребу хемијских препарата који смањују загађеност воде за $\frac{5}{17}$, док друга метода укључује регуларно чишћење реке бродом

који сакупља отпад из воде и одвози га у депонију. Ова метода смањује загађеност реке за $\frac{7}{18}$. Која од метода има

већи ефекат у смањењу загађености реке?



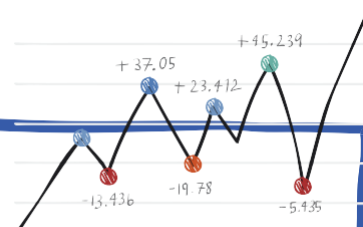
ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

Две различите кредитне институције, банка А и банка Б, имају различите услове кредитирања. Банка А нуди кредит са

годишњом каматом од $\frac{2}{25}$, која се

рачуна на почетни капитал, док банка Б нуди кредит са годишњом каматом од $\frac{7}{100}$.

Која банка клијенту нуди повољније решење?



АКТИВНОСТ

Тема: Који је ефикаснији метод за поређење разломака: свођење заједничког имениоца или свођење заједничког бројиоца?

Задача: Поређај разломке: $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ по величини, почињући од најмање.

Размишљај о сваком методу посебно, комбинацији у зависности од контекста задатка.



ПОРЕЂЕЊЕ ДЕЦИМАЛНИХ БРОЈЕВА

НАУЧИЋЕШ:

Да поредиш децималне бројеве

Да поредиш децималне бројеве и разломке.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Наведи делове децималног броја!

Пример

Данас на часу физичког скакали смо у даљ. Лазар је скочио 5,65 метара, Александра је скочила 5,05 метара, Марио је скочио 5,56 метара, Калина јескочила 4,59 метара, Федерико је скочио 5,5 метара, Мина је скочила 4,9 метара, Влатко је скочио 4,34 метара, а Гергана је скочила 4,05 метара.

Помози ми да саставим списак учесника према дужини скока, почињући од најдужега?

Решење

Редни број	Име ученика	јединице	десетинке	стотинке
	Лазар	5	6	5
	Александра	5	0	5
	Марио	5	5	6
	Калина	4	5	9
	Федерико	5	5	
	Мина	4	9	
	Влатко	4	3	4
	Гергана	4	0	5

Да бих поређао по величини најпре сам упоредио целе делове децималних бројева и одмах сам знао који ученици ће бити у врху списка. Затим сам упоредио децимални део бројева са истим циљем. Од два броја са истим целим делом, већи је онај који има већи децимални део.

Редни број	Име ученика	јединице	десетинке	стотинке
	Лазар	5	6	5
	Марио	5	5	6
	Федерико	5	5	
	Александра	5	0	5
	Мина	4	9	
	Калина	4	5	9
	Влатко	4	3	4
	Гергана	4	0	5

Објашњење

Да би могао лакше и брже да упоређујеш децималне бројеве, пореди их по месној вредности цифара у одговарајућим позицијама, почињући с лева на десно.



ИНФОРМАЦИЈА



Ако су децимални бројеви који се упоређују са различитим бројем целих, онда је већи онај који има већи број целих.

$$4,37 \square 8,24 \quad 4 < 8 \quad \Rightarrow \quad 4,37 \squareleftarrow 8,24$$

Ако децимални бројеви који се упоређују имају једнак број целих, а различит децимални део, онда је већи онај који има већи децимални део.

$$2,38 \square 2,29 \quad 2 = 2 \text{ и } 3 > 2 \quad \Rightarrow \quad 2,38 \squarerightarrow 2,29$$

Ако два децимални броја имају једнак цели део и једнак децимални део, онда су они једнаки.

$$5,16 \square 5,16 \quad 5 = 5, 1 = 1 \text{ и } 6 = 6 \quad \Rightarrow \quad 5,16 \square= 5,16$$

Пример

Упореди децималне бројеве:

$$156,21 \square 165,21 \quad 4,1101 \square 4,1011 \quad 1,05 \square 0,15$$

Провери да
ли си
разумео

1. Прво нађи најмањи децимални број међу бројевима: 0,75; 0,82; 0,67; 0,99; 0,52. Затим нађи највећи децимални број међу бројевима: 0,63; 0,98; 0,74; 0,82; 0,57. На крају, упореди најмањи и највећи децимални број које си нашао претходно и одговори на питање: Који од ова два децимална броја је већи? Зашто?

2. Који разломак је већи?

1,2; 4,5; 3; 3,1; 2,3; 4,25.

0,1; $\frac{7}{8}$; 0; 0,4; $\frac{3}{4}$; 0,14.

$\frac{7}{10}$; 1,5; 1,66; $1\frac{3}{5}$; 1,7; 0,68.

3. Сашка, Елена и Иван су јели вафле. Сашка је појела $\frac{5}{8}$ своје

вафле, Елена је појела $\frac{3}{4}$, а Иван је појео 0,5.

Ко је појео највише, а ко најмање од своје вафле?



Вежбај

1. Упореди децималне бројеве:

17,9 18,1 3,003 3,005 1,001 0,999 4 4,00 58,58 58,85

2. Поређај бројеве по величини, почињући од најмањег.

6,04; 6,1; 6; 6,09; 6,9; 6,99; 6,2; 6,37.

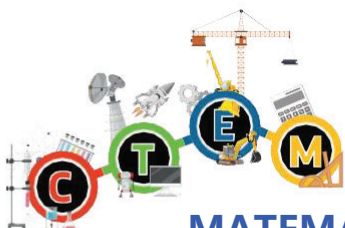
3. Поређај бројеве по величини, почињући од највећег

13,518; 0,135; 130,18; 1,301; 1,351; 135,18; 0,130.

4. На бројевној прави представи бројеве:

5,8; $\frac{450}{100}$; 7,2; $\frac{66}{10}$; 8,1; $\frac{9000}{1000}$; 2,200; $\frac{13}{4}$; 1,10000

5. Направи табелу према постигнутом резултату такмичара који су учествовали на турниру у бацању копља, ако је такмичар Ђатовски бацио 78,25 метара, Петков је бацио 76,24 метара, Дамјаноски је бацио 79,25 метара, Имери је бацио 77,56 метара и Јокић је бацио 78,91 метар. Ко је победио?



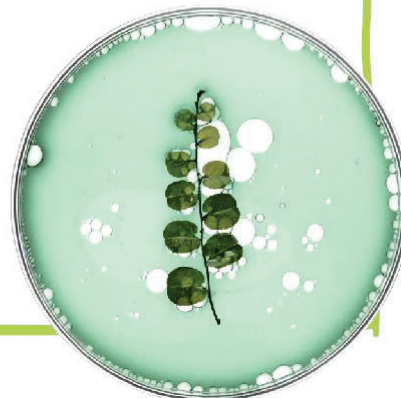
МАТЕМАТИКА

Истраживач мери брзине две различите бактеријске културе које расту у различитим условима. Подаци о брзини раста бактеријских култура су дате следећим децималним бројевима:

култура А: 0,45; 0,82; 0,36; 0,57; 0,63

култура Б: 0,56; 0,64; 0,72; 0,68; 0,59

Нађи културу која има бржи раст и образложи свој одговор. Упореди децималне бројеве и закључи која култура има више бројева који означавају брзине раста. Зашто мислиш да та култура има најбржи раст у односу на другу културу?



ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Научници анализирају резултате мерења загађења воде у три различите реке у једној општини. Резултати нивоа загађења воде су дати следећим децималним бројевима:

река 1: 0,36; 0,28; 0,41; 0,32; 0,25

река 2: 0,42; 0,36; 0,29; 0,47; 0,38

река 3: 0,29; 0,35; 0,42; 0,33; 0,27

Нађи реку која има највеће загађење воде и образложи свој одговор. Упореди децималне бројеве и закључи која река има највеће бројеве који означавају њихове нивое загађења. Зашто сматраш да та река има највеће загађење воде у односу на друге реке?



АКТИВНОСТ

Тема: Најчешће грешке при поређењу децималних бројева и како да се избегну
За:

- 1: Грешке у препознавању броја децимала:** Ученици често праве грешке у препознавању броја децимала када се пореде децимални бројеви. На пример, могу да погреше при препознавању броја децимала два броја, што може да води до нетачних поређења.
- 2: Грешке у читању децималних цифара:** Ученици могу да направе грешке у читању децималних цифара, посебно када се ради са великим бројевима са много децимала. На пример, могу да препознају 0,05 као 0,5, што може да доведе до нетачних поређења.
- 3: Грешке у поређењу малих промена у децималним деловима:** Ученици могу да имају тешкоће у препознавању малих промена у децималним деловима при поређењу децималних бројева. На пример, могу да не забележе много мале промене за 0,001 или за 0,0001, што може да доведе до нетачних поређења.

Против:

- 1: Пажљиво читање и провера:** Ученици могу да избегну грешке у препознавању бројева на децималама пажљивим читањем бројева и провером броја децимала према поређењу.

АКТИВНОСТ СЕ НАСТАВЉА ...



АКТИВНОСТ (се наставља)

- 2: Вежба и тренинг:** Ученици могу да побољшају своје способности поређења децималних бројева преко вежбе и тренинга. Вежбање редовних математичких задатака и примера који укључују поређење децималних бројева може да помогне ученицима да развију своју вештину прецизног поређења.
- 3: Разумевање концепта децималних бројева:** Важно је да ученици разумеју концепт децималних бројева и како се ради са њима. Ако разумеју како функционишу децимални бројеви, ученици могу да избегну грешке у поређењу.
- 4: Коришћење визуелних помоћних средстава:** Ученици могу да користе визуелна помоћна средства, као на пример графичке приказе или дијаграме, да би визуализирали поређење децималних бројева и да избегну грешке.
- 5: Провера:** Ученици треба да се навикну да проверавају своја решења и да исправе грешке пре него што их приложе као финална. Преглед њихових решења и употреба калкулатора за проверу или друге алатке може да помогне да се избегну грешке при поређењу децималних бројева.

Ток дебате:

Противник 1: Аргументуј грешке у препознавању броја децимала и њихове могуће последице.

Противник 2: Аргументуј грешке у читању децималних цифара и њихове могуће последице.

Противник 3: Аргументуј грешке у поређењу малих промена у децималним деловима и њихове могуће последице.

Време за одговоре противника и за међусобно дебатирање.**Време за закључак и резиме дебате, укључујући и најважније аргументи и закључке из дебате.**

Могу да покушају да идентификују најзначајније грешке које могу да се јаве при поређењу децималних бројева, како на пример грешке у читању и препознавању броја децималних цифара, грешке у поређењу малих промена у децималним деловима, и могућим последицама таквих грешака. Закључак може да истакне значење вежбања, тренинга и разумевање концепта децималних бројева за избегавање грешака при поређењу и за тачно и прецизно рачунање са децималним бројевима.

- Дебата може да буде структурирана, са тачно одређеним временом за сваког дебатер како би изнео своје ставове, и да се пружи могућност свим учесницима да изразе своја мишљења и закључке. Наставник може да води дебату и да контролише време, да поставља питања и да одржава ред у дебати.
- Циљ ове дебате је да подстакне ученике да размишљају и да аргументирају могуће грешке при поређењу децималних бројева, да их подстакне да развијају критичку мисао и да стекну дубоко разумевање овог математичког концепта.





Проценат је математички појам који се користи да би се изразио део целог у односу на Реч „проценат“ потиче од латинског израза „per centum“ што буквално значи „по сто“ или „за сто“.

Концепт процента има дугу историју и среће се у различитим културама и временским периодима. У Старом Египту, око 2000. године пр. н. е., рачунање пореза укључивало је употребу процената. У древном Римском Царству, проценат је коришћен за финансијске трансакције и кредите.

Ипак, савремена употреба процента у Европи вуче корене из 15. века. Италијански математичар Филипо Бергамо (Фибоначи) је увео концепт процента у својој књизи „Либерабаки“ (1202. године) где је приказао различите примере процената и њихову употребу у трговини.

У 17. и 18. веку, процената се развио као важан концепт у области финансија, инвестиција, кредита и у сфери економије уопште.

Да нас је проценат универзално коришћен и важан математички појам у различитим областима свакодневног живота, укључујући финансије, економију, банкарство, статистику, промет, науку и многе друге. Проценти се користе да се израчунају проценти раста или смањење, да би се поредили и анализирали подаци и да би се доносили одлуке у различитим контекстима.

НАУЧИТЕШ:

- Да претвараш разломке у проценте.
- Да претвараш проценат у разломак.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

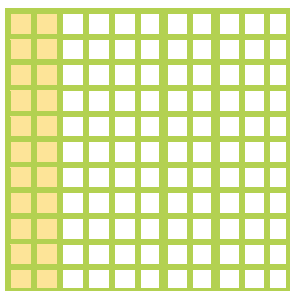
Можеш ли да кажеш на колико једнаких делова је подељена целина ако је део ње представљен:

- а) разломком? б) децималним бројем? в) процентом?



Пример

- Који разломак представља обојени део квадратне мреже?
- Који децимални број представља обојени део квадратне мреже?
- Колико процената квадратне мреже је обојено?



Решење

- Обојени део квадратне мреже је један од пет једнаких делова на које је подељен квадрат. Њему одговара разломак $\frac{1}{5}$.
- Овај разломак дељењем бројиоца и имениоца може да се представи као децимални број: $1 : 5 = 0,2$.
- Овај разломак, проширен природним бројем 20, постаје разломак $\frac{20}{100}$ који изражава број стотинки: 20.
- Број стотинки даје проценат обојеном делу квадратне мреже: 20 стотинки → 20%.

ИНФОРМАЦИЈА



Процентом се изражава стоти део целог.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Пример

Проценти 2 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 75 % и 100 % претворени у нескратљиве разломке биће:

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}, \quad 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}, \quad 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}, \quad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4},$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, \quad 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Провери да
ли си

1. Запиши разломке у процентима: а) $\frac{13}{100}$; б) $\frac{8}{100}$; в) $\frac{2}{5}$; г) $\frac{3}{10}$
2. Запиши разломком проценте: а) 6 %; б) 17 %; в) 125 %; г) 200 %
3. Кирил је потрошио 25 % новца.

Колико процената новца му је
остало?



Вежбај

1. Сваки разломак повежи са процентом који му одговара.

$\frac{8}{25}$	$\frac{23}{100}$	$\frac{33}{50}$	$1\frac{2}{100}$	$\frac{30}{10}$
102%	32%	300%	23%	66%

2. Запиши количину разломком, а затим га претвори у проценат.

- Од 25 бомбоне у кутији, остале су само 6.
- Од 32 ученика у одељењу, 8 су одлични.
- У школском дворишту има 25 борова од укупно 75 стабала.
- Од 3600 денара остало ми је само 900 денара.
- Пише само 14 од 70 фломастера.

3. У посластичари има 25 %, еклера $\frac{7}{10}$ индијанки и 0,05 падобранаца.

Користи претворање у разломке, а затим у проценте, и поређај их по
количини, по величини почињући од највеће.

РАЗЛОМАК КАО ПРОЦЕНАТ

НАУЧИЋЕШ:

Шта је проценат

Да претвориш разломке у проценте

Да претвараш проценат у разломак.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Можеш ли да кажеш на колико једнаких делова је подељена целина, ако је део представљен:

а) разломком, **б)** децималним бројем, **в)** процентом.

ИНФОРМАЦИЈА



Процентом се изражава стоти део целог.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Пример

- Који разломак представља обојени део квадратне мреже?
- Који децимални број представља обојени део квадратне мреже?
- Колико процената квадратне мреже је обојено?



Решење

- Обојени део квадратне мреже је један од пет једнаких делова на које је подељен квадрат. Њему одговара разломак $\frac{1}{5}$.
- Овај разломак дељењем бројиоца и имениоца може да се представи као децимални број: $1 : 5 = 0,2$.
- Овај разломак, проширен природним бројем 20, постаје разломак који изражава број стотинки: $\frac{20}{100}$.
- Број стотинки даје проценат обојеног дела квадратне мреже: 20 стотинки $\rightarrow$ 20 %.

Ево још неколико примера:

Проценти 2 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 75 % и 100 % претворени у нескратљиве разломке биће:

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Провери да ли си разумео

1. Одреди колики проценат представља обојени део сваког облика:



2. Запиши разломке у процентима:

а) $\frac{13}{100}$; б) $\frac{8}{100}$; в) $\frac{2}{5}$; г) $\frac{3}{25}$

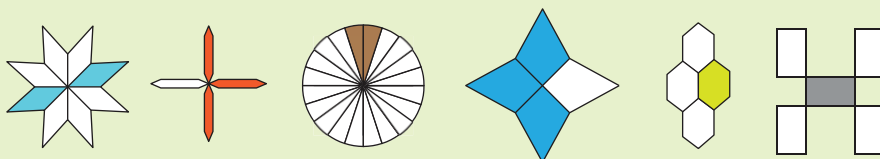
3. Запиши у разломцима проценте:

а) 6%; б) 17%; в) 125%; г) 200%

4. Кирил је потрошио 25 % новца. Колико процената новца му је остало?

Вежбај

1. Одреди колики проценат представља обојени део сваког облика:



2. Сваки разломак повежи са процентом који му одговара.

$$\frac{8}{25}$$

$$\frac{23}{100}$$

$$\frac{33}{50}$$

$$1\frac{2}{100}$$

$$\frac{30}{10}$$

$$102\%$$

$$32\%$$

$$300\%$$

$$23\%$$

$$66\%$$

3. Запиши количину разломком, а затим га претвори у проценат.

- Од 25 бомбона у кутији, остало је само 6.
- Од 32 ученика у одељењу, 8 су одлични.
- У школском дворишту има 25 борова од укупно 75 стабала.
- Од 3600 денара остало ми је само 900 денара.
- Пише само 14 од 70 фломастера.



4. Допуни:

30 е % од 120

35 е % од 250

156 е % од 520.



5. Марко је прошао једну четвртину пута. Још колико процената му је преостало од пута?

6. Мина је појела 20 % пице, још колики део јој је остао да поједе?



7. У посластичари има 25 % еклера, $\frac{7}{10}$ индијанки и 0,05 падобранаца. Користи претварање у разломке, а затим у проценте, и поређај количине по величини, почињући од највеће.



НАУЧИЋЕШ:

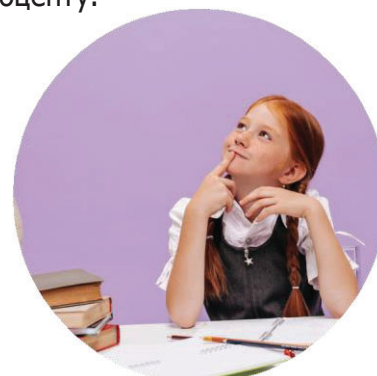
- Да одређујеш колико износи проценат дате количине
- Да одредиш од које количине је израчунат износ према датом проценту.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је проценат?

Колико процената износи једно цело?



Пример

Ерџан је уштедео 2400 денара. ОН жели 20 % свог новца да донира за лечење свог болесног друга из одељења. Колико новца треба да одвоји од своје уштеде?

Решење

Целина износи 2400 денара или 100 %.

Први начин: постепеним приближавањем износу од 16 %.

- За бољу прегледност користи се табела.
- У табели дозвољене операције су множење редова и сакупљање колоне.

Други начин: преко налажења износа 1 %.

- Да бисмо одредили колико износи 16 %, прво треба да одредимо колико износи 1 %.
- 1 % је 100 пута мање од 100 %. Значи ако поделимо $2400 : 100 = 24$, добијамо износ 1 %. колоне.
- Да бисмо добили износ од 16 % треба само да помножимо $16 \cdot 24 = 384$.
- Ерџан ће за лечење болесног друга донирати 384 денара.

Број реда	Денара	Процената	Операција
1	2400	100	
2	240	10	Ред 1 умањен 10 пута
3	120	5	Ред 2 умањен 2 пута
4	24	1	Ред 1 умањен 100 пута
5	384	16	Збир реда 2, 3 и 4

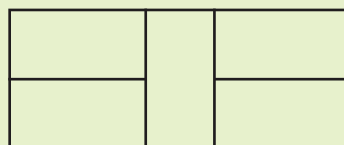
Провери да ли си

1. Колико износи 20 % од 90 метара?
2. Од 80 деце, 25 % је ____.
3. 65 % је ____ грама од 900 грама.
4. Шта је веће 30 % од 40 или 40 % од 30?



Вежбај

1. Обој 40 % датог облика.



2. Допуни:

Ако 10 % од 50 је ____, онда је 20 % од 50 ____.

Ако 10 % је 15, онда 30 % је ____.

Ако 1 % је 4, онда 100 % је ____.

Ако 40 % је 56, онда 100 % је ____.

3. Израчунај износ процента за сваку количину у табели.

	20%	50%	70%	30%	10%
2060					
700					
990					
1400					

4. Колико је:

- 99 % од 200,
- 11 % од 300,
- 5 % од 500,
- 95 % од 400?

5. Од свих књига на полици 15 % су из жанра научна фантастика и има их 45. Колико књига има на полици?

6. Ако је 45 % неког броја 540, онда колико ће бити 65 % истог броја?





МАТЕМАТИКА

1. У лабораторији се ради на истраживању лека против рака. Претпоставка је да ће лек бити ефикасан на 60 % случајева. Ако се пријавило 200 добровољаца, колико њих треба да буде успешно тестирано овим леком да би се добио репрезентативни примерак?
2. У одређеном граду, 35 % деце млађе од 18 година има алергије. У једном одељењу са 30 ученика, колико ученика са алергијом можемо да очекујемо?
3. Ако се број заражених опасним вирусом у једној земљи повећа за 30 % у односу на прошлу недељу, а прошле недеље број је износио 500, колико новозаражених има?



ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА:

На зеленој пијаци ове сезоне грашак је са попустом од 30 %, што значи да је цена смањена за 3,5 денара по килограму. Колико је износила основна вредност грашка пре попушта?



ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

У језеру има 5000 литара воде, што је 40 % капацитета језера. Колико литара воде може стане у језеро?



АКТИВНОСТ

Тема: Шта је боље применити при рачунању дела целог: разломак или проценат?

Увод: Опишите тему дебате и изложите основне концепте дела целог, разломке и проценте.

Представљање аргумената

а) О употреби разломака: Објасните зашто разломци могу да буду ефективни за рачунање дела целог и дајте примере како могу да буду корисни у различитим ситуацијама. Подржите свој аргумент примерима и илустрацијама.

б) О употреби процената: Објасните зашто проценти могу да буду ефективни за рачунање дела целог и дајте примере како могу да буду корисни у различитим ситуацијама. Подржите свој аргумент примерима и илустрацијама.

Контра аргументи:

а) Против употребе разломака: Изнесите разлоге због којих разлоци могу да буду проблематични и објасните у којим ситуацијама могу да се јаве грешке. Подржите свој аргумент примерима и илустрацијама.

б) Против употребе процената: Изнесите разлоге због којих проценти могу да буду проблематични и објасните у којим ситуацијама могу да се јаве грешке. Подржите свој аргумент примерима и илустрацијама.

Расправа: Дискусија и размена мишљења између противника дебата. Постављајте питања, коментаришите и дајте додатне доказе.

Закључак: Сумирајте аргументе и контра аргументе и објасните свој закључак. Подржите најснажнијим доказима и илустрацијама.

проценти или разломци?



НАУЧИЋЕШ:

Шта је размера.

Да делиш цело на делове у саодносy који ћеш уочити или према неком својству делова.

Да одређујеш део целог.

ИНФОРМАЦИЈА



У ужем смислу, размера је саоднос између два или више саставних делова једне целине. Сви саставни делови сачињавају целину. Саоднос дела и целине назива се део целог. У ширем смислу, размера је саоднос између две или више истородне величине.

Пример

У одељењу се гласа за избор филма за пројекцију. Ученици треба да изаберу између документарног и анимираног филма. Од њих 12 је гласало за документарни филм, а 18 је гласало за анимирани филм. Није било уздржаних ученика.

- Колико ученика је гласало за избор филма?
- Који је саоднос ученика који су гласали за документарни, према ученицима који су гласали за анимирани филм?
- Колики део ученика је гласало за документарни филм?
- Колики део ученика је гласало за анимирани филм?

Решење

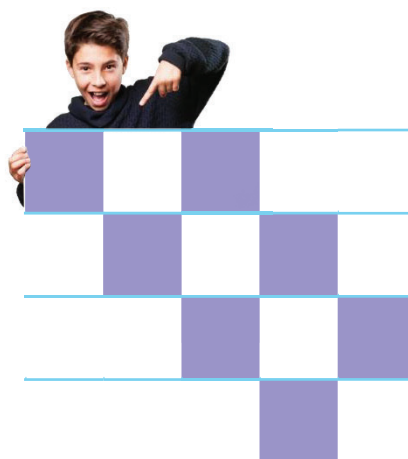
- Гласало је $12+18=30$ ученика.
- Гласови за документарни (Д) према анимираном (А) филму су 12 према 18. Записујемо $Д : А = 12 : 18$. Кажемо да је размера $12 : 18$.
- За документарни филм гласало је 12 од 30 ученика. Значи део гласова за документарни филм од свих гласова је $12 : 30$.
- Део гласова за анимирани филм је $18 : 30$.



Провери да
ли си разумео

Запиши
размером

- Број обојених према броју на необојених поља на слици.
- Део необојених поља на слици.



ИНФОРМАЦИЈА



Размера је количник два природна броја. Овај количник може да се запише и у виду разломка. Довођење овог разломка назива се упрошћавање размера.

Провери да
ли си
разумео

$$Д : А = 12 : 18 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} = 2 : 3$$

1. Претвори размере у разломке, а разломке у размере:

$$5 : 6 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\frac{7}{11} = \boxed{} : \boxed{}$$

$$8 : 14 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

2. Упрости размере:

$$4 : 6, \quad 3 : 15, \quad 12 : 64, \quad 65 : 130$$

ИНФОРМАЦИЈА



Размера која може да се упрости и њен упрошћени размер имају једнаку вредност. Ова једнакост размера назива се пропорција. Проширивањем или скраћивањем једне размере правимо пропорционално повећање или смањење величина у размери.

Пример

Ако 3 килограма јабука кошта 90 денара, онда колико денара кошта 8 килограма јабука?

Решење

Размер масе јабука је једнак са размером цене јабука. Задатак може да се реши на неколико начина:

$$3 : 8 = 90 : \square$$

а) Преко проширивања и краћења размера:

$$3 : 8 = 90 : 240$$

б) Унитарним методом, преко откривања износа јединичног дела:

- Да бисмо открили колико денара кошта 1 кг јабука, поделићемо $90 : 3 = 30$ и открићемо да 1 кг јабука кошта 30 денара.
- Да бисмо открили колико денара кошта 8 кг јабука, помножићемо $8 \cdot 30 = 240$ открићемо да 8 кг јабука стаје/кошта 240 денара.

в) Применом пропорционалног размишљања:

Број реда	Јабука (кг)	Цена (ден.)	Операција
1	3	90	
2	1	30	Ред 1 умањен 3 пута
3	9	270	Ред 1 повећан 3 пута
4	8	240	Ред 3 умањен за ред 2

Пример

Доминик жели да направи палачинке за себе и своје другове. Он ће користити рецепт своје баке, према коме, да би направило 10 палачинки потребне су му следеће намирнице:

- | | |
|---------------------------------|------------------------|
| - 1 јаје | - 100 мл газиране воде |
| - 1/2 кашичица шећера | - 150 мл млека |
| - 1/4 кашичица соли | |
| - 10 кашика брашна | |
| - мало уља за подмазивање таве. | |



По колико намирница ће бити потребно Доминику, ако он и његових 7 другова желе да поједу по а) 2, б) 3, в) 4 или г) 5 палачинки? По колико палачинки треба да има за свакога, да би Доминик имао најбољу искоришћеност намирница?

Решење

Доминик и његови другови су укупно 8 лица. Значи треба да се направе

а) 16, б) 24, в) 32 или г) 40 палачинки.

Да би се решио овај задатак најбоље је да се употреби табела за организацију решења.

Број реда	Број палачинки	Јаја (број)	Шећер (кашичица)	Со (кашичица)	Газирана вода (мл)	Млеко (мл)	Операција
1	10	1	$\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{1}{4}=0,25$	100	150	Ред 1 умањен 10 пута
2	1	0,1	0,05	0,025	10	15	Ред 1 умањен 10 пута
3	5	0,5	0,25	0,125	50	75	Ред 2 увећан 5 пута
4	16	1,6	0,75	0,4	160	240	Збир реда 1, 2 и 3
5	20	2	1	0,5	200	300	Ред 1 увећан 2 пута
6	4	0,4	0,2	0,1	40	60	Ред 3 умањен са редом 1
7	24	2,4	1,2	0,6	240	360	Ред 5 увећан са редом 6
8	32	3,2	1,5	0,8	320	480	Ред 4 увећан 2 пута
9	40	4	2	1	400	600	Ред 6 увећан 10 пута

Најбоља искоришћеност намирница постићи ће се са 40 направљених палачинки. Свако ће добити по 5 палачинки.



Провери да
ли си

1. Када Сандра вози свој бицикл на кеју, за 60 минута прелази 18 километара, када вози у саобраћају, за 1 сат прелази 12 километара, а када вози на брзо за 10 минута прелази 1,2 километар. Знајући ово попуни табел:



ТЕМА 1

На кеју	
Време (мин.)	Растојање (км)
5	
10	
30	
45	
60	18

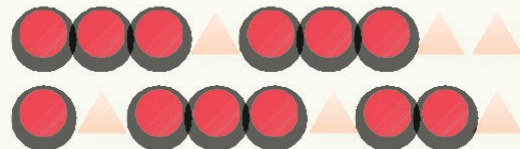
У саобраћају	
Време (мин.)	Растојање (км)
0,5	
1	12
3	
4,5	
8	

На брду	
Време (мин.)	Растојање (км)
10	1,2
15	
30	
45	
60	

Вежбај

1. Разгледај цртеж десно и затим:

- Одреди размеру троуглова према круговима.
- Запиши размеру упрошћеном формом.



2. За време еколошке акције у школском дворишту засађено је 36 стабала зимзеленог дрвећа и 24 стабала листопадног дрвећа.

- Колико стабала је засађено?
- Која је размера листопадног према зимзеленом дрвећу?
- Колики је део зимзеленог дрвећа?
- Колики је део листопадног дрвећа?



3. У једном одељењу ученици тренирају три спорта: фудбал, рукомет и одбојку. Њихов број је дат у табели. Одреди следеће размере:

- а) мушки : женски
 б) одбојкашице : одбојкаши
 в) фудбал : одбојка
 г) одбојка : рукомет

	Фудбал	Рукомет	Одбојка
Мушки	5	6	4
Женски	0	5	8

4. Допуни пропорцију

$$32 : \boxed{} = 12 : 24, \quad 30 : 36 = 5 : \boxed{}, \quad \boxed{} : 6 = 4 : 3, \quad 12 : 18 = \boxed{} : 6$$

5. Један аутомобил за 12 часа прелази 720 километара. Колико километара ће прећи за 15 часова, крећући се истом брзином?

6. На поду су поређане црне и беле плочице у размери 3 : 4. Колико црних плочица је поређано ако знаш да је белих 56?



7. Тета Маја прави веома укусне и здраве колаче. Њен рецепт за 4 особе састоји се од:

- 100 гр бисквити/кекса
- 100 гр шећера у праху
- 50 гр млевених лешњака
- 50 гр сувих шљива
- 1 кашике меда
- 1/2 кашичице цимета
- 2 црне чоколаде

Опредили која количина ће бити потребна ако треба да направи колачиће за 15 особа?



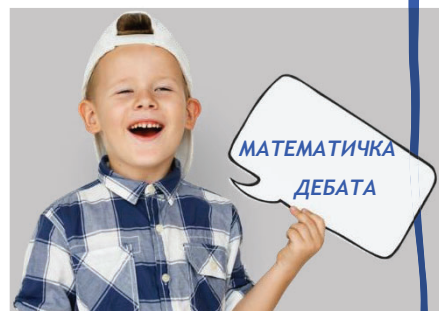
АКТИВНОСТ

Тема: Да ли сви предмети имају исту размеру између дужине, ширине и висине?

Супротстављени ставови:

- 1: Да, секој предмет има исту размеру између дужине, ширине и висине, јер су произведени истом технологијом и прате исте стандарде за димензију.

АКТИВНОСТ СЕ НАСТАВЉА...



АКТИВНОСТ (се наставља)

2: Не, различити предмети имају различите пропорције између дужине, ширине и висине, јер се производе за различите намене и треба да испуњавају различите стандарде за димензију.

Неколико могућности за аргументе:

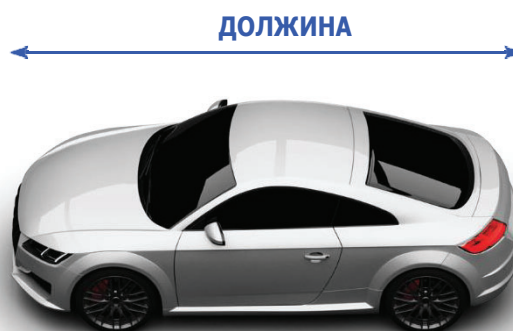
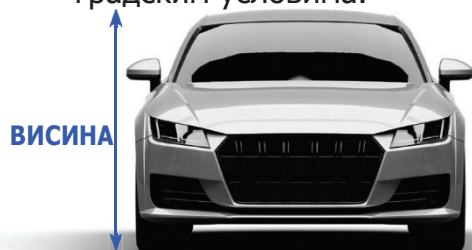
За:

- Све књиге имају приближно исту размеру, јер мора да имају довољно велику површину за текст и довољно малу дужину да може да се чита са лакоћом.
- Све кутије за храну имају приближно исту размеру димензија, јер мора да буду компактни да могу да се ставе у фрижидер или да се лако преносе.
- Сви бицикли имају приближно исту размеру, јер мора да буду балансирани и да се возе лако и стабилно.

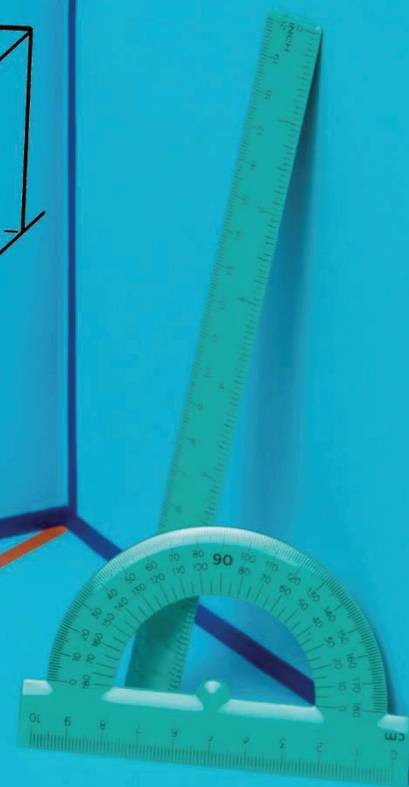
Против:

- Компјутери имају различите пропорције између дужине, ширине и висине, јер треба да испуне различите потребе и да буду дизајнирани за различите врсте корисника.
- Намештај има различите пропорције између дужине, ширине и висине, јер треба да се прилагоди различитим просторијама и различитим потребама корисника.
- Аутомобили имају различите пропорције између дужине, ширине и висине, јер треба да се прилагоде различитим потребама возача и различитим условима пута.

На пример, аутомобили са већом дужином могу да понуде више простора за путнике и пртљаг, али могу да буду издржљивији за паркирање или маневрисање у градским условима. Слично, аутомобили са већом ширином могу да буду стабилни при вожњи високом брзином, али могу да имају мање просторе за паркирање или маневрисање у градским условима.



2

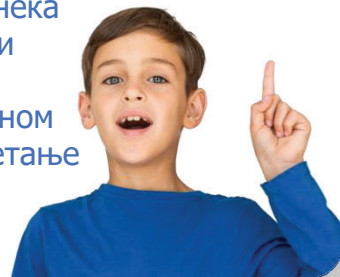


Геометрија

Тема Геометрија



У теми Геометрија продубићеш знања о 2Д облицима у равни (дуж, угао, круг, многоугао) и 3Д облицима у простору (призма, пирамида и цилиндар). Сви објекти у твом свакодневном окружењу су нека врста геометријског облика. Различити геометријски облици имају своја својства. Њихово познавање омогућава да прецизно конструишемо и решавамо проблеме у свакодневном контексту. Архитектура, дизајнирање, графички дизајн, кретање робота – примењују геометрију. За успешан рад потребан ти је геометријски прибор.



РЕЗУЛТАТИ УЧЕЊА

1. да решаваш проблеме из свакодневног контекста употребом појмова дуж и угао;
2. да користиш појмове кружница, круг, узајамни положај кружнице са тачком, права и кружница, у свакодневном контексту;
3. да решаваш проблеме из троугла употребом појмова: ортоцентар, тежиште, уписана и описана кружница и збир углова у троуглу;
4. да описујеш и црташ мреже 3Д облика (призма, пирамида и цилиндар);
5. да користиш промену положаја многоугла са осном симетријом, транслацијом или ротацијом за 90° око једног његовог темена у свакодневном контексту.

СОДРЖИНИ

1. Дуж и угао
2. Круг
3. Многоугао
4. Веза између 2Д и 3Д облика
5. Положај смер и кретање



Појмови:

Симетрала дужи, симетрала угла, графичко и аритметичко сабирање дужи, суседни углови, упоредни углови, унакрсни углови, комплементни и суплементни углови, кружница, центар кружнице, круг, радијус, дијаметар, тетива, број дијагонала многоугла, висина троугла, ортоцентар, тежишна линија, тежиште, симетрала угла и симетрала стране код троугла, уписана и описана кружница, унутрашњи и спољашњи углови троугла, мрежа цилиндра, центар ротације, угао ротације, оригинал, слика

НАУЧИЋЕШ:

- Да одређујеш и да упоређујеш дужину дужи.

Шта је дуж?

Дуж је део праве ограничен са две крајње тачке.

Дужи могу да се означавају и малим латиничним словима (a, b, c, d, e, f,...).

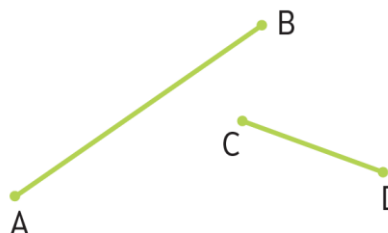


Дужину дужи $\overline{PQ}$ можемо три пута да нанесемо на дужину дужи $\overline{AB}$. Можемо да кажемо да мерни број дужине дужи $\overline{AB}$ у односу на дужину дужи $\overline{PQ}$ је 3 или кратко пишемо:

$\overline{AB} = 3 \overline{PQ}$ или $\overline{AB} > \overline{PQ}$

Пример

Нацртај произвољне дужи AB и CD, измери њихове дужине и упоређи их.



$\overline{AB} = ?$

$\overline{CD} = ?$

Решење

Меримо дужи AB и CD лењиром, $\overline{AB} = 4$ цм, $\overline{CD} = 2$ цм записујемо $\overline{AB} > \overline{CD}$.

Провери да
ли си
разумео

Нацртај произвољне дужи $\overline{MN}$ и $\overline{FG}$, измери их и упоређи њихову дужину.

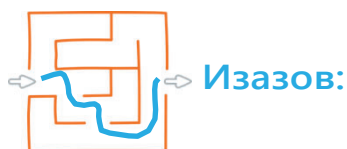
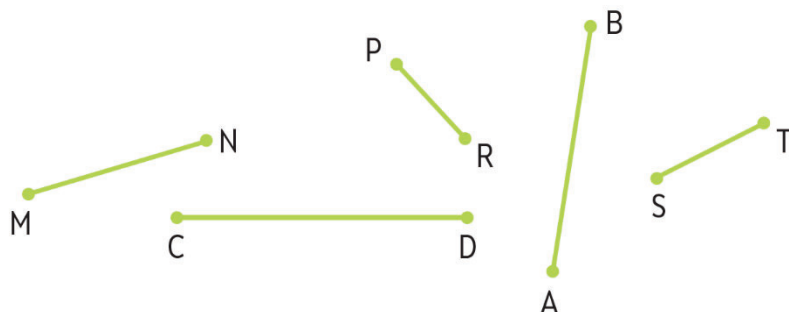
Вежбај

1. Нацртај произвољну дуж MN, измери је лењиром и запиши њену дужину.

2. Нацртај дуж $\overline{AB} = 7$ цм.

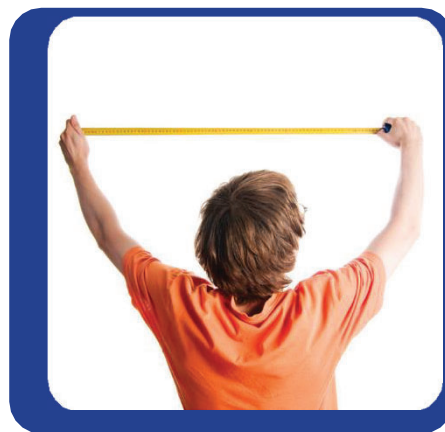


3. Измери дужину дужи на цртежу, запиши дужине дужи и упореди их. Која дуж има највећу дужину, односно која дуж има најмању дужину?



Изазов:

1. Помоћу конца измери и упореди дужину са ширином пода у твојој учионици.
2. Измери дужину неколико предмета у учионици, запиши њихову дужину и упореди измерене дужине.



НАУЧИЋЕШ:

Да сабираш и да одузимаш дужи (графички и аритметички).



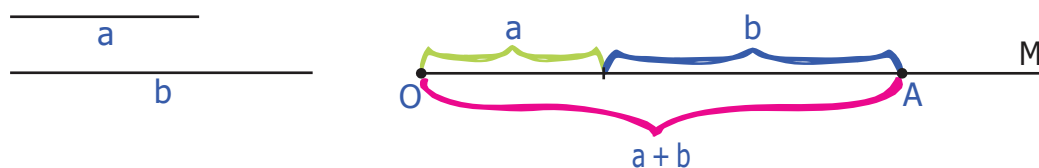
Графичко сабирање и одузимање дужи ради се цртањем. Име долази од грчке речи „grafo“ - пишем, цртам.

Пример

Сабери дужи a и b (графички).

Решење

На слици су представљене дужине дужи a и b . На полуправи OM из тачке O преносимо дужине дужи a и b тако што их надовезујемо једну до друге и тако добијамо дужину OA тј. добили смо графички збир дужи a и b .



Записујемо $\overline{OA} = a + b$

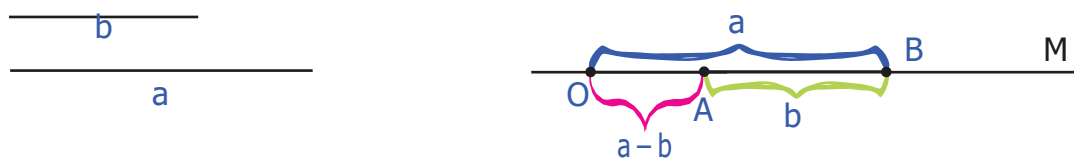
Напомена: На исти начин можемо да саберемо три или више дужи.



a. Одузми дужи a и b (графички).

Решење

На слици су представљене дужине дужи a и b . На полуправи OM из тачке O преносимо дужину дужи a , затим преносимо дужину дужи b из крајње тачке дужи a , тако што крај дужи a је почетак дужи (преносимо са десна на лево) и тако добијамо дужину дужи OA или смо добили графичку разлику дужи a и b .



Записујемо $\overline{OA} = a - b$

6. Дате су дужи $\overline{AB} = 5$ цм и $\overline{MN} = 2$ цм, да израчунамо аритметички њихов збир и разлику.

Решење

$$\overline{AB} + \overline{MN} = 5 \text{ цм} + 2 \text{ цм} = 7 \text{ цм}$$

$$\overline{AB} - \overline{MN} = 5 \text{ цм} - 2 \text{ цм} = 3 \text{ цм}$$

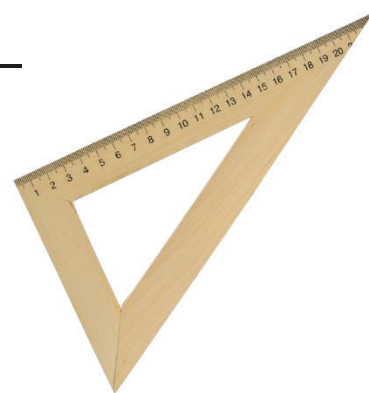
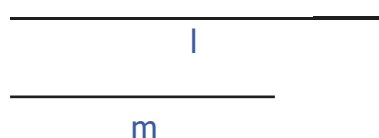
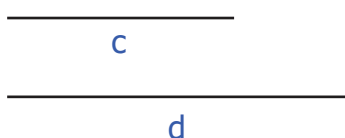
1. Одреди збир или разлику дужи на слици, графички:

а) $d - c$

б) $c + d$

в) $m + l$

г) $l - m$



2. Дате су дужи $\overline{AB} = 9$ цм и $\overline{MN} = 6$ цм.
Израчунај збир и разлику дужи $\overline{AB}$ и $\overline{MN}$.

а) графички

б) аритметички

Вежбај

1. Нацртај две произвољне дужи f и g . Израчунај њихов збир графички и аритметички.



НАУЧИЋЕШ:

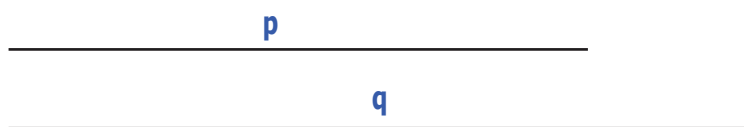
Да црташ паралелне и нормалне праве геометријским прибором.



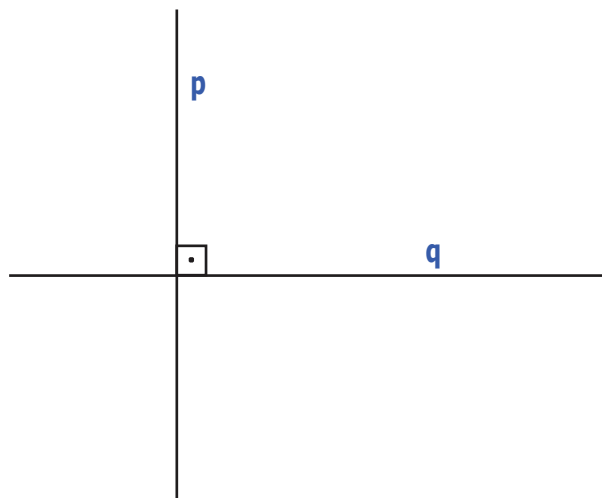
Праве p и q које немају заједничку тачку називају се

паралелне праве и означавамо их

$p \parallel q$, (читамо права p је паралелна са правом q),
знак $\parallel$ - чита се: „**је паралелан са**“.



Праве p и q које се секу и формирају угао од 90° са темењом у пресечној тачки називају се **нормалне праве** и означавамо их $p \perp q$, знак $\perp$ - се чита: „**је нормалан са**“.

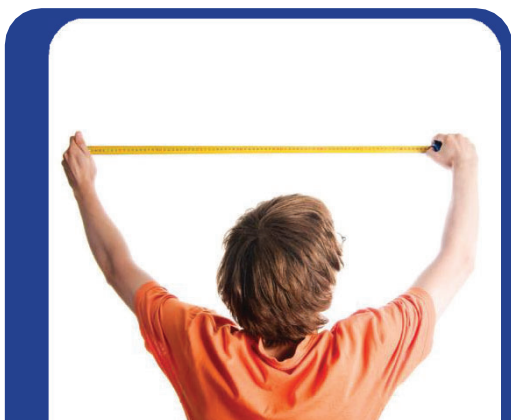
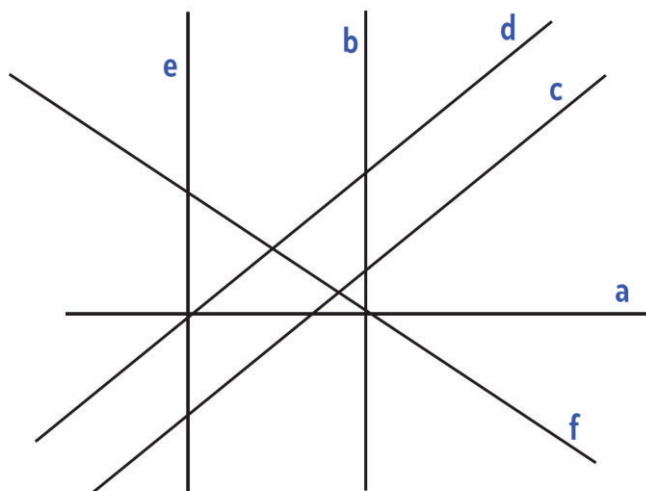
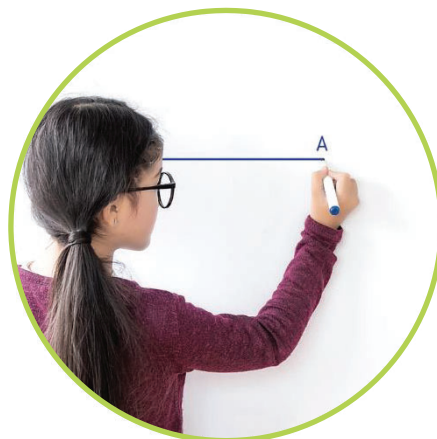
**Напомена**

Да бисмо нацртали паралелне праве можемо да користимо два троугла.

Да бисмо нацртали нормалне праве користимо троугао, који постављамо правим углом у одређеној тачки из једне праве и цртамо другу праву.

Вежбај

1. За које праве кажемо да су паралелне праве?
2. За које праве кажемо да су нормалне праве?
3. Ако су праве a и b паралелне праве, како их означавамо?
4. Ако су праве a и b нормалне праве, како их означавамо?
5. Нацртај произвољну праву a , затим помоћу троугла, нацртај праву b која е нормална њој.
6. Нацртај произвољну праву a , затим нацртај неколико права које су паралелне њој.
7. Према цртежу определи:



Паралелне праве су:
Нормалне праве су:

НАУЧИЋЕШ:

- Да дефинишеш и да црташ симетралу дужи.

Симетрала дужи је права s која преполовљува дуж $\overline{AB}$ нормална је њој.

Пример

Нацртај симетралу дужи AB .

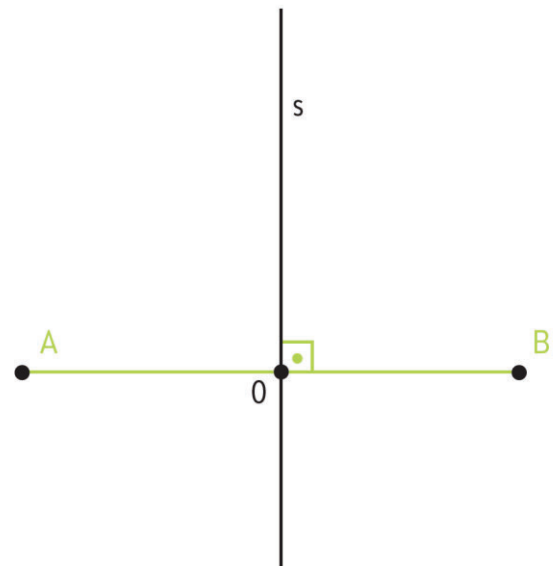
Решење

Цртамо дуж $\overline{AB}$. Одређујемо средњу тачку O на дужи $\overline{AB}$, помоћу лењира.

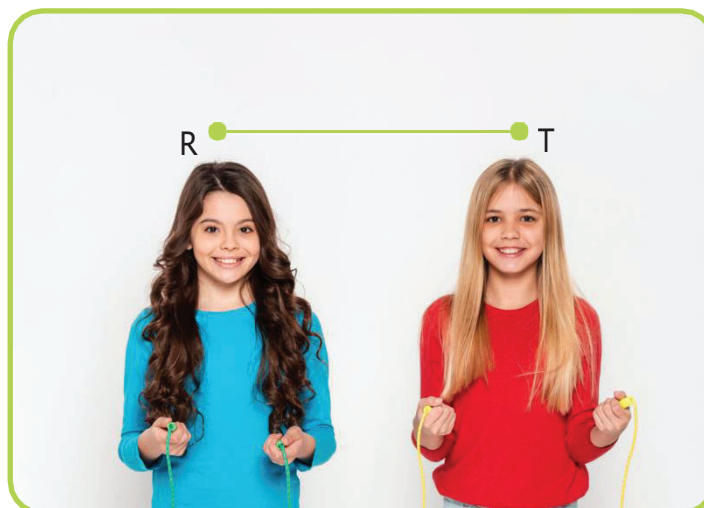
Кроз тачку O провлачимо праву s , нормалну дужи AB (са правим углом троугла). Права s дели дуж $\overline{AB}$ на два једнака дела и нормална је дужи $\overline{AB}$.

$$\overline{AO} = \overline{OB} \text{ и } s \perp \overline{AB}$$

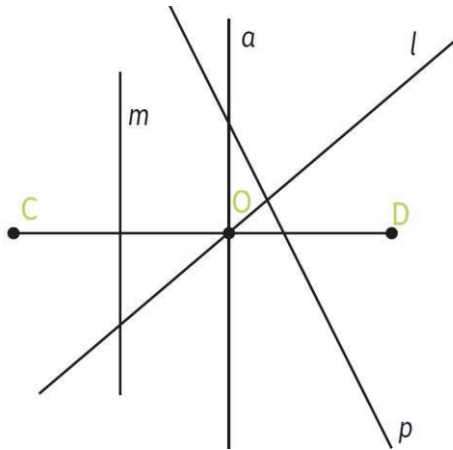
Праву s називамо **симетрала** дужи $\overline{AB}$.



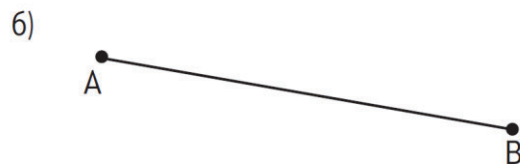
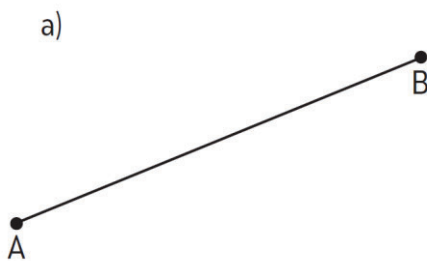
1. Шта је симетрала дужи?
2. Нацртај произвољну дуж MN , а затим нацртај њену симетралу.
3. Нацртај дуж $\overline{RT} = 7$ цм, а затим нацртај њену симетралу.



4. Која од права на цртежу је симетрала дужи CD?



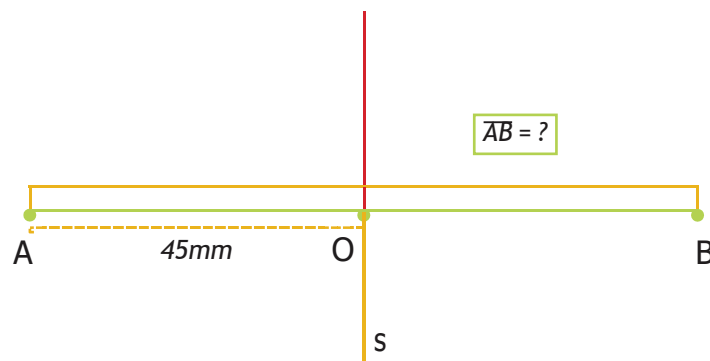
5. На дужима на цртежу, нацртај њихове симетрале.



6. Нацртај дуж $\overline{HT} = 52$ мм, а затим нацртај њену симетралу.

7. Симетрала s сече дуж $\overline{MN} = 3$ цм у тачки A. Нацртај симетралу s дужи $\overline{MN}$. Колика је дужина $\overline{MA}$ и $\overline{AN}$?
Шта примећујеш?

8. Симетрала s сече дуж $\overline{AB}$ у тачки O, тако што $\overline{AO} = 45$ мм.
Израчунај дужину дужи $\overline{AB}$.



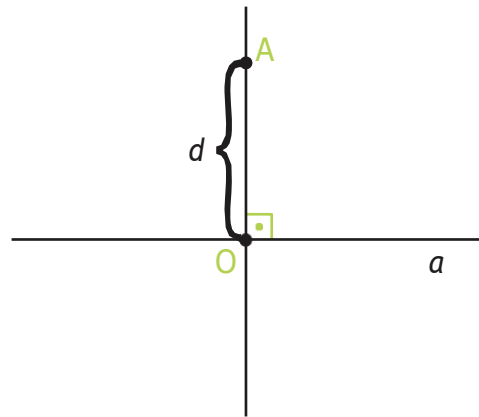
НАУЧИЋЕШ:

- Да одређујеш растојање од тачка до праве.

Да одредимо растојање од тачке A до праве a , така да тачка A не припада правој a . Повлачимо нормалу на правој a која пролази кроз тачке A . Тачка O је тачка у којој се секу две нормалне праве.

Онда d представља најкраћи пут из тачака A до праве a и назива се растојање из тачке A до праве a . Означавамо са:

$$d = \overline{OA}.$$



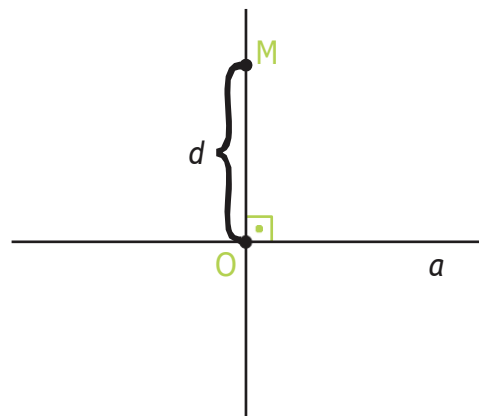
Пример

Одреди растојање од праве a до тачке M .

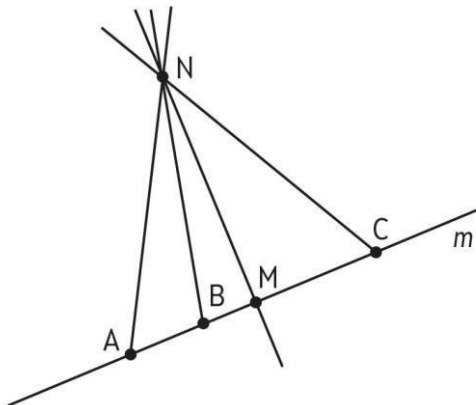
Решење

Помоћу правог угла троугла повлачимо праву s из тачке M до праве a . Права s сече праву a у тачки O . Дуж $\overline{OM}$ је растојање од праве a до тачке M .

$$\overline{OM} = 4 \text{ cm}.$$

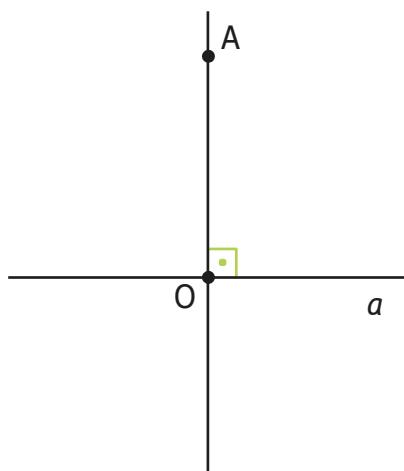


1. Која од дужи на цртежу је растојање од праве m до тачке N ?

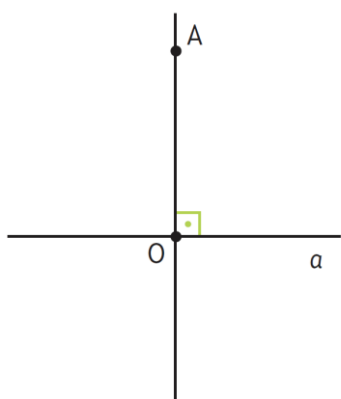




2. Измери растојање из тачке A до праве a .

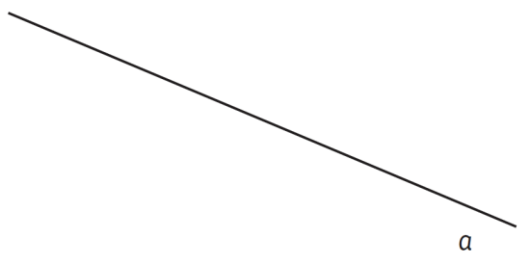


3. Нађи растојање из тачке M до праве a .



4. Нађи растојање из тачке M до праве a .

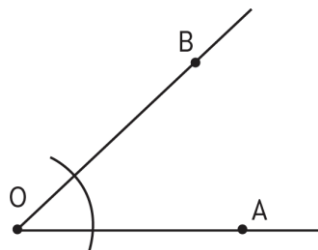
M



НАУЧИТЕШ:

- Да читаш, да бележиш и да именујеш елементе угла.

Полуправе OA и OB деле раван на два дела. За сваки од ових делова кажемо да је ограничен полуправама.

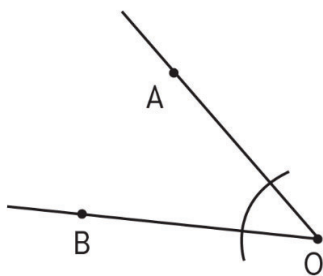


Геометријска фигура састављена од две полуправе са заједничким почетком и делом равни који је ограничен њима назива се **угао**.

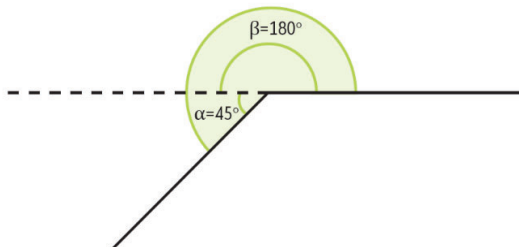
Полуправе OA и OB називамо **краци угла**, а њихов заједнички почетак O називамо **теме** угла.

Углови могу да буду конвексни и неконвексни.

Пример конвексног угла



Пример неконвексног угла

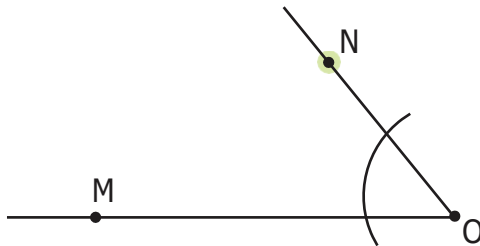


Углове означавамо на више начина: $\angle AOB$, $\angle 1$, $\angle M$, α .

Напомена: Ако смо угао означили са три слова, онда се слово које означава теме ставља у средину.

Пример

Запиши и именуј угао MON и његове елементе.

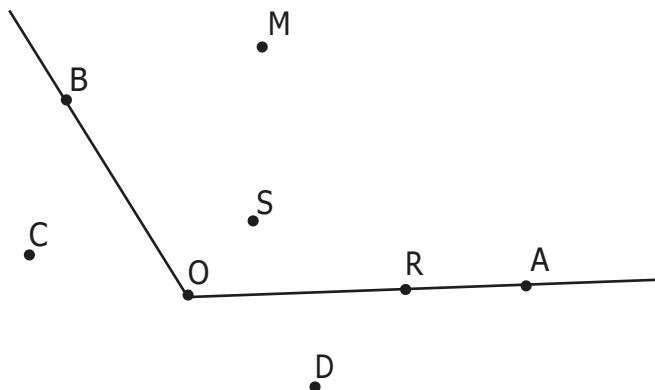


Решење

$\angle MON$ краци: OM и ON , теме O

Задатак:

Запиши и именуј угао MON и његове елементе.

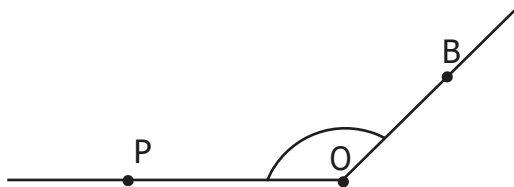


Напомена: Ако је угао означен грчким словима α (алфа), β (бета), γ (гама) и δ (делта), онда се ознака за угао $\angle$ се изоставља.

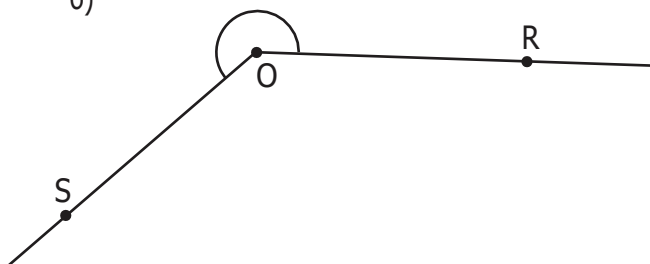
Вежбај

1. Дефиниши угао.
2. Дефиниши краке угла и теме угла.
3. Како означавамо углове?
4. Запиши и именуј сваки угао и његове елементе.

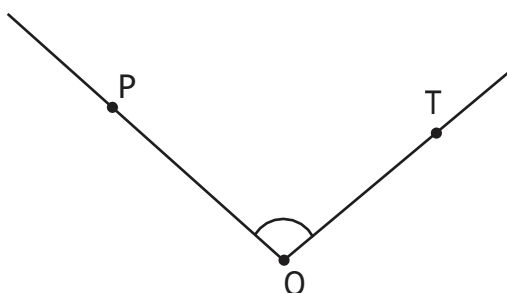
а)



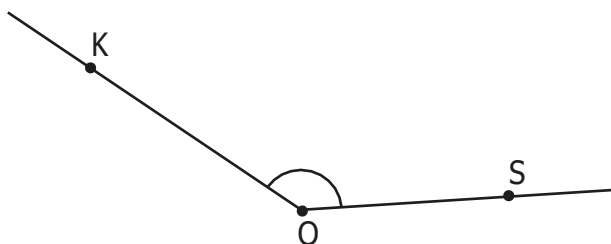
б)



в)

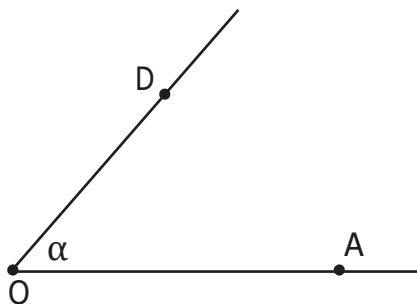


г)



5. Означи теме $\angle PRS$, и који су краци $\angle PRS$?

6. На цртежу је дат угао α , означи тачке које O значи припадају и које не припадају углу.



ВРСТЕ УГЛОВА

2

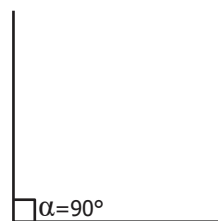
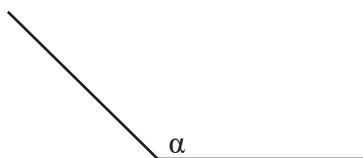
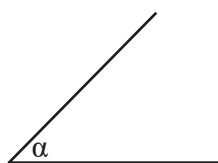
НАУЧИЋЕШ:

Да препознајеш и да разликујеш: суседни, напоредне и унакрсне углове.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

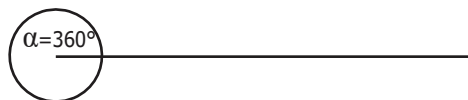
Који од углова на слици је прави угао, који је оштар угао и који је туп угао?



Угао који има 180° називамо раван угао.



Угао који има 360° називамо пуни угао.



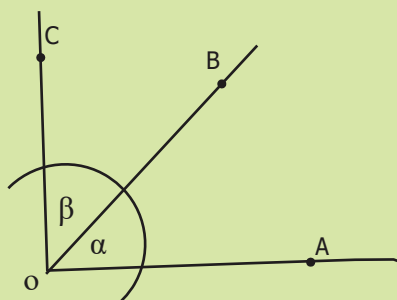
Два угла који имају заједнички крак и немају заједничке унутрашње тачке називају се **суседни углови**. Краци који нису заједнички за оба угла називају се **спољни краци** суседних углова.

пример 1

Нацртај два суседна угла, угао АОВ и угао ВОС.

Који је заједнички крак углова АОВ и ВОС?

Решење:



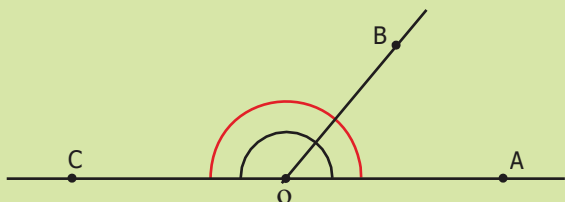
Заједнички крак углова АОВ и ВОС је ОВ.

Два суседна угла чији спољни краци образују праву називају се **напоредни углове**.

пример 2

Нацртај два напоредна угла, угао AOB и угао BOC.

Решење:

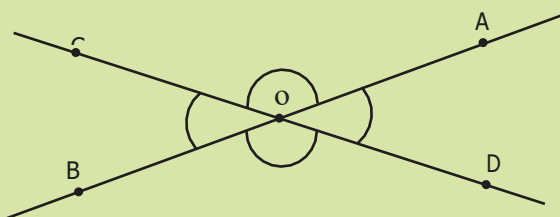


За два угла кажемо да су **унакрсни углови** ако њихови краци образују две праве.

пример 3

Нацртај унакрсне
углове.

Решење:



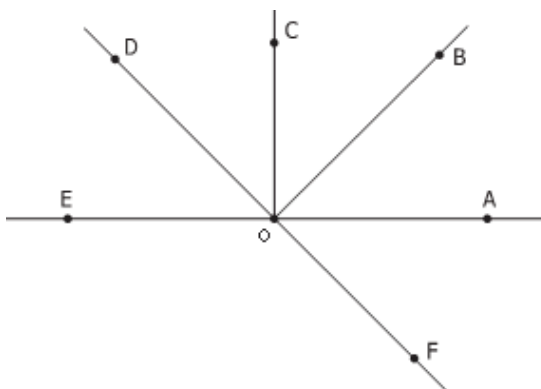
Значи две праве које се секу образују два пара унакрсних углова, који су једнаки међу собом. Из слике гледамо да је

$$\angle AOC = \angle BOD \text{ и}$$

$$\angle BOC = \angle AOD.$$

Вежбај

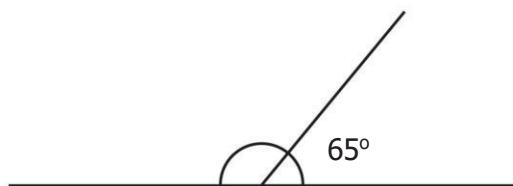
1. Које углове називамо суседни углови?
2. Које углове називамо напоредни углови?
3. Које углови називамо унакрсни углови?
4. Из цртежа одреди суседне, напоредне и унакрсне углове.



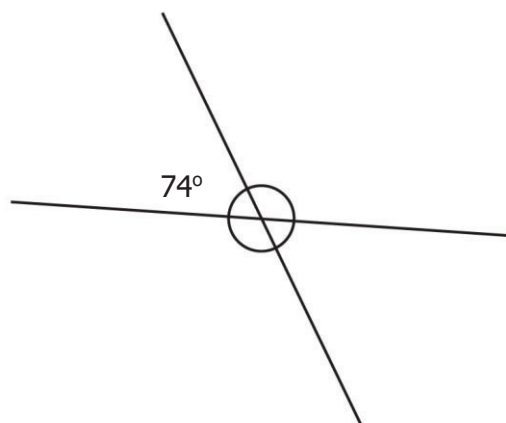
1. Нацртај унакрсне углове, измери и запиши углове. Шта примећујеш?

2. Израчунај непознате углове:

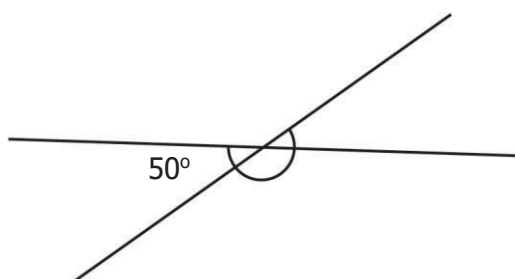
а)



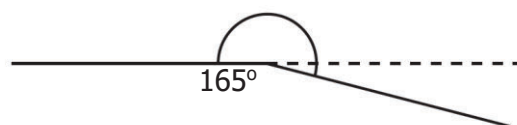
б)



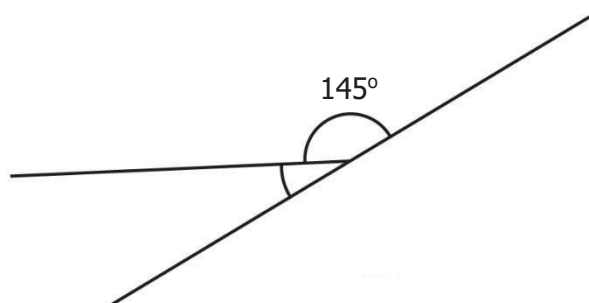
в)



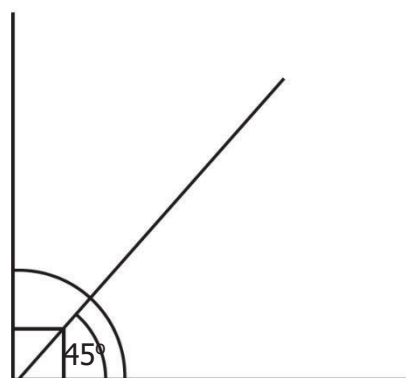
г)



д)



е)



НАУЧИТЕШ:

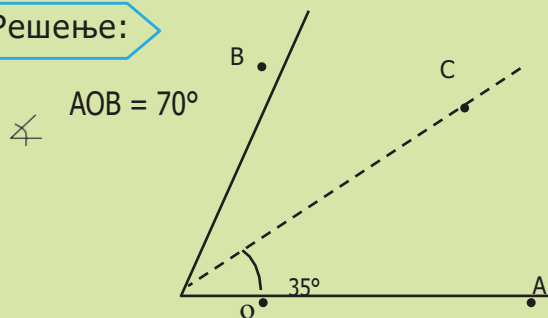
да дефинишеш и да црташ симетралу угла.

Полуправа која дели један угао на два једнака угла, назива се **симетрала угла**.

пример 1

Нацртај симетралу $\angle AOB = 70^\circ$.

Решење:



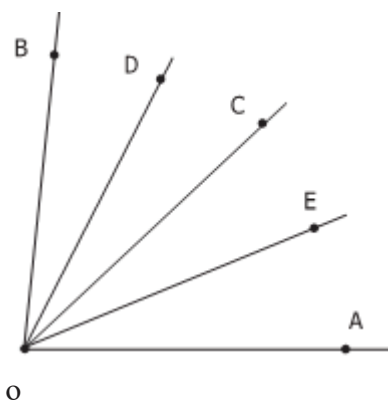
Цртамо угао $\angle AOB = 70^\circ$.
Момоћу угломера
повлачимо полуправу OC ,
тако што полуправом
делимо угао на два једнака
дела.

$$\angle AOC = \angle BOC$$

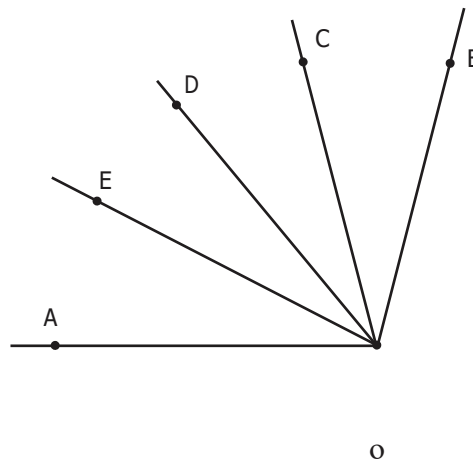
Вежбај

1. Шта је симетрала угла?
2. Помоћу угломера провери која полуправа је симетрала угла AOB .

а)



б)



3. Нацртај угао $\angle MON = 90^\circ$ а затим нацртај његову симетралу.
4. Нацртај угао $\angle SOL = 130^\circ$ а затим нацртај његову симетралу.
5. Нацртај произвољни оштар угао $\angle POR$ а затим нацртај његову симетралу.
6. Ако је полуправа OC симетрала $\angle AOB$. Онда колико степени има $\angle AOC$?

НАУЧИЋЕШ:

- ▶ да процењујеш величину угла и да провераваш процену угломером
- ▶ да нацрташ угао једнак датом углу.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ



Углови могу да се мере.

Направа којом се мере углови назива се **угломер**.

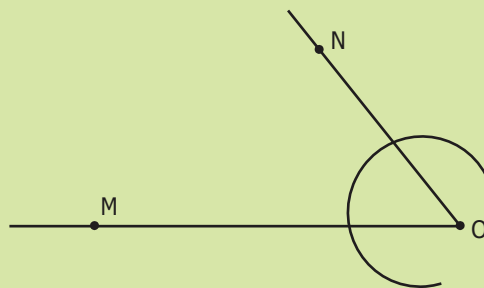
Угломер је справа у облику полукруга, који је подељен на 180 једнаких подељака и сваки подељак се назива **степен**. Овом справом могу да се мере углови величине од 0° до 180° (чита се 180 степени).

пример 1

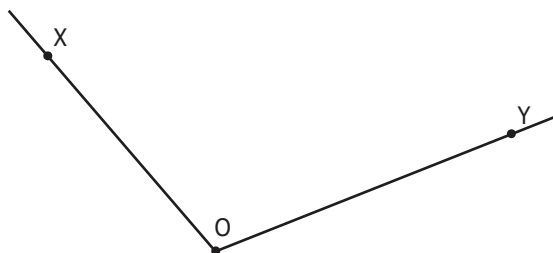
Измери угао MON помоћу угломера.

Решење:

Угломер постављамо тако што његов центар треба да се поклопи са теменом O, један крак да се поклопи са 0° или 180° , а са скале читамо број који се поклапа са другим краком. Записујемо $\angle MON = 60^\circ$ или $\alpha = 60^\circ$.



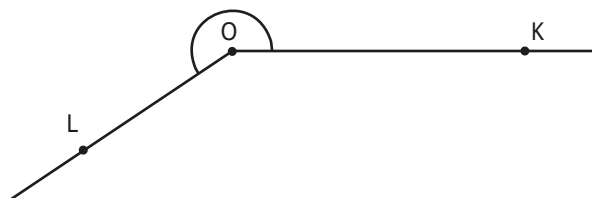
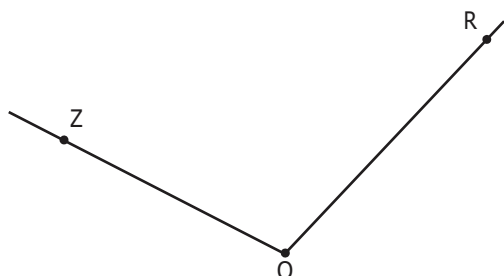
1. Процени величину угла XOY а затим провери процену угломером.



Напомена:

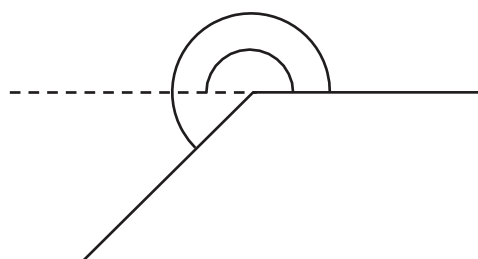
Прво процењујемо величину угла и записујемо процену. Затим меримо угао угломером, резултат упоређујемо са проценом.

2. Процени величину углова а затим провери процену угломером. (конвексни и неконвексни).



Упутство:

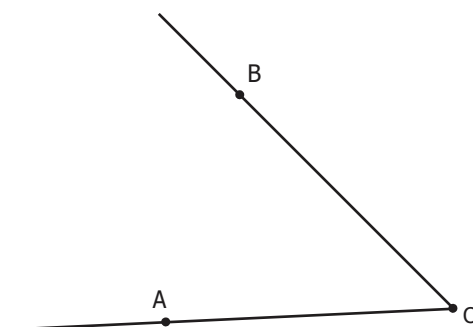
Неконвексни угао меримо тако што најпре налазимо угао од 180° и додајемо преостали оштар угао, као на слици.



3. Нацртај угао MON, једнак датом.

Упутство:

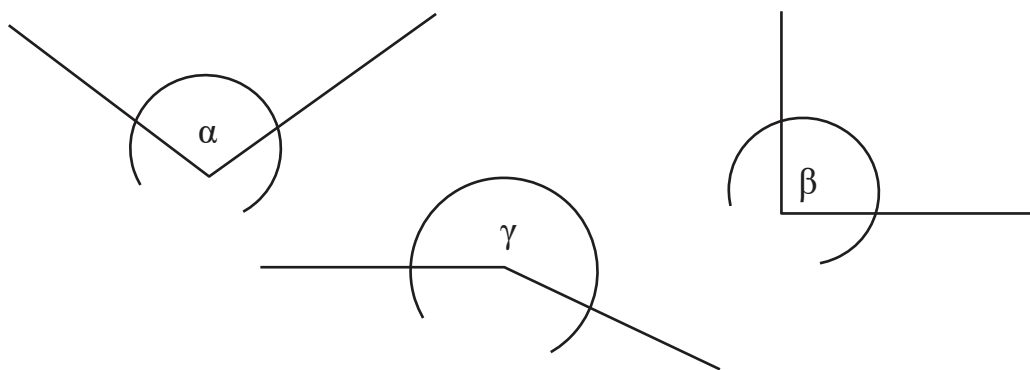
Да бисмо нацртали угао једнак датом углу AOB, треба најпре да нацртамо једну полуправу OM која је паралелна са краком OA. Затим постављамо угломер тако што се центар угломера поклапа са теменом O и основна линија угломера да се поклопи са полуправом OM. Други крак угла цртамо повезујући тачку N угломера што нам показује величину угла AOB са теменом O угла. Тако добијамо крак ON.



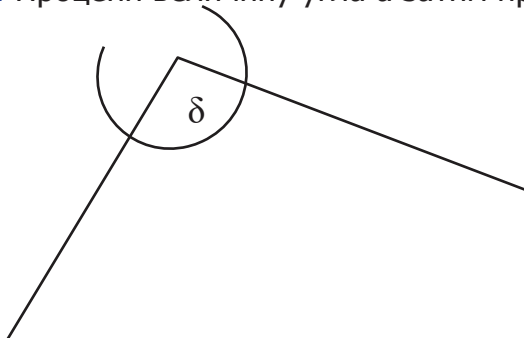
Углови који имају једнаке величине називају се **једнаки углови**.

Вежбај

1. Којом мерном јединицом се мере углови?
2. Којом направом се мере углови?
3. За која два угла кажемо да су једнаки углови?
4. Измери углове на цртежу и одреди који угао има највећу вредност.



5. Процени величину угла а затим провери процену угломером.



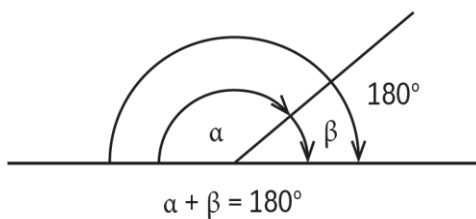
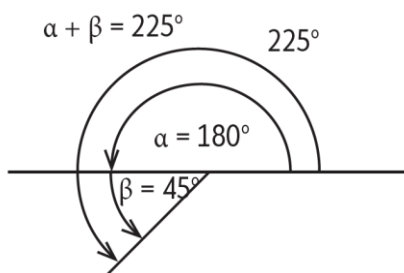
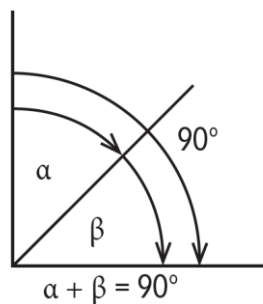
6. Нацртај угао од 40° , 38° , 105° , 165° .
7. Нацртај произвољни угао DOC, а затим нацртај угао KLM једнак датом.
8. Нацртај угао од 37° и угао од 125° .
9. Нацртај:
 - а) један оштар угао,
 - б) једен туп угао.

САБИРАЊЕ УГЛОВА

НАУЧИЋЕШ:

- Да сабираш углове (графички и аритметички).

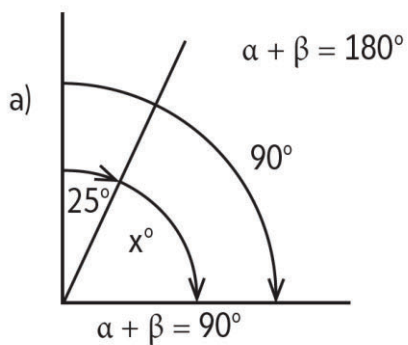
Објашњење



$$\alpha + \beta = 180^\circ, \alpha = 180^\circ - \beta, \beta = 180^\circ - \alpha$$

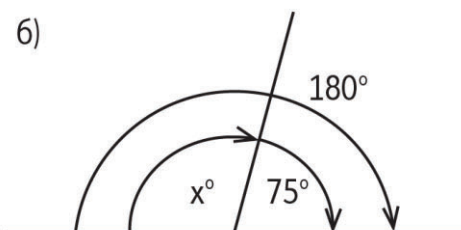
Пример

Израчунај непознати угао.



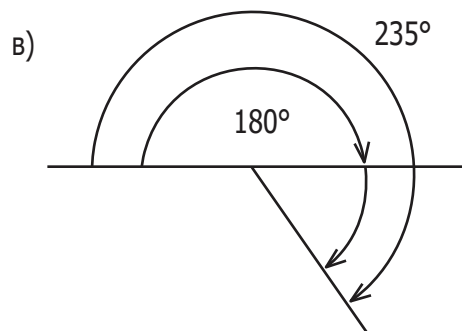
Решење

$$x + 25^\circ = 90^\circ, x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$



Решење

$$x + 75^\circ = 180^\circ, x = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

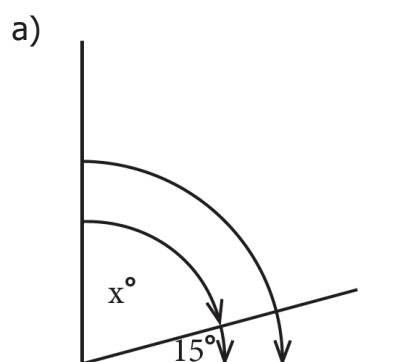


Решење

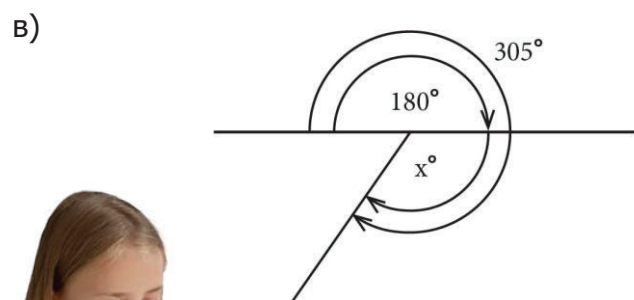
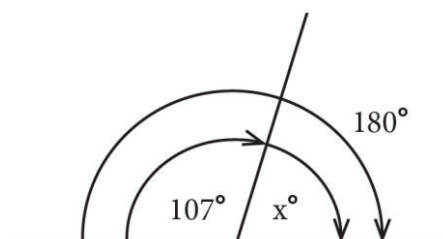
$$x + 180^\circ = 235^\circ, \quad x = 235^\circ - 180^\circ = 55^\circ$$

Вежбај

1. Израчунај непознати угао.



б)



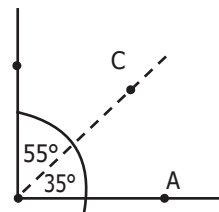
КОМПЛЕМЕНТНИ И СУПЛЕМЕНТНИ УГЛОВИ

НАУЧИТЕШ:

да објашњаваш који углови су комплементни, а који суплементни.

Ако је збир два угла 90° , онда кажемо да су ти углови **комплементни углови**.

$\angle AOC$ и $\angle COB$ су комплементни углови.



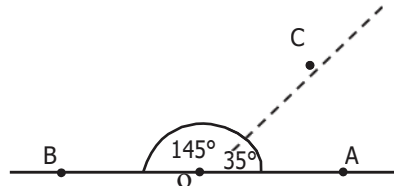
пример 1

Ако је $\alpha = 50^\circ$, колики је његов комплементан угао β ?

Решење: Ако је $\alpha = 50^\circ$, онда је његов комплементни угао $\beta = 40^\circ$.
Значи $\alpha + \beta = 90^\circ$

Ако је збир два угла 180° , онда кажемо да су ти углови **суплементни углови**.

$\angle AOC$ и $\angle COB$ су суплементни углови



пример 2

Ако је $\alpha = 120^\circ$, колики је његов суплементни угао β ?

Решење: Ако је $\alpha = 120^\circ$, онда је његов суплементни угао $\beta = 60^\circ$.
Значи $\alpha + \beta = 180^\circ$

Вежбај

1. Које углове називамо комплементни углови?
2. Које углове називамо суплементни углови?
3. Који од датих парова углова су комплементни, а који суплементни углови?
а) $\alpha = 115^\circ$, $\beta = 65^\circ$; б) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 80^\circ$; в) $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 70^\circ$; г) $\alpha = 150^\circ$, $\beta = 30^\circ$.
4. Какав угао формирају комплементни углови?
5. Какав угао формирају суплементни углови?
6. Ако је $\alpha = 45^\circ$, колики је његов комплементни угао β ?
7. Ако је $\alpha = 98^\circ$, колики је његов суплементни угао β ?



8. Који од датих парова углова су комплементни?

a) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 80^\circ$; **б)** $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 75^\circ$; **в)** $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 70^\circ$; **г)** $\alpha = 48^\circ$, $\beta = 42^\circ$.

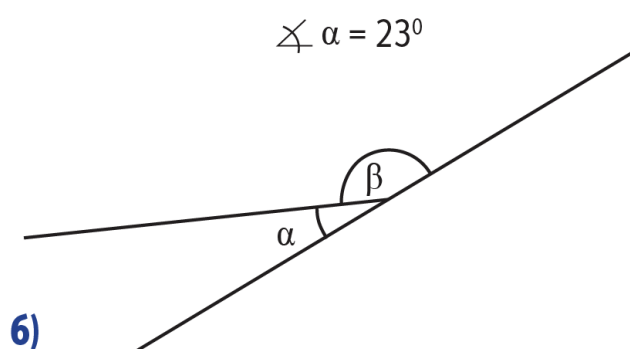
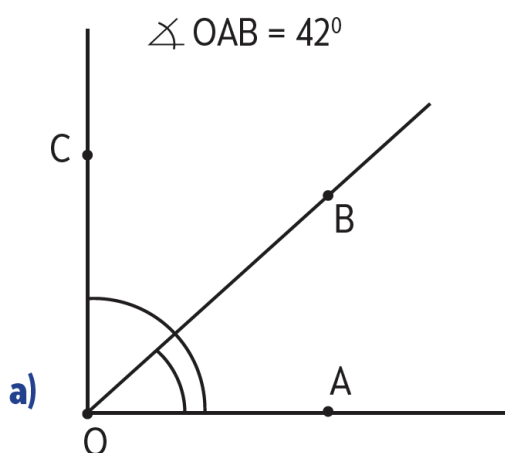
9. Који од датих парова углова су суплементни?

a) $\alpha = 132^\circ$, $\beta = 48^\circ$; **б)** $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 80^\circ$; **в)** $\alpha = 77^\circ$, $\beta = 113^\circ$; **г)** $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 144^\circ$.

10. Да ли су два напоредна угла увек суплементни углови? Објасни!

11. Нацртај један оштар угао, а затим његов суплементни угао.

12. Одреди непознати угао ако је:



13. Да ли могу суплементни углови да буду:

a) два оштра угла; **б)** два тупа угла; **в)** два права угла; **г)** један туп и један оштар угао?





**РЕШЕЊА
ЗАДАТАКА**

Тема: Број

ПРИМЕНА РИМСКИХ ЦИФАРА / 4. Написано је 7.8. 1849. година

ПОДРЕЂИВАЊЕ И ПОРЕЂЕЊЕ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА / 6. Допуни низ а) -400 , -300 , -200 , -100 , 0 , 100 , 200 , 300 , 400 , 500 ; б) --1500,-1000 , -500,0 , 500 , 1000, 1500,2000, 2500, 3000; в) -6750, -6754,-6758 , -6762, -6766 , -6770, -6774, -6778, -6782, -6786.

НИЗОВИ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА / 4. Настави низ : / д) 1000,100,10,0;0,1;0,01;0,001. / ђ) 0,07; 0,7; 7;70,700,7000,70000,700000.

БРОЈАЊЕ У РАЗЛОМЦИМА И ДЕЦИМАЛНИМ БРОЈЕВИМА / 8 . Допуни низ / а) 6,5 ; 8,5 ; 10,5; 12,5 , 14,5 ; 16,5; 18,5 , 20,5 , 22,5 , 24,5 ;/б) 3,1;10,1 ;17,1;24,1;31,1;38,1; 45,1; 52,1; 59,1; 66,1; / в) 25,2; 20,2;15,2; 10,2;5,2; 0,2 ; -5,2; -10,2; -15,2; -20,2; -25,2. / г) 13/100, 25/100, 37/100, 49/100, 61/100,73/100,85/100.

МЕСНА ВРЕДНОСТ ЦИФАРА У ДЕЦИМАЛНОМ БРОЈУ / 9. а) 1234,567; б) 12345,67

Месне вредности се повећавају или смањују 10 пута.

ЗАОКРУЖИВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИХ БРОЈЕВА / 3. а) 13 ; б)12,8; в) 12,76. 6. $5,67 + 8,79 = 14,46$

Тема: Геометрија

ПАРАЛЕЛНЕ И НОРМАЛНЕ ПРАВЕ / 7. Паралелне праве су : d и c, e и b; / Нормалне праве су: e и a, b и a, f и d, f и c. /

УГАО.ЕЛЕМЕНТИ УГЛА / Задатак 1. Углу АОВ припадају тачке: А,В,О,Р,С,М , а неприпадају тачке: С , D. / 5. Теме: R, Краци: PR, SR. /

ВРСТЕ УГЛОВА / 6. а) $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$, б) $y = 74^\circ$, $x = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$, в) $y = 50^\circ$, $x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, г) $x = 360^\circ - 165^\circ = 195^\circ$.

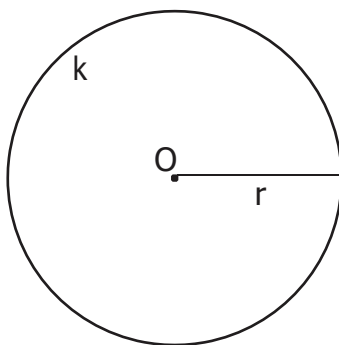
КОМПЛЕМЕНТНИ И СУПЛЕМЕНТНИ УГЛОВИ / 13. а) не; б) не; в) да; г) да .

НАУЧИЋЕШ:

- да објашњаваш појмове: кружница и центар кружнице, круг, радијус, пречник и тетива;
- да црташ круг са датим радијусом или пречником;
- да препознаш и да црташ радијус, тетиву и пречник кружнице.

Кружница је скуп свих тачака равни које се налазе на једнаком растојању од једне изабране тачке на тој равни.

На цртежу 1 је дата једна кружница k (кружница се уобичајено означава малим латиничним словом k). Изабрана тачка се назива **центар кружнице** и најчешће се означава са O .

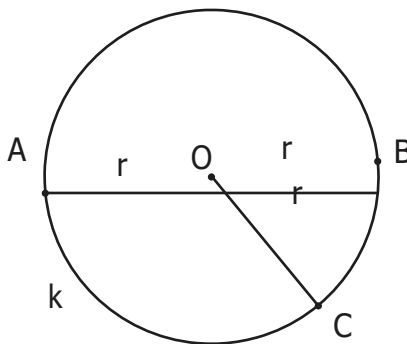


Цртеж 1

Свака дуж која повезује центар са било којом тачком кружнице назива се **радијус кружнице** и означава се са r . На цртежу 2 дужи OA , OB и OC , су радијуси кружнице и имају једнаку дужину. Дуж AB називамо **дијаметар кружнице** (дијаметар означавамо са d). Дијаметар је дупло већи од радијуса: $d=2r$. Дијаметар кружнице садржи њен центар. Шта представља центар кружнице за сваки њен пречник?

Напомена:

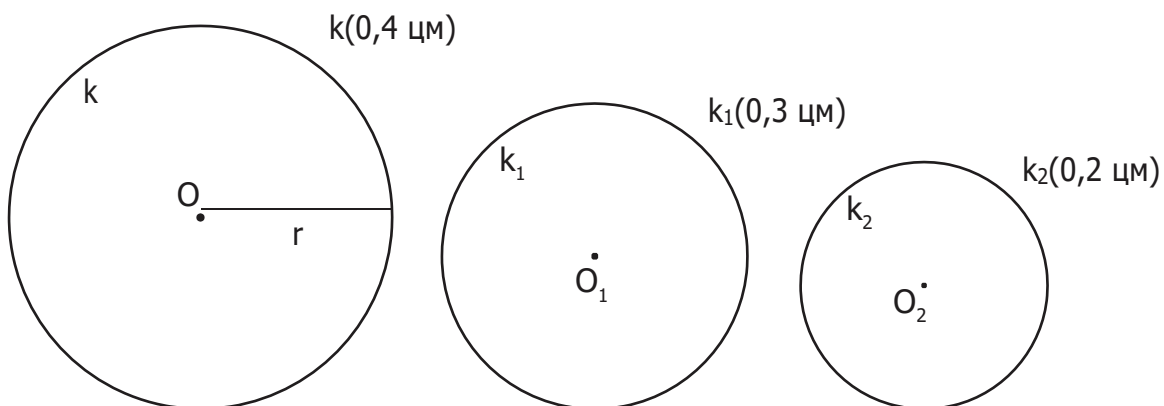
Кружница k са центром O и радијусом r , означава се $k(O; r)$.



Цртеж 2

Нацртај кружницу k са центром O и радијусом $r = 4$ cm, кружницом k са центром O и радијусом $r = 3$ cm и кружница k са центром O и радијусом $r = 2$ cm.

Решење:



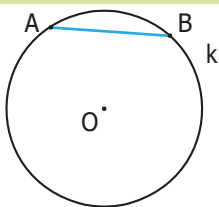
Записујемо: $k(O; 4 \text{ cm})$, $k_1(O_1; 3 \text{ cm})$ и $k_2(O_2; 2 \text{ cm})$.

Упутство: Бирамо једну произвољну тачку O и помоћу шестара наносимо величину радијуса из тачке O .

Напомена: Ако нам је дато да нацртамо кружницу за коју знамо пречник кружнице, треба прво да израчунамо радијус кружнице или да нацртамосиметралу пречника да бисмо нашли центар кружнице.

Геометријска фигура састављена од једне кружнице и њена унутрашњост назива се **круг**. Круг је 2Д облик.

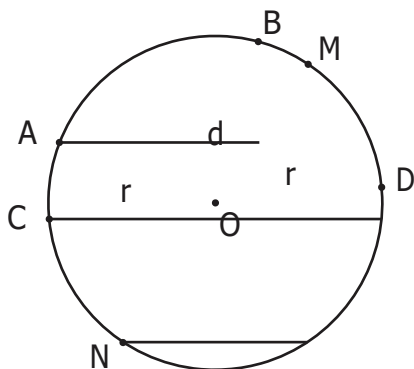
Дуж чије крајње тачке припадају кружници назива се **тетива кружнице**.



Пречник је најдужа тетива кружнице. Пролази кроз центар кружнице.

1. Која дуж са цртежа 3 је:

а) радијус, б) тетива, в) пречник кружнице?



Цртеж 3

Пример 2

Израчунај пречник кружнице, ако је дат $r = 6$ цм.

Решење:

$$d = 2r, d = 2 \cdot 6 = 12 \text{ цм}$$

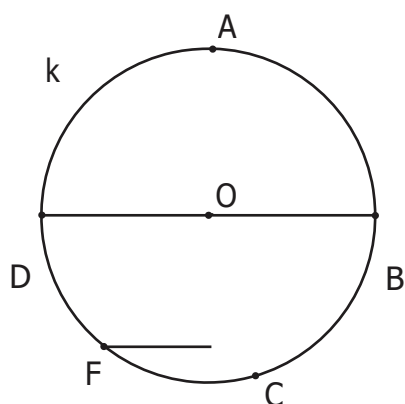
Вежбај:

1. Шта је кружница?
2. Шта је круг?
3. Шта је радијус кружнице?
4. Шта је пречник кружнице?
5. Шта је тетива кружнице?
6. Нацртај кружницу са центром О и радијусом $r = 5$ цм.
7. Нацртај кружницу са центром О и пречником $d = 7$ цм.





8. Одреди са цртежа:



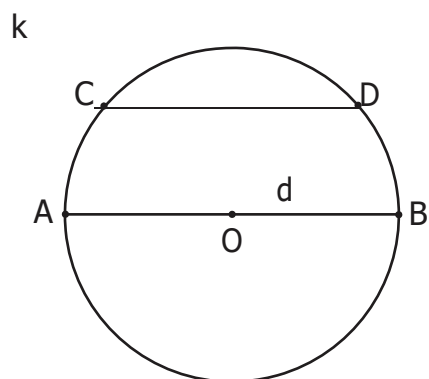
а) Које дужи су радијуси кружнице?

б) Која дуж је пречник кружнице?

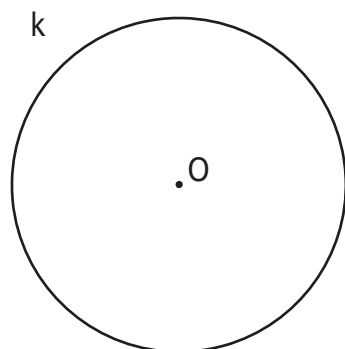
в) Које дужи су тетиве кружнице?

9. Једна кружница има пречник 90 мм, колики је радијус кружнице?

10. Именуј тетиве, радијус и пречник кружнице:



11. На слици је дата кружница k. На кружници нацртај један радијус, тетиву и пречник.



НАУЧИЋЕШ:

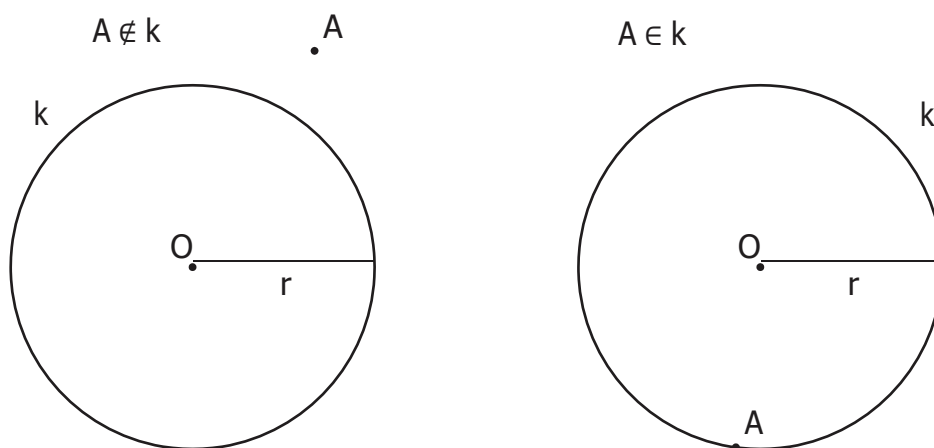
- да препознаш и црташ узајамне положаје тачке и кружнице, праве и кружницеи две кружнице.

Узајамни положај тачке и кружнице

Тачка и кружница могу да имају два узајамна положаја: тачка **да лежи** на кружници или тачка **да не лежи** на кружници.

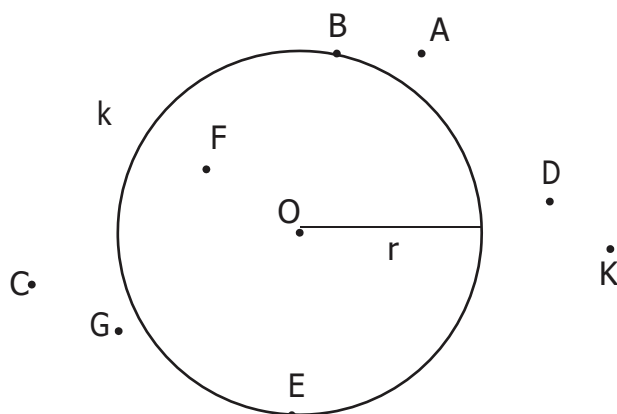
Пример 1

Узајамни положај тачке A и кружнице $k(O; r)$:



- 1) Тачка A не лежи на кружници, $A \notin k$;
- 2) Тачка A лежи на кружници, $A \in k$.

1. Одреди узајамни положај кружнице и сваке од тачака на датом цртежу.





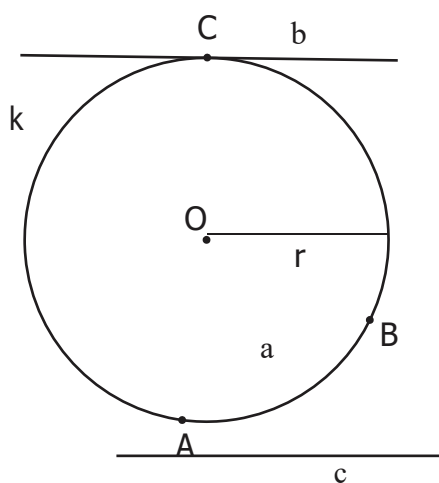
2. Нацртај кружницу k са $r = 5$ цм и тачком E која не лежи на кружници.

Узајамни положај праве и кружнице

Права и кружница могу да имају **једну** заједничку тачку, **две** заједничке тачке или да **немају** заједничких тачака.

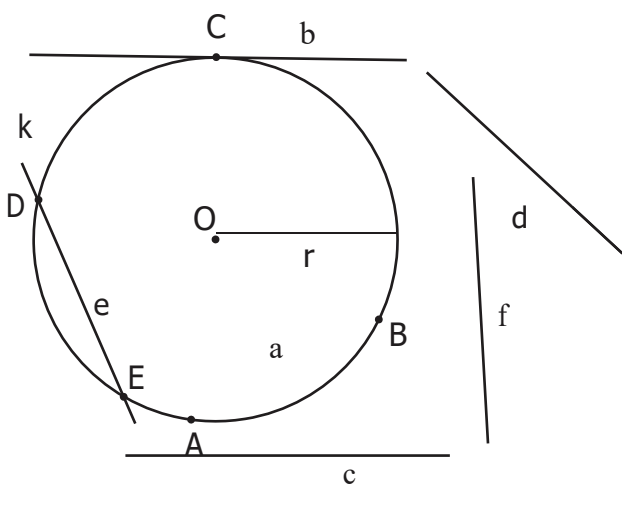
Пример 1

Једна права и једна кружница могу да имају следеће узајамне положаје:



- 1) Права и кружница немају заједничких тачака (права c и кружница k);
- 2) Права и кружница имају једну заједничку тачку (права b додирује кружницу k у тачки C и назива се тангента кружнице);
- 3) Права и кружница имају две заједничке тачке (права сече кружницу k у тачки A и B и назива се секанта кружнице).

3. Какав је узајамни положај правих и кружнице $k(O; r)$ са цртежа?



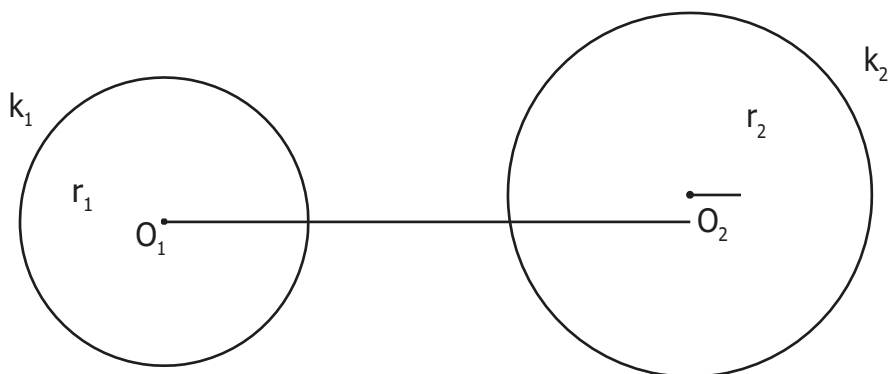
4. Нацртај кружницу k са $r = 6$ цм и произвољну праву b која додирује кружницу у тачки V .

Узајамни положај две кружнице

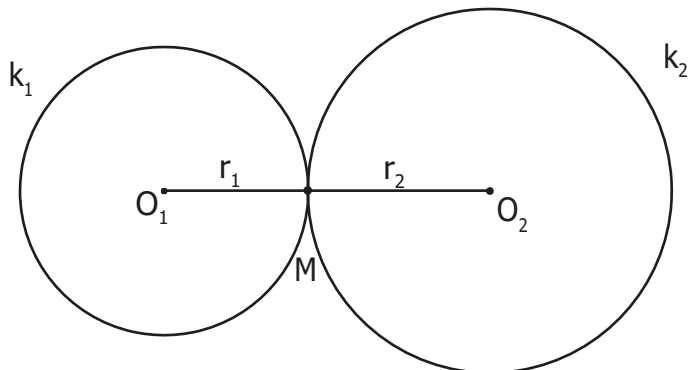
Растојање између две кружнице назива се **централно растојање** тих кружница и означава се $O_1O_2 = d$.

Две кружнице могу да имају следеће узајамне положаје:

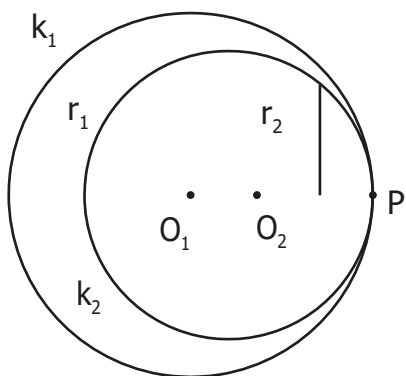
1) Ако је $d > r_1 + r_2$, онда кружнице немају ни једну заједничку тачку.



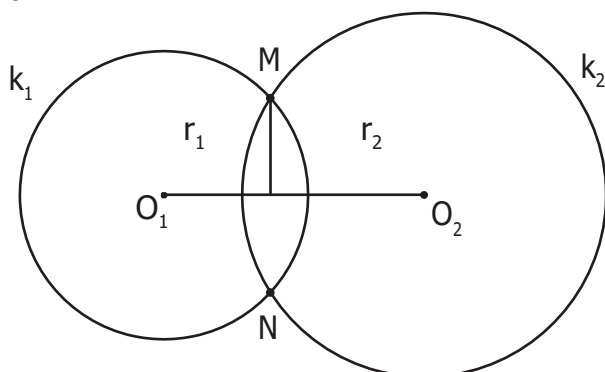
2) Ако је $d = r_1 + r_2$, онда се кружнице додирују споља и имају само једну заједничку тачку.



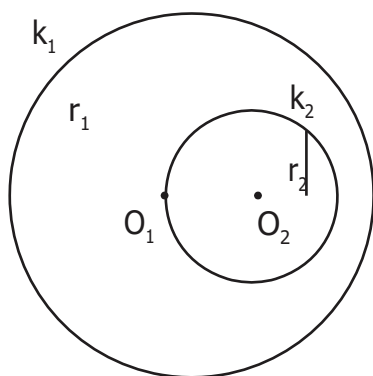
3) Ако је $d = r_1 - r_2$, онда се кружнице додирују изнутра и имају само једну заједничку тачку.



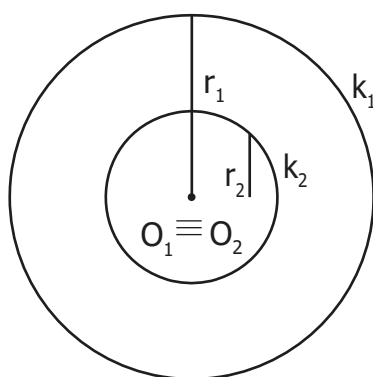
4) Ако је $d < r_1 + r_2$ и $d > r_2 - r_1$ тако што је $r_2 > r_1$, онда се кружнице секу и имају тачно две заједничке лопте.



5) Ако је $d < r_1 - r_2$ тако што је $r_1 > r_2$, онда се једна кружница налази у другој и немају заједничких тачака.



6) Ако је $d = 0$, онда кружнице имају заједнички центар и називају се **концентричне** кружнице



Напомена:

$O_1 \equiv O_2$, знак

$\equiv$

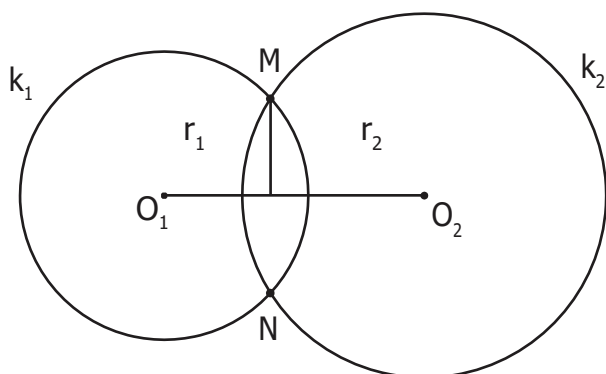
чита се:

„поклапа се“.

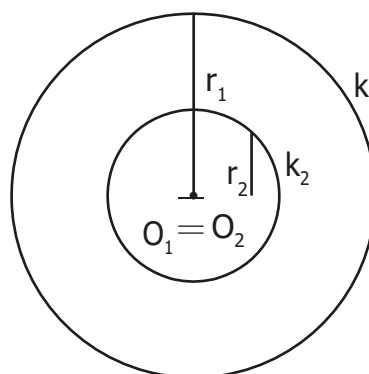


5. Какав је узајамни положај кружница са слике?

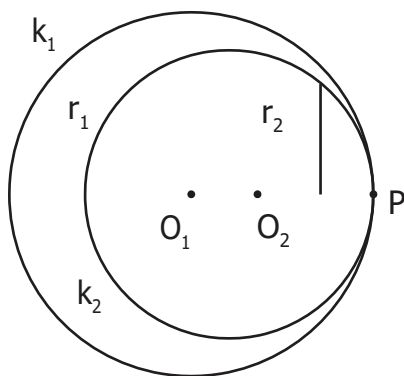
а)



б)



в)



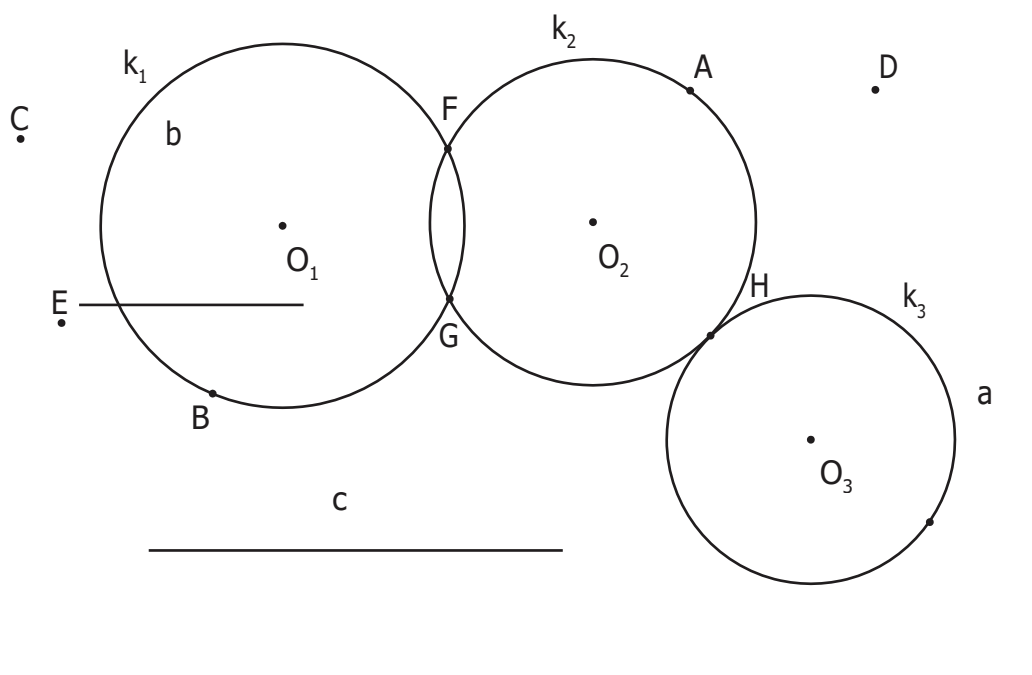
6. Нацртај две кружнице које се додирују споља.

Вежбај:

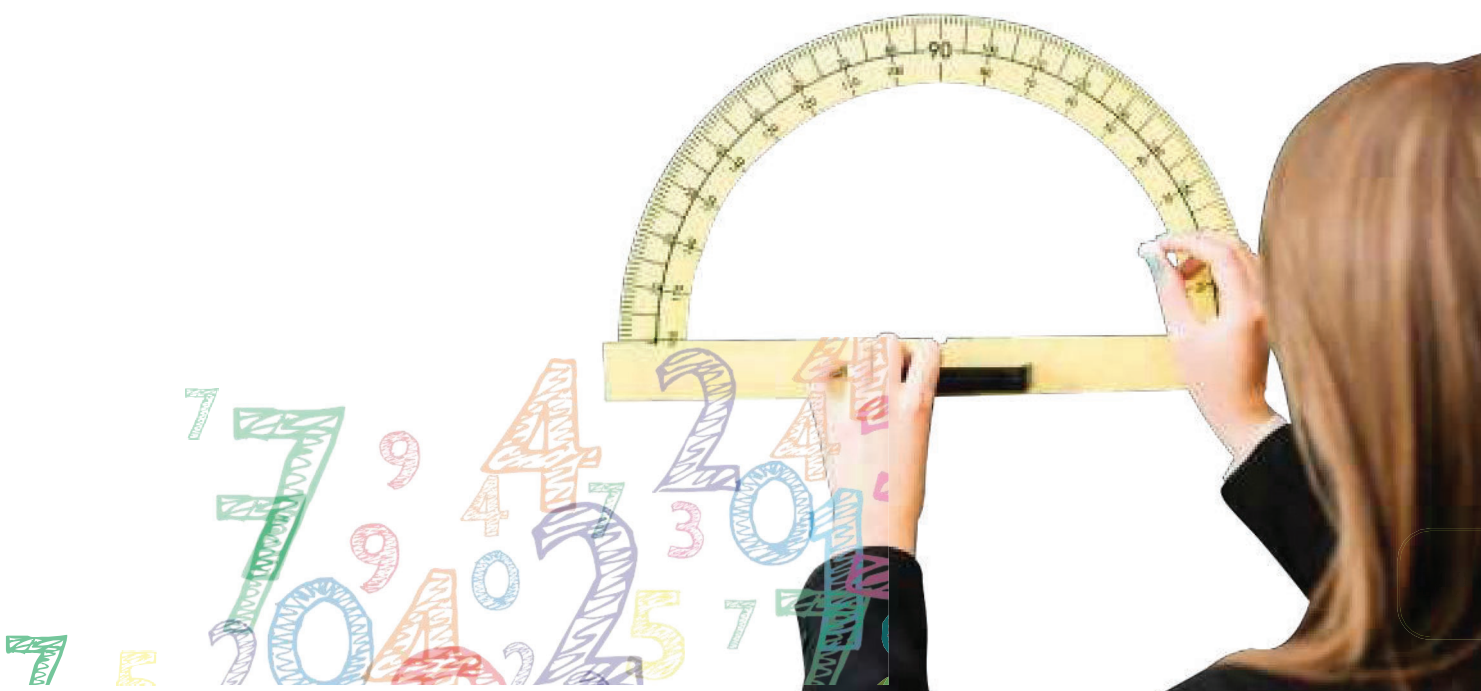
- 1) Шта је централно растојање две кружнице?
- 2) Који је услов да се две кружнице секу?
- 3) Који је услов да се две кружнице додирују споља?
- 4) За које две кружнице кажемо да су концентричне кружнице?
- 5) Који је услов да две кружнице немају ни једну заједничку тачку?
- 6) Нацртај две кружнице са $r_1 = 2$ цм и $r_2 = 3$ цм тако што:
 - ▶ се секу;
 - ▶ додирују се споља;
 - ▶ концентричне су.



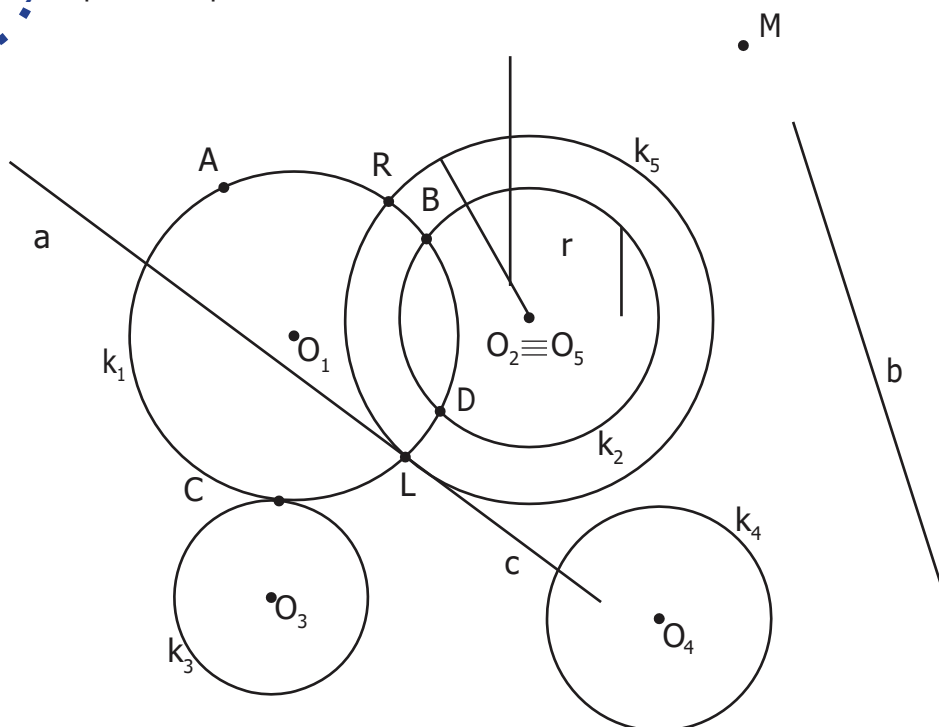
7) Заокружи тачне одговоре.



- | | |
|---|--|
| а) $B \in k_1$, | ђ) Кружнице k_1 и k_2 се секу, |
| б) Кружница k_1 се сече са кружницом k_3 , | е) Праву c сече кружница k_2 , |
| в) Кружница k_2 и k_3 се додирују, | ж) Права c нема заједничких тачака са кружницом k_1 , |
| г) Праву сече кружница k_1 , | з) $A \in k_3$. |
| д) $D \notin k_3$, | |



8) Одреди са цртежа:



- ▶ узајамни положај тачке M и L са кружница;
- ▶ узајамни положај праве a и кружнице k;
- ▶ узајамни положај праве b и кружнице k;
- ▶ узајамни положај праве c и кружнице k;
- ▶ узајамни положај кружнице k₁ и k₂;
- ▶ узајамни положај кружнице k₁ и k₃;
- ▶ узајамни положај кружнице k₅ и k₂;
- ▶ узајамни положај кружнице k₄ и k₂.

1

1

1

9) Какав узајамни положај имају две кружнице сарадијусима r_1 , r_2 и централним растојањем d ако је:

- ▶ $r_1 = 25$ мм, $r_2 = 35$ мм, $d = 60$ мм;
- ▶ $r_1 = 42$ мм, $r_2 = 28$ мм, $d = 30$ мм;
- ▶ $r_1 = 30$ мм, $r_2 = 20$ мм, $d = 50$ мм.



ВРСТЕ МНОГОУГЛОВА

2

НАУЧИЋЕШ:

- да класификујеш многоуглове према броју страна (темена, углови) и према величини углова;
- да одређујеш број дијагонала многоуглова.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је многоугао?

Које многоуглове познајеш? Шта је дијагонала?

ИНФОРМАЦИЈА



Многоуглови осим троугла и четвороугла, своја имена добијају према броју страна (углови, темена): петоугао, шестоугао, седмоугао итд. Ово име се допуњава према карактеристикама њихових страна и углова.

многоуглови?



Према броју страна, углова, темена, многоуглови се деле на:

ТРОУГЛОВЕ

ЧЕТВОРУГЛОВЕ

НЕОБАВЕЗНО

Према дужини страна, дел се на:

Разнострани троугао $a \neq b \neq c$

Равнокраки троугао $a = b \neq c$

Равностран и троугао $a = b = c$

Остроугли троугао – сви углови су му оштри.

Правоугли троугао – има један прави угао.

Тупоугли троугао – има један туп угао.

ДРУГИ МНОГОУГЛОВИ: ПЕТОУГАО, ШЕСТОУГАО, СЕДМОУГАО, ОСМОУГАО итл

Паралелограми (имају два пара паралелних)

Правоугаоник

Квадрат

Ромб

Ромбоид

Трапези (имају један пар паралелних страна)

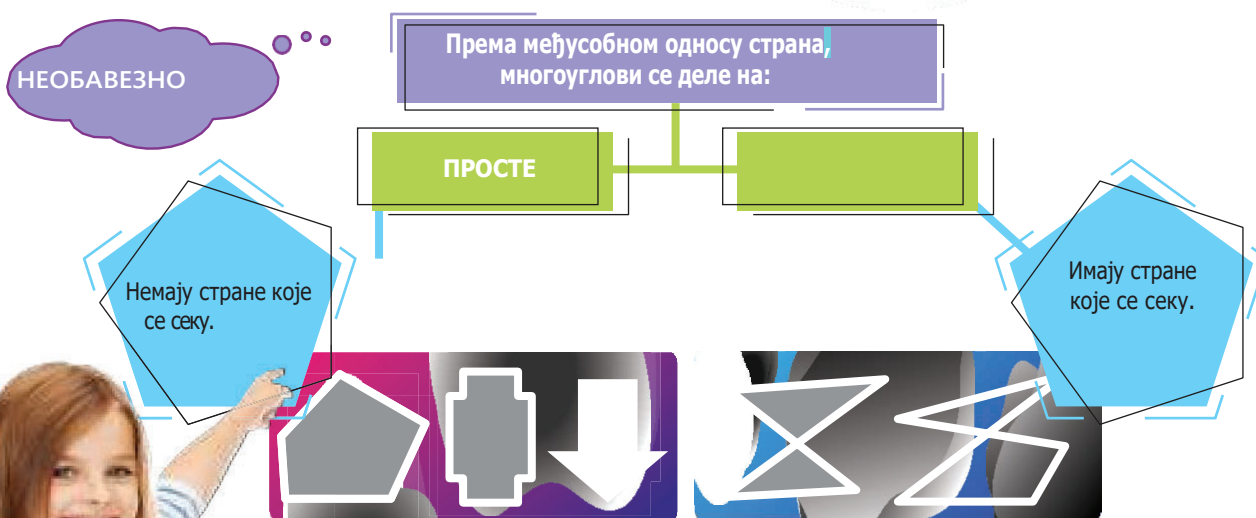
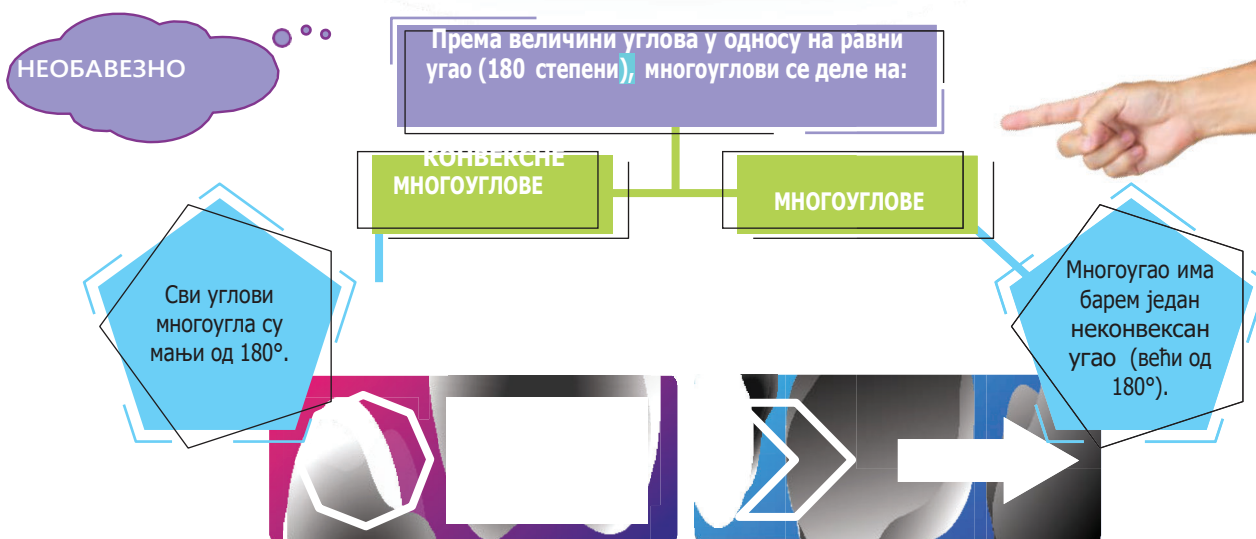
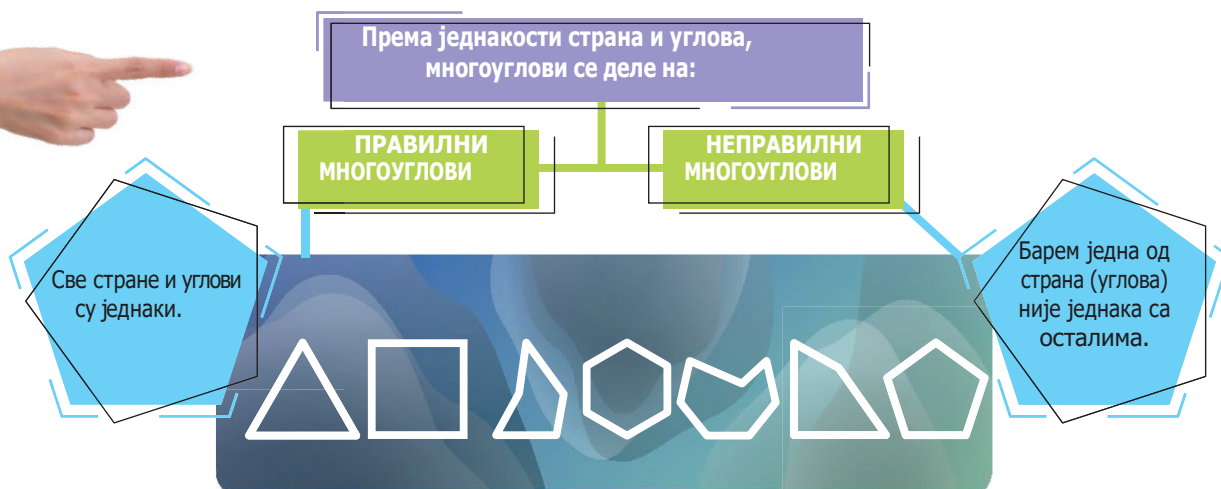
Разнострани трапез

Равнокраки трапез

Правоугаони трапез

Трапезоиди (немају паралелне страна)

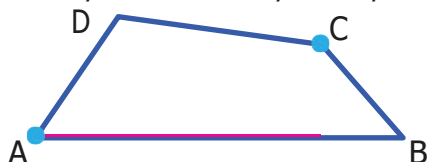
Делтоид



ИНФОРМАЦИЈА



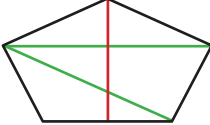
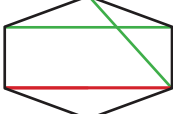
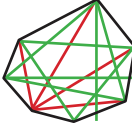
Дуж која повезује два несуседна темена у многоуглове назива се **дијагонала**.



ПРИМЕР:

Колико дијагонала може да се повуче из једног темена многоугла? Колико дијагонала може да се повуче у једном многоуглу?



Многоугао	Број страна, углова, темена (n)	Број дијагонала повучених из једног темена (d)	Укупан број дијагонала (D)
 троугао	3	Нема несуседних темена → нема дијагонала	
 четвороугао	4	→ 1 -3	2 ↓ +3
 петоугао	5	→ 2 -3	5 ↓ +4
 шестоугао	6	→ 3 ?	9 ↓ +5
 седмоугао	7	→ 4 ?	14 ↓ +?
. . . n – угао	. . . n	. . . n – 3	. . . $n \cdot (n - 3) : 2$

- Број дијагонала повучених из једног темена увек је мањи за 3 од броја темена многоугла.

$$d = n - 3$$

- Из сваког темена излази исти број дијагонала. У четвороуглу од 4 темена излази по једна дијагонала, али бројимо 2. У петоуглу из једног темена излазе по две дијагонале, значи 10, али бројимо 5 итд.

$$D = n \cdot (n - 3) : 2$$

Вежбај

1. Како се назива многоугао са осам страна?

2. Нацртај равнокраки правоугли троугао.

3*. Један од трапеза је:

а) ромбоид

в) делтоид

б) трапез

г) квадрат

4*. Именуј сваки многоугао и групиши га:

а) у троуглове, четвороуглове и остале многоуглове;

б) у правилне и неправилне;

в) у конвексне и неконвексне.

5. Колико дијагонала може да сеповуче из једног темена:

а) осмоугла;

б) десетоугла;

в) дванаесетотугла?

6. Који је многоугао у коме из једног темена може да се повуче:

а) 8,

б) 10,

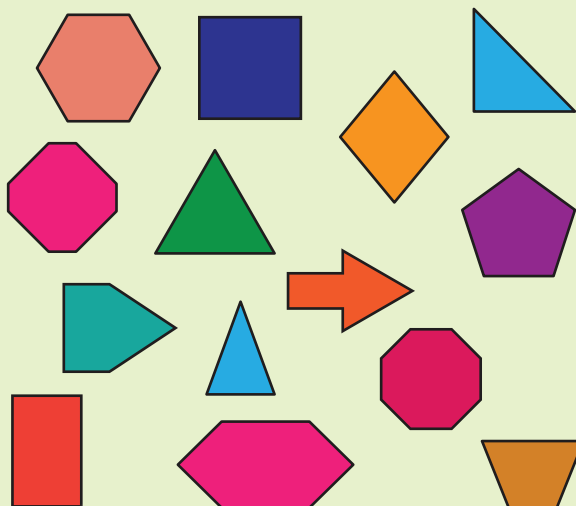
в) 12 дијагонала?

7. Колико дијагонала може да се повуче у:

а) 11-углу,

б) 17-углу,

в) 20-углу?



8. Збир дијагонала у седмоуглу и дијагонала у десетоуглу даје број дијагонала повучених из једног темена неког многоугла. На који то многоугао?

9. Који многоугао има 9 дијагонала?



ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

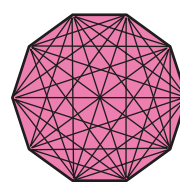
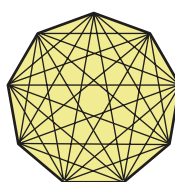
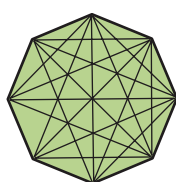
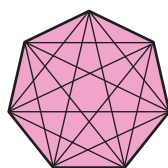
Шест компанија за производњу аутомобилских делова договара се да успоставе сарадњу како би проширили своју производњу и произвели свој модел аутомобила. Колико споразума о сарадњи треба да буде потписано на њиховом првом састанку?



ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

У једном врту се планира садња нових цветних стабала. У том циљу, око централне кружне фонтане, на једнаком растојању од ње, биће засађена стабла магнолије. Било која два стабла, повезиваће праволинијске цеви за воду. Колико укупно цеви ће бити постављено ако се засаде стабла:

а) 7, б) 8, в) 9, г) 10 магнолија?



НАУЧИЋЕШ:

- шта је висина троугла, ортоцентар, тежишна линија, тежиште и средња линија троугла.

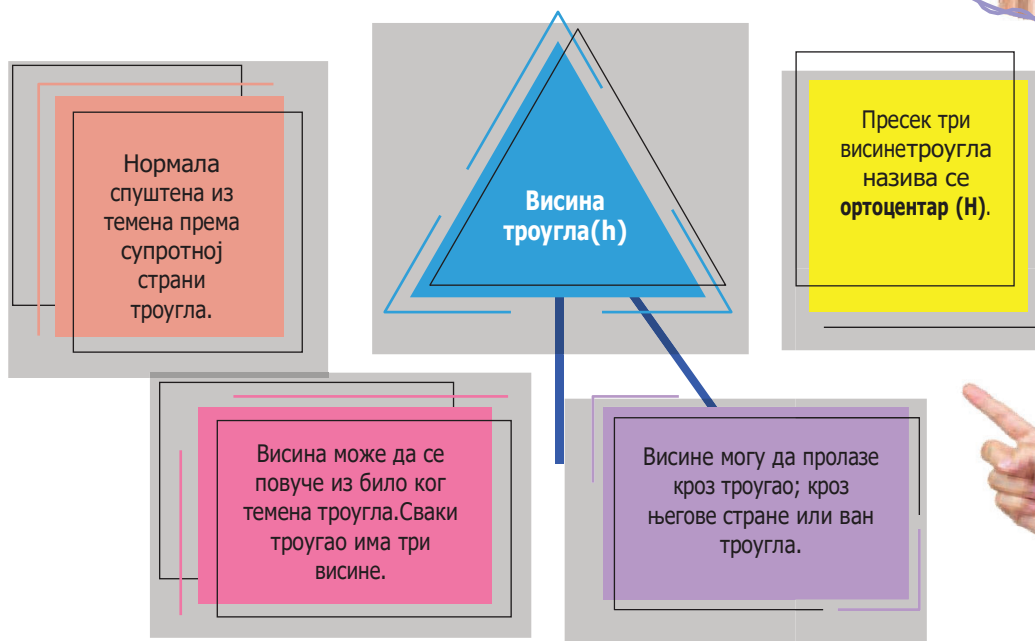


ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Које праве су паралелне?

Када кажемо да су праве узајамно нормалне?

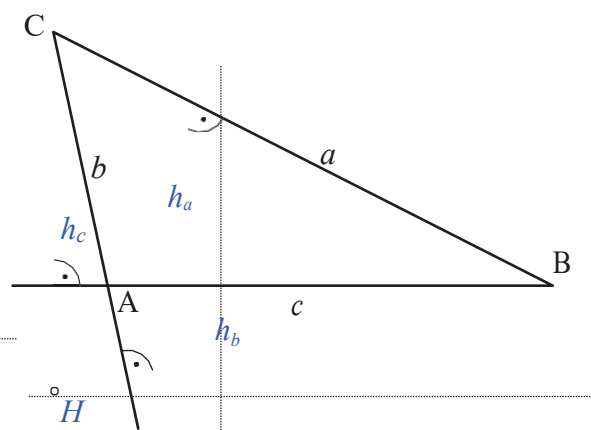
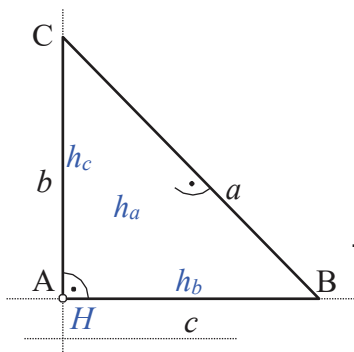
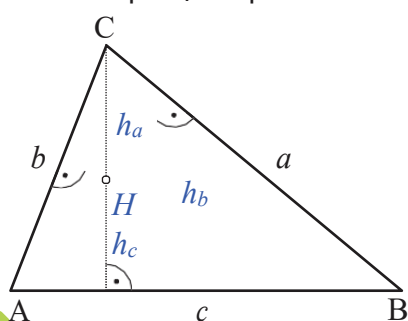
Шта значи да се две праве секу?



Висине код оштроуглог, правоуглог и тупоуглог троугла:

h_a – ознака висине спуштене према страни a

H – ортоцентар



Дуж која повезује теме са средином супротних страна.

Тежишна линија троугла

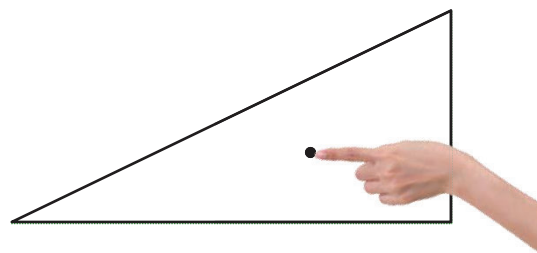
Тежишна линија може да се повуче из било ког темена троугла. Сваки троугао има три тежишне линије.

Пресек тежишне линије је тачка која се увек налази у троуглу назива се **тежиште (Т)**.

Тежишна линија дели троугао на дватроугла једнаке површине.

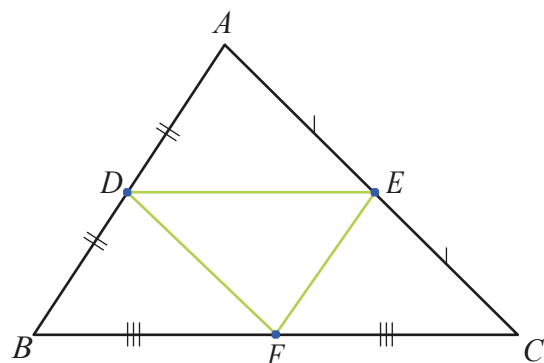
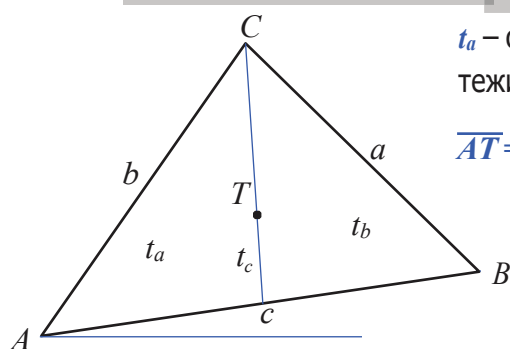
Тежиште дели тежишну линију две дужи у саоднесу 2:1.

Тежиште је центар масе предмета са равномерном густином. Наслоњен у њему, предмет је у равнотежи.



t_a – ознака тежишне линије спуштена према страни aT – тежишта

$$\overline{AT} = \frac{2}{3} t_a, \quad \overline{BT} = \frac{2}{3} t_b, \quad \overline{CT} = \frac{2}{3} t_c$$



$$m_a = \overline{DE}, \quad m_b = \overline{DF}, \quad m_c = \overline{EF}$$

Дуж која повезује средине две стране.

Средња линија је паралелна трећој страни.

Средња линија је половина треће стране.

НЕОБАВЕЗНО

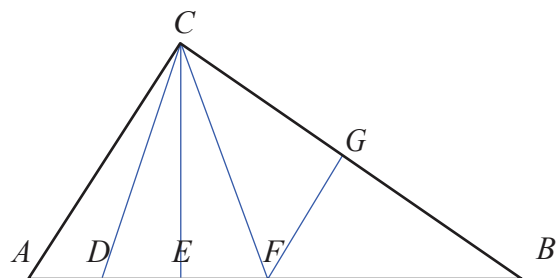
Средња линија троугла (m)

Троугао има три средње линије.

Провери
да ли си разумео

Разгледај цртеж и одговори:

- Која од дужи троугла је висина?
- Која од дужи је тежишна линија?
- Која од дужи је средња линија?



1. Колико висина треба да нацрташ да би одредио ортоцентар троугла?
2. Шта можеш да закључиш о висинама, тежишним линијама и средњим линијама:
 - равнокраког троугла,
 - равностраниг троугла?
3. Нацртај разнострани оштроугли троугао и повучи његове висине. Измери и запиши њихове дужине. Поређај их по величини почињући од најмање. Поређај стране по величини почињући од најмање. Шта можеш да закључиш? Да ли важи исто и за тежишне линије и средње линије?

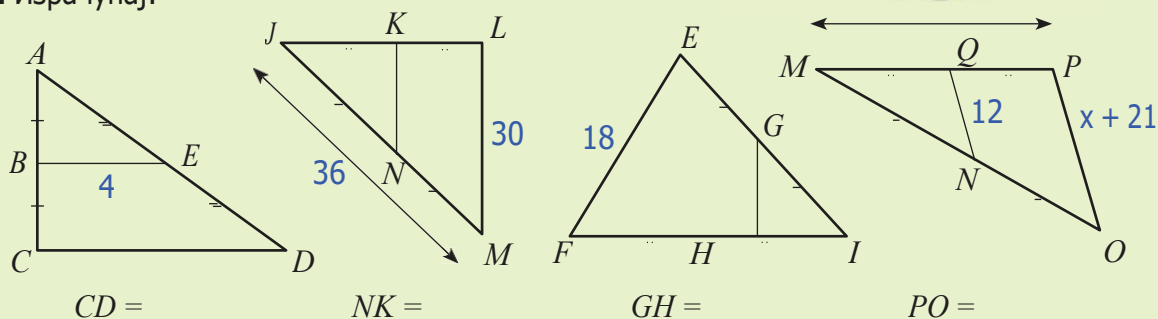
Вежбај

1. Ком троуглу су:

- а) висине једнаке;
- б) две тежишне линије једнаке;
- в) две висине се поклапају са његовим



2. Израчунај:



3. Висине $\triangle ABC$ имају дужину $h_a = 4$ cm, $h_b = 5$ cm и $h_c = 6$ cm. Која од страна троугла ће имати највећу дужину?

4. Коју тачку ћеш добити ако:

- а) у равностраном $\triangle ABC$ нацрташ висину из темена А и тежишну линију из темена В;
- б) у равнокраком правоуглом $\triangle ABC$ нацрташ висину према хипотенузи?

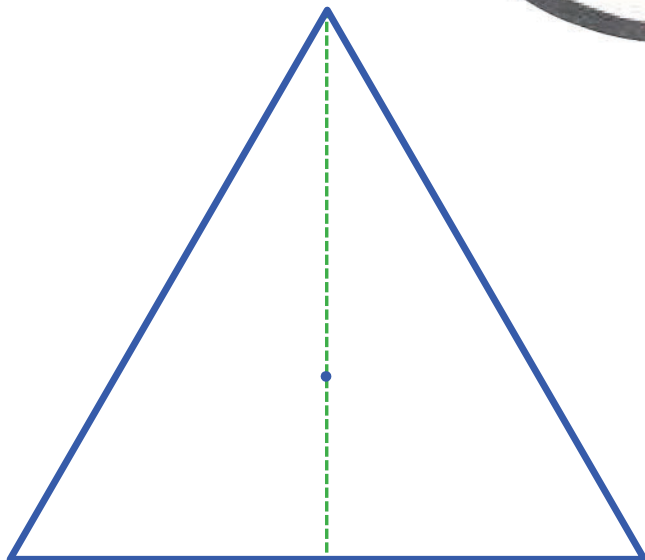
5. У $\triangle ABC$, t_a износи 6 цм. Одреди, без да црташ, колико је растојање између темена А и тежишта Т.

6. У равностраном $\triangle ABC$, висина h_c износи 9 цм. Одреди без да црташ, колико је растојање између тежишта и ортоцентра.



Групна активност

У равностраном троуглу, растојање од ортоцентра до стране је 5 цм. Колико износи збир висине троугла?



ОРТОЦЕНТАР!!!



НАУЧИЋЕШ:

- да црташ симетрале страна троугла и симетрале углова троугла; -- шта је описана кружница и шта је уписана кружница;
- да црташ описану и уписану кружницу троугла.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта је симетрала дужи?

Шта је симетрала угла?

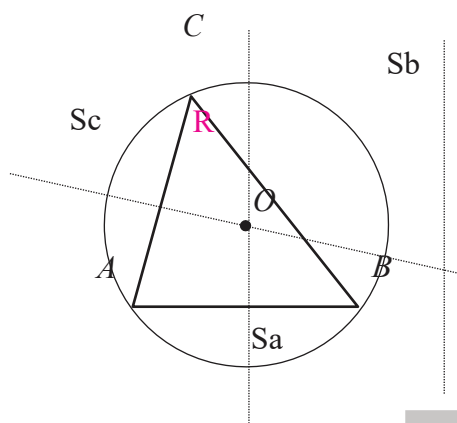
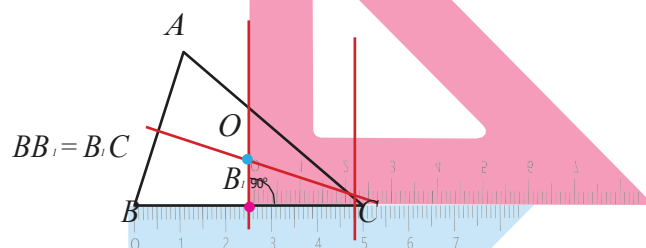
Шта је кружница?

Пример:

Нацртај произвољни разностранни оштроугли троугао. Нацртај симетрале његових страна.

Решење:

Ако си радио прецизно, сигурно си добио цртежао на слици десно. Три симетрале страна се секу у једној тачки O . Ова тачка се назива центар описане кружнице.

Описана
кружница
троугла

Њен центар може да се налази: у троуглу; ван троугла или на страни троугла.

Њен **радијус (R)** је растојање из центра до којег је било теме троугла.

Додирује
темена
троугла.

Код правоуглог троугла радијус је половина хипотенузе.

Нацртај описану кружницу на твом троуглу, тако што ћеш забести шестар у центар O и отворићеш га до било којег темена троугла.



Провери да ли
си разумео!

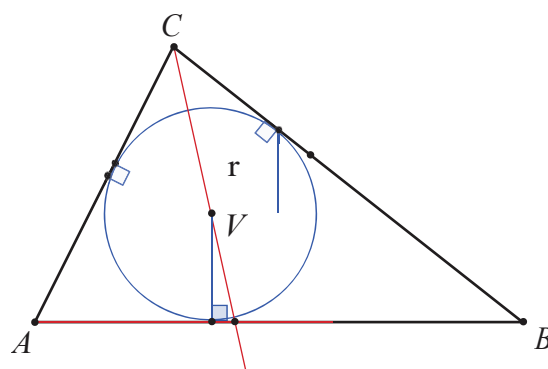
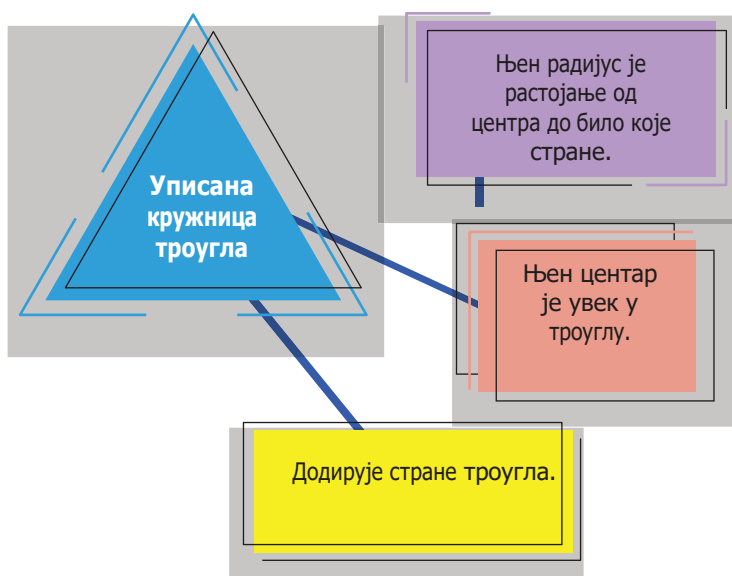
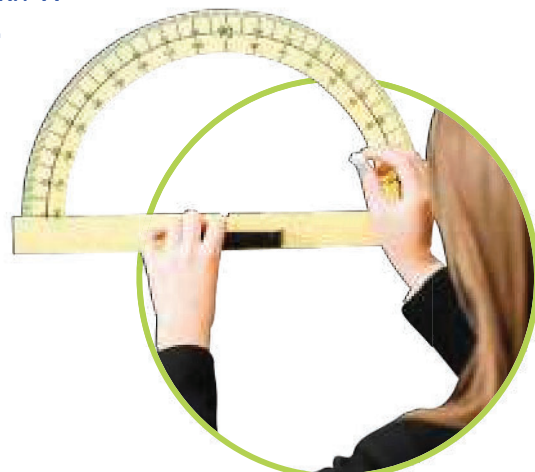
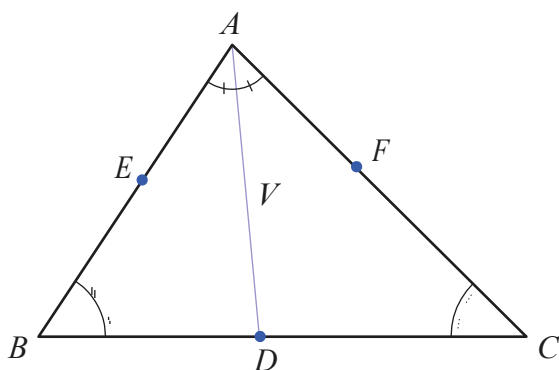
1. Колико симетрала страна треба да нацрташ да би одредио центар описане кружнице?
2. Нацртај описану кружницу: разностраног правоуглог троугла; разнострани тупоугли троугао и равнострани троугао.

Пример:

Нацртај произвољни разнострани оштроугли троугао. Нацртај симетрале његових углова. Користи угломер.

Решење

Ако си радио прецизно, сигурно си добио цртеж као на слици доле.
Три симетрале углова се пресецају у једној тачки V .
Ова тачка се назива центар уписане кружнице.



Провери да
ли си
разумео!

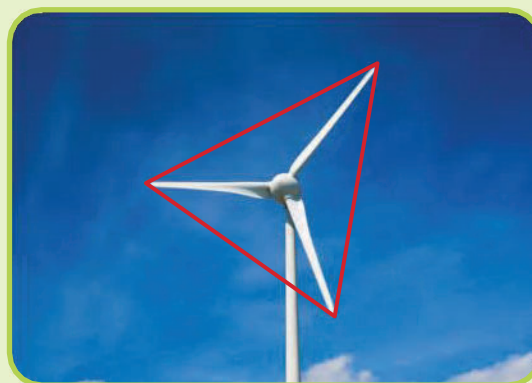
1. Унеси врсту троугла за који важи својство:

	Дели супротну страну два једнака дела	Дели угао на два једнака дела	Пролази кроз центар описане кружнице троугла	Пролази кроз центар уписане кружнице троугла
Симетрала стране троугла				
Симетрала угла троугла				

Вежбај:

1. Шта представљају перке а ветерници за нацртани троугао?

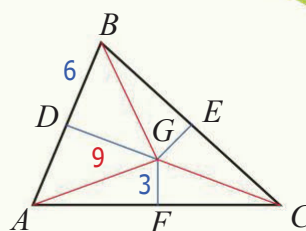
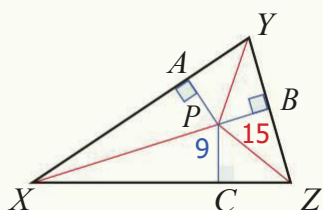
2. Нацртај равнокраки троугао, нацртај висину и тежишну линију према основи и одреди центар уписане кружнице. Шта можеш да закључиш из цртежа?



3. Нацртај равнострани троугао са страном 5 cm. Нацртај симетрале његових углова. Колико је растојање између центра уписане кружнице и стране?

4. Колико износи дужина:

- а) дужи PB у $\triangle XZY$;
 б) дужи BG у $\triangle ACB$?



ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА:

Три сладолеције су својим покретним фрижидерима продавали сладолед на локацијама А, В и С ван града по препоруци њиховог дистрибутера. Он се водио идејом да међусобно не „краду“ потрошаче, али и да му сви буду на једнаком растојању од магацина. Одреди локацију његовог магацина.



МАТЕМАТИКА

У новом урбанистичком плану, у троуглом парку, планирано је да се изгради нова фонтана са чесмама са водом за пиће. Идеја архитекте је дата на слици, али градски савет (градско веће) је дао препоруку да чесма буде подједнако удаљена од три улице како би била лако доступна пешацима. Провери да ли је добро испланирана њена локација и стазе које воде до ње.



НАУЧИЋЕШ:

- да израчунаваш непознати угао у различитим троугловима.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Које су врсте троуглова?

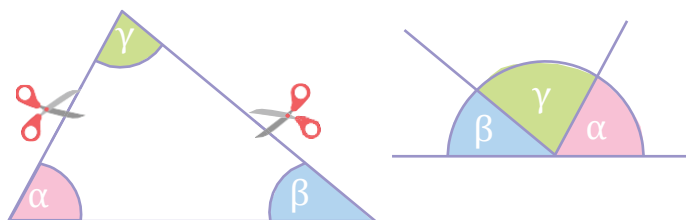
Које су врсте углова које знаш и колико износи њихова величина изражена у степенима?

Пример:

Нацртај све врсте троуглова према дужини њихових страна и према величини њихових углова. Затим измери углове сваког троугла и израчунај њихов збир.

Решење:

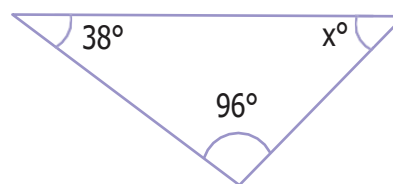
Да разгледамо један произвољни троугао. Ако одсечемо сва три угла и поређамо их један до другог тако што ће имати заједничко теме и заједничке краке као на слици, онда ће они заједно формирати раван угао.



Из овог, а и из твог мерења, може да се изведе закључак да за било који троугао важи: збир његових углова износи 180° .

Пример:

Два угла у троуглу су 38° и 96° . Израчунај величину трећег угла.

**Решење:**

Рачунање непознатог угла преко израза:

$$x^\circ = 180^\circ - (38^\circ + 96^\circ) = 180^\circ - 134^\circ = 46^\circ \text{ или}$$

$$x^\circ = 180^\circ - 38^\circ - 96^\circ = 142^\circ - 96^\circ = 46^\circ$$

Рачунање непознатог угла решавањем једначине:

$$38^\circ + 96^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$134^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 134^\circ$$

$$x^\circ = 46^\circ$$

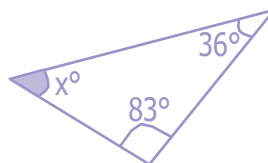
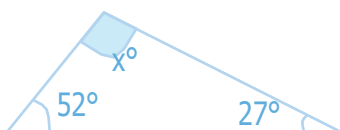
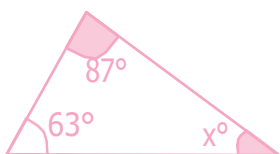
Провери да ли си разумео!



1. Да ли постоји троугао са угловима:

- а) 30° , 60° и 90° ; в) 35° , 65° и 80° ;
б) 79° , 81° и 30° ; г) 110° , 40° и 50° ?

2. Израчунај угао који недостаје.



Вежбај:

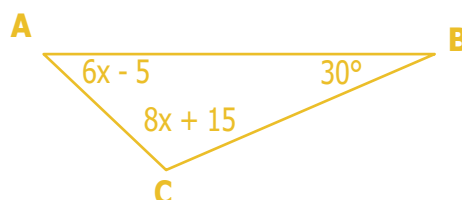
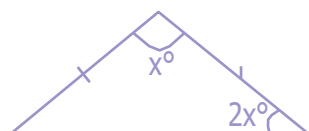
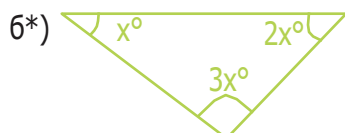
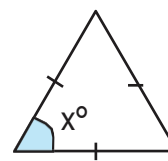
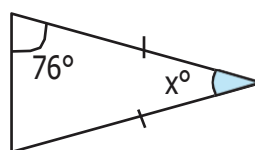
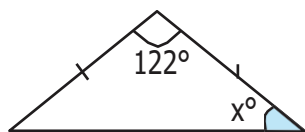
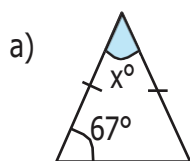
1. Попуни табелу тако да углови α , β и γ буду унутрашњи углови троугла.

α	β	γ
49°		103°
51°	72°	
	43°	11°

2. Које врсте је троугао ако је збир два његова угла:

а) тупи угао, б) прави угао, в) оштар угао?

3. Израчунај непознати угао троугла.



4. Израчунај унутрашње углове троугла ако је:

а) $\alpha + \beta = 106^\circ$ и $\beta + \gamma = 101^\circ$;

б) $\alpha + \beta = 125^\circ$ и $\alpha - \beta = 27^\circ$;

в) $\gamma = 50^\circ$ и $\gamma - \beta = 3^\circ$.

5. Два угла троугла су $\alpha = 32^\circ$ и $\beta = 64^\circ$. Израчунај угао који захватају симетрале ових углова. Направи цртеж!

6. Израчунај углове равнокраког троугла ако је:

а) Један угао 54° .

б) Један угао два пута већи од другог.

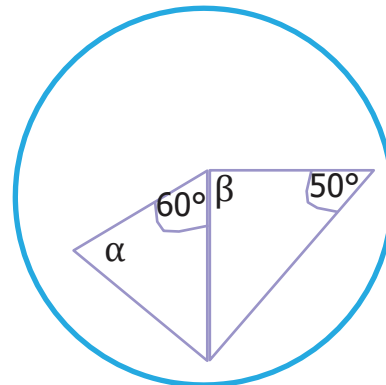
в) Један угао за 30° мањи од другог.

г) Један угао је $\frac{2}{5}$ другог.

д) Један угао је 60 % другог.

7. У правоуглом троуглу један од углова је 50° . Колико износе други углови?

8. Разгледај цртеж и израчунај непознате углове.



СПОЉНИ УГЛОВИ ТРОУГЛА

НАУЧИЋЕШ:

- који су унутрашњи углови и који су спољни углови троугла;
- да примењујеш везе између унутрашњих углова и спољних углова да би израчунао све углове троугла.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Колико износи збир углова троугла?

Који углови су: суседни, напоредни и унакрсни углови?

Који углови су комплементни, а који су суплементни?

ИНФОРМАЦИЈА

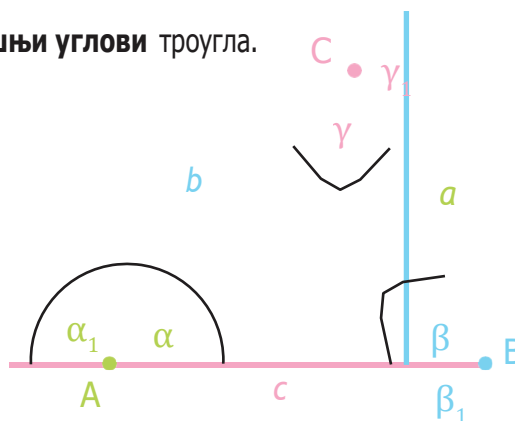


У троуглу ABC , углови α , β и γ називају се **унутрашњи углови** троугла.

Продуживањем страна троугла добијају се још три угла α_1 , β_1 и γ_1 , који се називају **спољни углови** троугла.

Сваки унутрашњи угао са спољним углом, са којим има заједничко теме, формира раван угао. Значи, њихов збир износи 180° .

Ако α заједно са β и γ формира раван угао и заједно са α_1 формира раван угао, онда $\alpha_1 = \beta + \gamma$. Ова важи за све спољне углове.



Сваки спољни угао троугла је једнак збиру два несуседна унутрашња угла.

Пример:

Израчунај спољне углове троугла. Колико износи њихов збир?



Решење:

Прво да израчунамо унутрашњи угао γ :

$$\gamma = 180^\circ - (74^\circ + 48^\circ) = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$$

У истом темени унутрашњег и спољног угла су суплементни:

$$74^\circ + \alpha_1 = 180^\circ \rightarrow \alpha_1 = 106^\circ$$

$$48^\circ + \beta_1 = 180^\circ \rightarrow \beta_1 = 132^\circ$$

$$58^\circ + \gamma_1 = 180^\circ \rightarrow \gamma_1 = 122^\circ$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 106^\circ + 132^\circ + 122^\circ = 360^\circ$$

Да ли збир спољних углова износи 360° за сваки троугао?

$$\alpha_1 = \beta + \gamma, \beta_1 = \alpha + \gamma, \gamma_1 = \beta + \alpha$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = \beta + \gamma + \alpha + \gamma + \beta + \alpha = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

Из произвољности троугла следи да ово важи за сваки троугао.

Провери да ли си разумео!

1. Израчунај непознати угао за сваки од следећих троуглова:

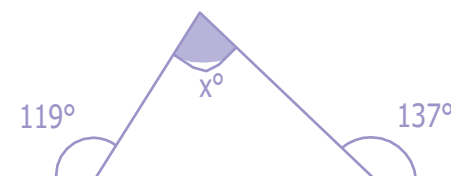
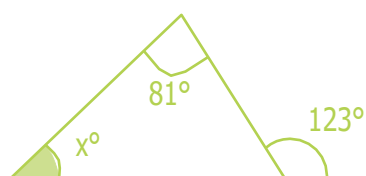
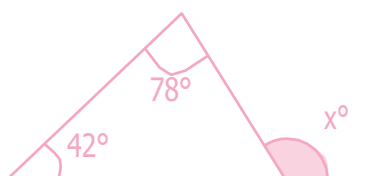
Четири зависности између углова троугла

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \alpha_1 = \beta + \beta_1 = \gamma + \gamma_1 = 180^\circ$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma, \beta_1 = \alpha + \gamma, \gamma_1 = \beta + \alpha$$

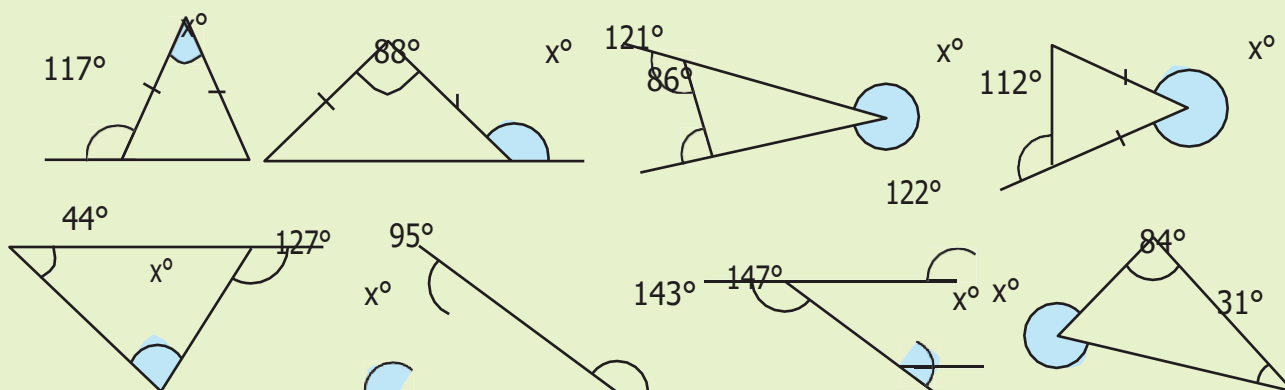
$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$$



2. Један спољни угао троугла је 119° . Један унутрашњи угао је за 31° мањи од њега. Израчунај све унутрашње и све спољне непознате углове.

Вежбај:

1. Израчунај непознати угао:

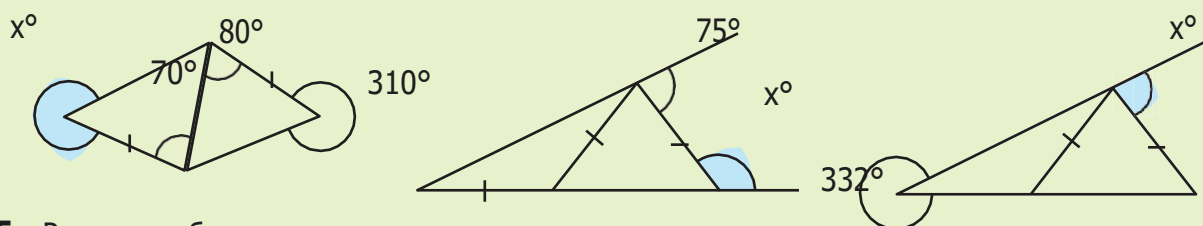


2. Израчунај све углове троугла ако је:

а) $\beta_1 = 108^\circ, \gamma_1 = 115^\circ$, б) $\alpha_1 = 99^\circ, \gamma = 48^\circ$, в) $\alpha_1 = \beta_1 = \gamma_1$.

3. Израчунај углове правоугаоног троугла ако један његов спољни угао износи 135° .

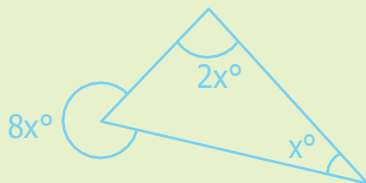
4. Примени четири зависности између углова једног троугла и израчунај тражене углове.



5. Разлика оба спољна угла хипотенузе правоуглог троугла је 40° . Израчунај углове троуглова.

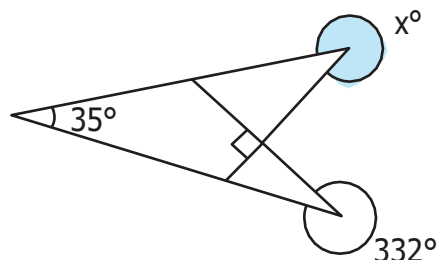
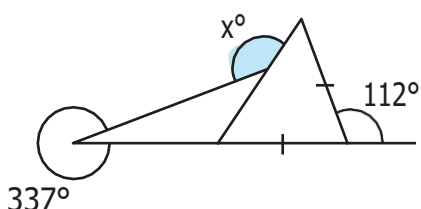


6*. Израчунај углове троугла.

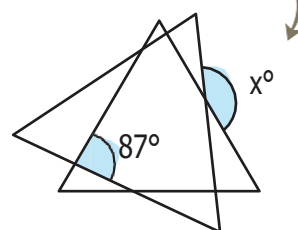


Изазов

1. Израчунај тражене углове.



Троуглови су равнострани



2. Угао између тежишне линије и висине повучени из темена правог угла правоуглог троугла је 16° . Израчунај углове троугла.

АКТИВНОСТ

Да ли важи веза између углова и код Бермудског троугла?

- Истражи и информиши се о Бермудском троуглу.
- Послужи се географском картом Средње Америке.
- На провидном листу копирај темена карте (потражи географске координате) и нацртај троугао.
- Израчунавањем провери да ли важе везе између углова.



ОДНОС ИЗМЕЂУ СТРАНА И УГЛОВА ТРОУГЛОВА

2

НАУЧИЋЕШ:

- како се понашају углови и стране троугла.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Који су основни елементи троугла?

Која правила важе за означавање основних елемената троугла?



Пример:

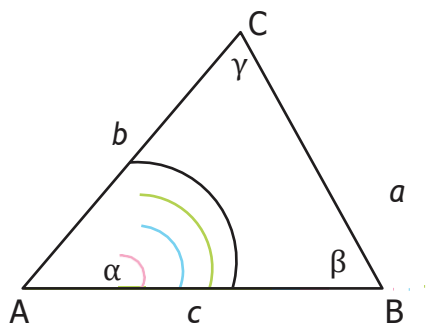
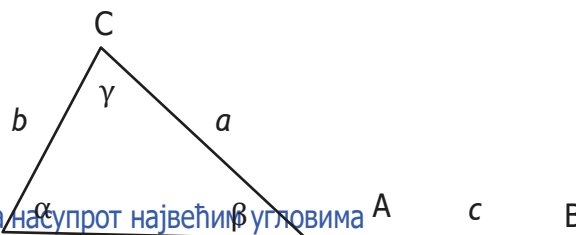
Нацртај разнострани оштроугли троугао. Измери његове углове и његове стране. Поређај их растућим редоследом.

Решење:

Према цртежу десно, за стране и углове троугла важи:

$b < a < c$ и $\beta < \alpha < \gamma$.

Значи, насупрот најмањем углу налази се најкраћа страна, а насупрот највећим угловима се налази најдужа страна.



Ако су страна c и угао β непроменљиви, онда повећање угла α ће повући повећање супротне стране a , али и смањење угла γ .

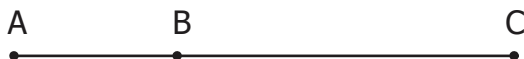
Растећи редослед за сваки троугао биће: $a < b < c$ и $\alpha < \beta < \gamma$.

Шта ће се догодити уколико величина угла код темена А настави да се повећава? Провери са цртежом! Затим објасни одговор!



Пример:

Дате су три дужи $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ и $\overline{AC}$ (види цртеж). Да ли од ових дужи може да се формира троугао? Где треба да се постави тачка В да би могао да се формира троугао од дужи АВ, ВС и АС? Шта важи за дужине дужи?

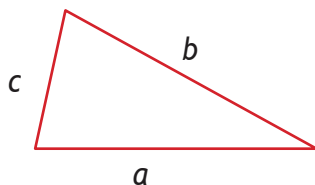


Решење:

Услов да би три дужи могле бити стране троугла је:

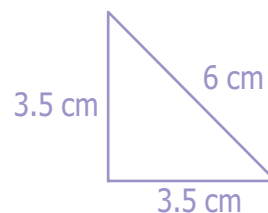
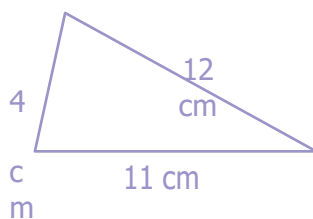
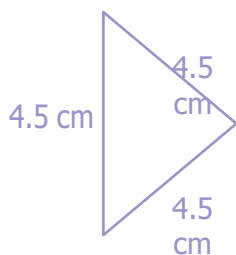
- збир било које две да буде већи од треће дужи или
- најмања дуж да је већа од разлике друге две.

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ b + c &> a \\ a + c &> b \end{aligned}$$

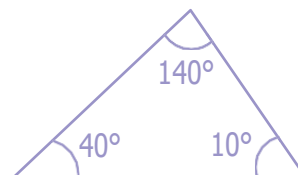
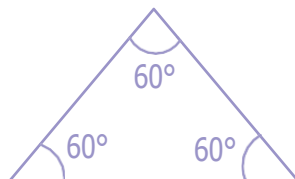
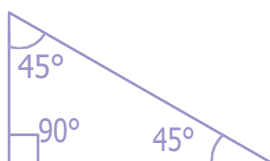


Провери да ли си разумео!

1. Означи темена сваког троугла, а затим означи углове и запиши њихове величине у растући редослед.



2. Означи темена сваког троугла, а затим запиши његове стране опадајућим редоследом почињући од најдуже стране.



3. Одреди које три дужи могу да формирају троугао.

а) 1 цм; 1 дм и 0,1 м

б) 55 цм; 3 дм и 0,25 дм

в) 6 цм; 8 цм и 5 цм

Вежбај:

1. Код $\triangle ABC$, за дужину страна важи $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$. Поређај по величини њихове углове почињући од најмањег.
2. За дужине страна троугла важи $a > b > c$. Може ли угао β да буде: а) оштар, б) прав, в) туп?
3. За један равнокрак троугао позната су два угла: 70° и 40° . Шта је веће: крак или основа троугла?
4. Зашто су углови основе равнокраког троугла једнаки?
5. Зашто су углови у равностраном троуглу једнаки?
6. Троугао ABC има стране $a = 5$ цм и $b = 3$ цм. Колика може да буде трећа страна троугла?
7. Стране троугла имају мерне бројеве који су природни бројеви. Колико таквих троуглова постоје ако су две стране са дужином 8 цм 11 цм?
8. Стране једног равнокраког троугла су 4 цм и 9 цм. Која од њих је крак?
9. У правоуглом троуглу један оштар угао је 25° . Која од катета је већа?



НАУЧИЋЕШ:

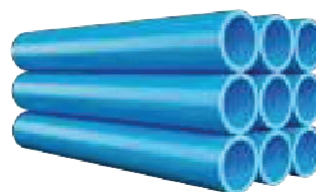
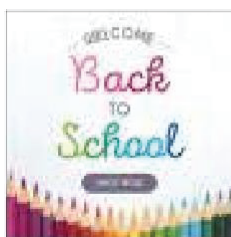
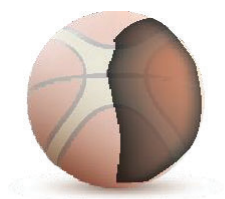
- да црташ и да описујеш 3Д облике;
- да именујеш и да описујеш 2Д облике од којих је састављен 3Д облик.

**ЗА ПОДСЕЋАЊЕ**

Које 3Д облике знаш? Како су класифицирани?
Који су основни елементи сваког 3Д облика?

**Пример:**

Посматрај. Које 3Д облике препознајеш код предмета око себе? Који од њих су ваљкасти, а који су рабрасти?

**Решење:**

3Д облици су тела у простору око нас која се описују са 3 димензије – дужина, ширина и висина. 3Д значи тродимензионални.

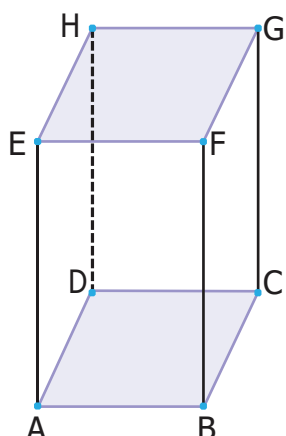
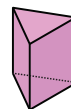
Основни елементи 3Д облика су:

- зидови – површине (2Д облици) којима је ограничен 3Д облик;
- ивице – дужи у којима се спајају зидови.

- темена – тачке у којима се спајају суседне ивице.

Ребрасти 3Д облици којима су сви зидови (површине) равни.

Ваљасте 3Д облици који имају закривене површине.



Нацртана је четвороугла призма.

Њене основе су четвороугаоник ABCD и EFGH.

Странични (бочни) зидови су правоугаоници: ABFE, BCGF, ADHE и CDHG.

Страничне (бочне) ивице су дужи: $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$.

У темену C спајају се ивице: CB, CD и CG.

Ивица $\overline{EF}$ је заједничка ивица за основу EFGH и бочни зид ABFE.

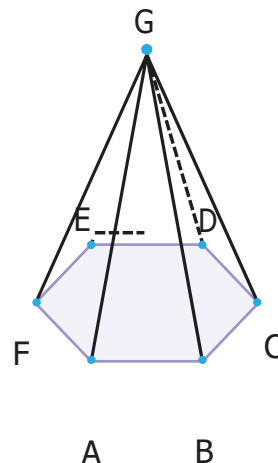
Зид ADHE је супротан зиду BCGF.

1. Попуни табелу датим 3Д облицима.

Име	Број темена	Број ивица	Број зидова	Основа (број и врста 2Д облика)	Бочни зидови (број и врста 2Д облика)
Коцка					
Троугла призма					
Шестоугла призма					
Четвороугла пирамида					
Шестоугла пирамида					

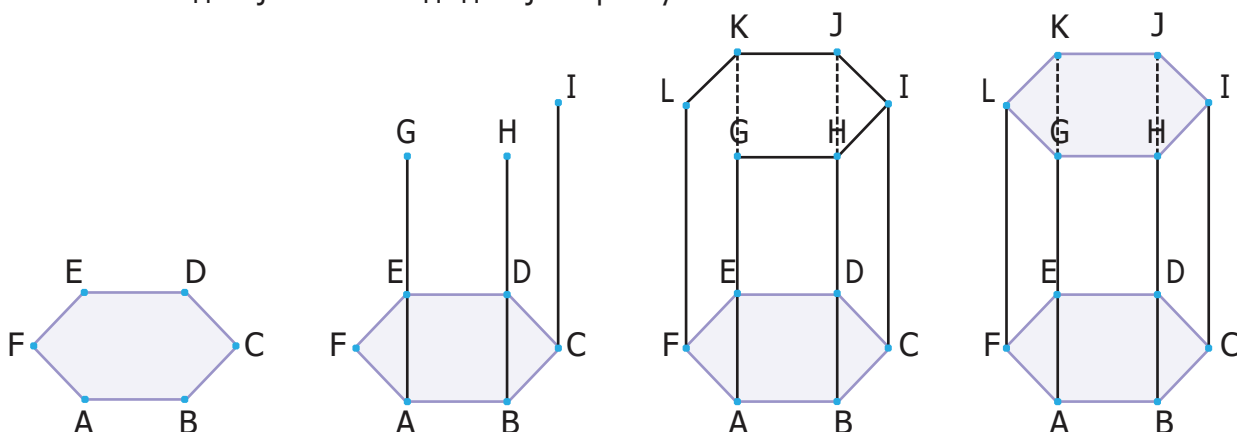
2. Одговори на питања за дати 3Д облик.

- О ком 3Д облику је реч?
- Која врста многоугла је њена основа?
- Колико бочних ивица има? Које су то?
- Колико бочних зидова има? Која врста многоугла су то?
- Које ивице се спајају у темену D?
- Који су суседни зидови зида EFG?
- Који рубови су исте дужине?



Да би нацртао шестоуглу призму високу 7 цм, прати следеће кораке:

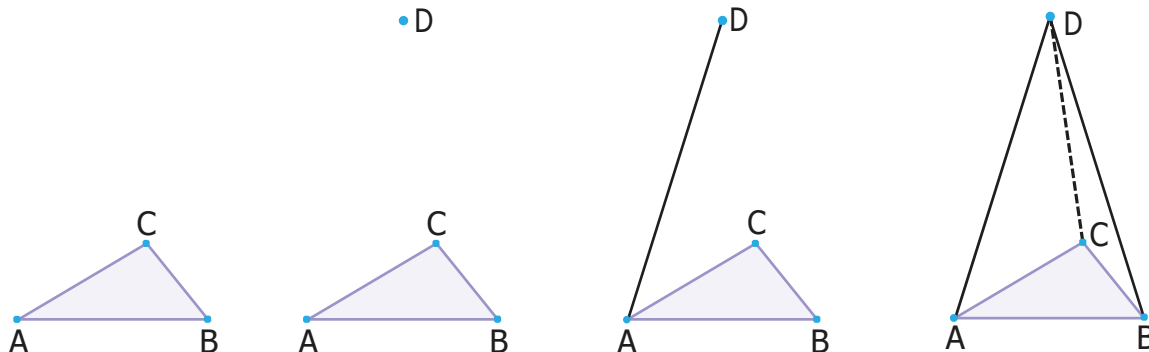
1. Нацртај једну основу – шестоугао ABCDEF.
2. Из сваког темена основе нацртај једнаке дужи дужине 7 цм – вертикалнебочне ивице из којих ћеш добити темена горње основе.
3. Повежи добијена темена да добијеш призму.



Да нацрташ троуглу пирамиду, прати кораке:

1. Нацртај основу – троугла ABC.
2. Изабери тачку – врх пирамиде.
3. Свако теме основе повежи врхом.

• D

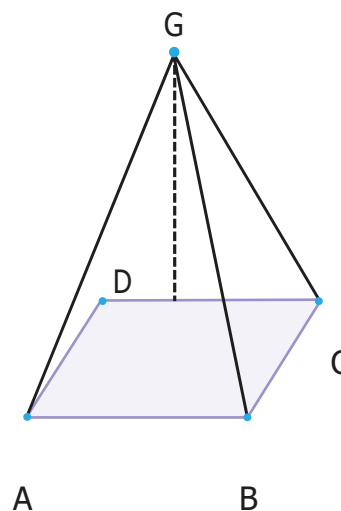


Провери да
ли си разумео!

1. Одговори на питања о датом 3Д облику.

- а) О ком 3Д облику је реч?
- б) Која врста многоугла је његова основа?
- в) Колико бочних ивица има? Које су то ивице?
- г) Које ивице се спајају у теме D?
- д) Које ивице су исте дужине?

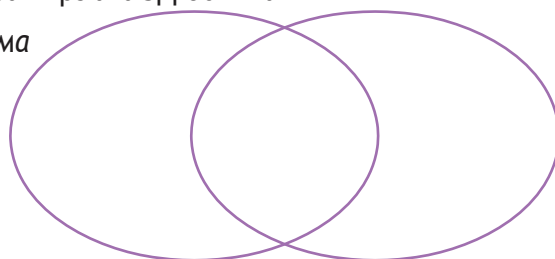
2. Нацртај троуглу призму.



Вежбај:

1. Збир дужина на ивицаља коцке је 156 цм. Колико износи дужина једне ивице?
2. Збир дужина ивица квадра је 96 цм. Дужина квадра је 11 цм, а ширина је 6 цм. Колико износи висина квадра?
3. Колико метара жице је потребно за ивице тростране пирамиде ако су све дужине 50 цм?
4. Попуни Венов дијаграм врстама 3Д облика.

3Д облик који има
паран број
темена



3Д облик који има
зид троугао

5. Попуни Каролов дијаграм врстама 3Д облика.

	Има зид који је троугао	Нема зид који је троугао
Има зид који је квадрат		
Нема зид који је квадрат		



6. Какве 3Д облике ћеш добити ако коцку од пластелина пресечеш на пола:

- а) по средини страна;
- б) по дијагонали зида.

Групна активност



Изради књигу о 3Д облицима. На сваку страну књиге нацртај један 3Д облик и запиши опис за њу (њено име, број темена, ивице и зидове, какав 2Д облик јој је основа, а какав 2Д облик су јој бочни зидови и сл.).

Можеш да додаш и стихове или загонетку за сваки 3Д облик.

Најправилнији 3Д облик сам,
како год ме гледаш – исто је.
Све ивице исте су ми,
сви зидови исто тако.
Зовем се ... (коцка)

Ја сам ребрасто
тело, али призма
не.
Ивица имам осам,
погоди ко сам. (четвороугла пирамида)

НАУЧИЋЕШ:

- да црташ мрежу 3Д облика (призма, пирамида и цилиндар) и да израђујеш 3Д облике од датих мрежа.



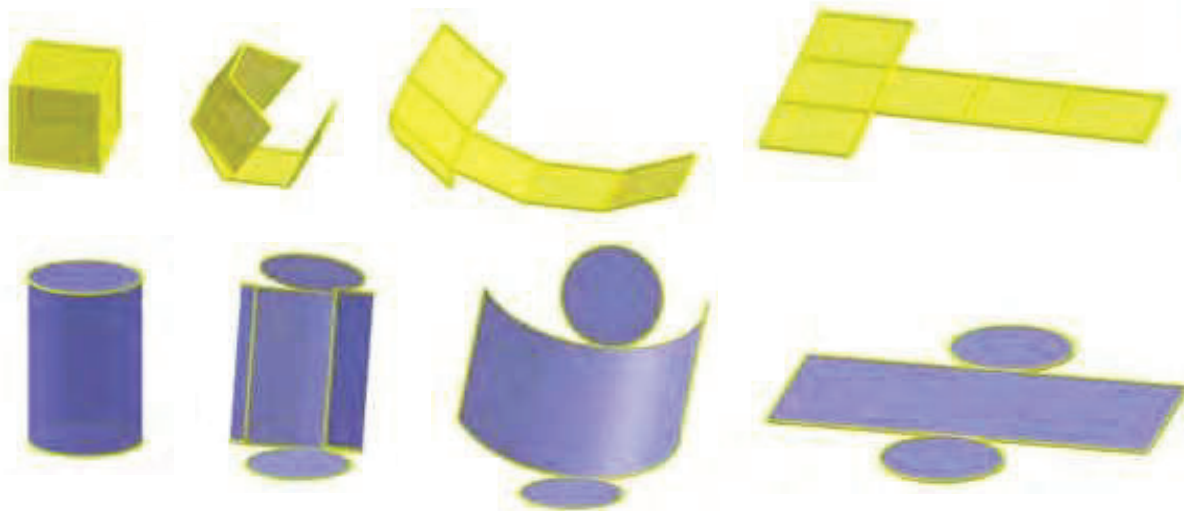
ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Колико и која врста четвороугла су ти потребни да израдиш кутију у облику коцке?

Објашњење

Мрежа 3Д облика је сложен 2Д облик чијим пресавијањем (по рубовима саставних делова) се добија 3Д облик. Наниже су представљене мреже коцке и цилиндра. Опишите их! Од којих саставних делова (2Д облика) је састављена мрежа цилиндра? А коцке? По чему се разликују?

Правоугаоник?



1. Који од следећих облика су мреже на коцки?
(За исти 3Д облик могу да се нацртају различите мреже.)

а)



б)



в)



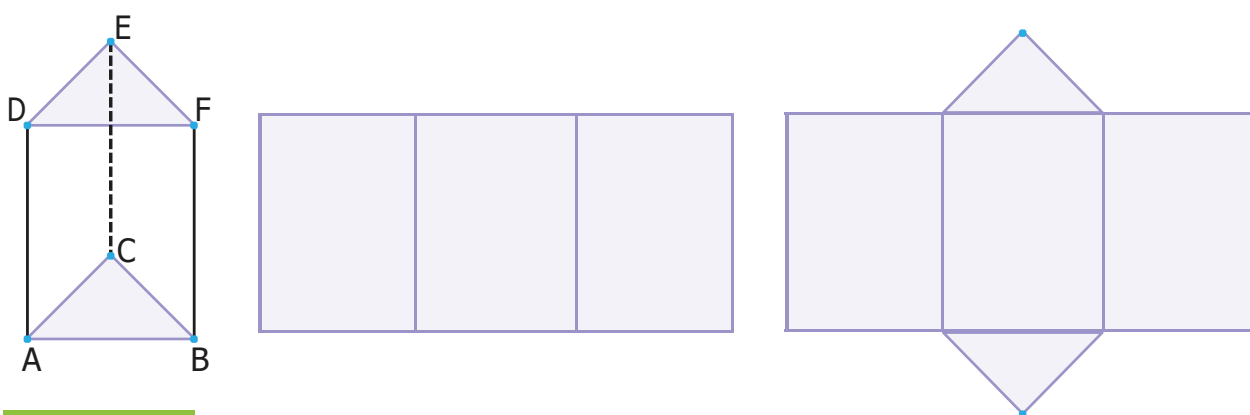
Пример:

Нацртај мрежу троугаоне призме са основом равностраног троугла са страном 4 цм и бочном ивицом 6 цм.

Решење:

Мрежа троугаоне призме се састоји од два исти троугла (равностранни троуглови стране 4 цм) – основи призме и три иста правоугаоника (са димензијама 4 цм и 6 цм).

- Прво цртамо бочне зидове – три правоугаоника.
- Затим цртамо и обе основе – два троугла као горња и доња основа.



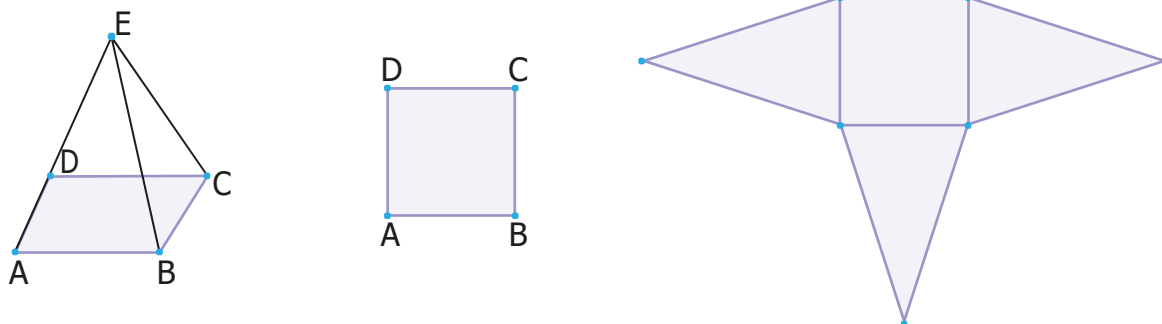
Пример:

Нацртај мрежу четвороугле пирамиде са основом квадрата стране 5 цм и висине бочног зида 7 цм.

Решење:

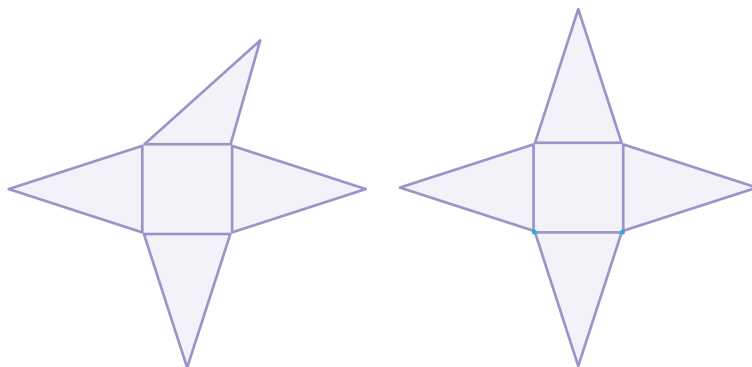
Мрежа четвороугаоне пирамиде се састоји од једног четвороугла (квадрат стране 5 цм) – основи пирамиде и четири иста равнокрака троугла (основе 5 цм и висине 7 цм).

- Најпре цртамо основу – квадрат.
- Затим цртамо бочне зидове – четири троугла.



Провери да
ли си

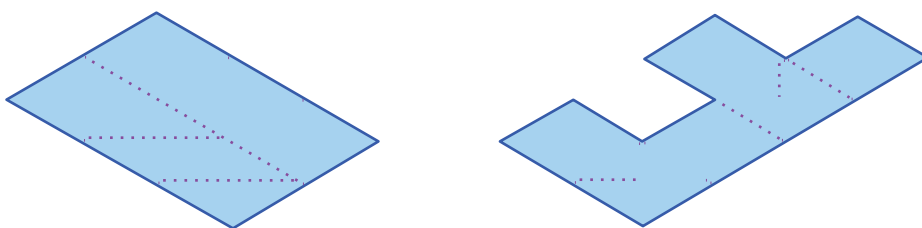
1. Од чега се састоји мрежа троугаоне пирамиде?
2. Једна од две нацртане мреже је погрешна. Објасни шта треба да се поправи.



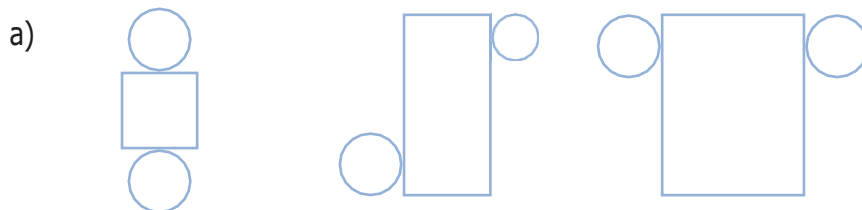
3. Нацртај мрежу квадрата дужине 7 цм, ширине 4 цм и висине 5 цм.

Вежбај:

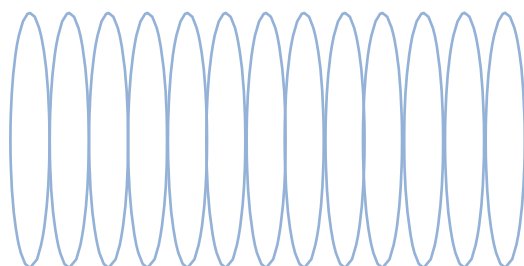
1. Дате мреже нису мреже коцке. Објасни зашто.



2. Троје ученика је цртало мрежу 3Д облика. Који је 3Д облик који су желели да нацртају? Која је тачна мрежа? Шта су погрешили ученици?



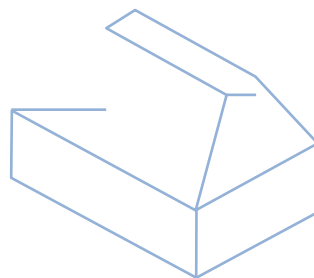
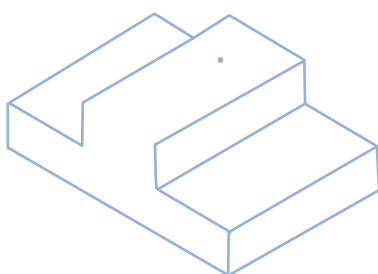
3. Нацртај мрежу шестоугаоне призме са ивицом основе 4 цм и бочном ивицом 7 цм.
4. Нацртај мрежу троугаоне пирамиде код које су све ивице 6 цм. (Таква пирамида се назива тетраедар.)
5. Који 3Д облик ћеш добити од дате мреже?



Зашто су нам уопште потребне мреже?

Способност да се разуме како је 3Д облик састављен од 2Д делова није само корисна вештина ако треба да конструишете кутију. Инжењери и дизајнери користе сложене и моћне пакете за дизајн уз помоћ компјутера како би помогли у дизајнирању свега, чак и грађевина које могу да се пакују.

Покушај да направиш мрежу датих 3Д облика.



Како би се разумело како је састављен 3Д облик.



НАУЧИЋЕШ:

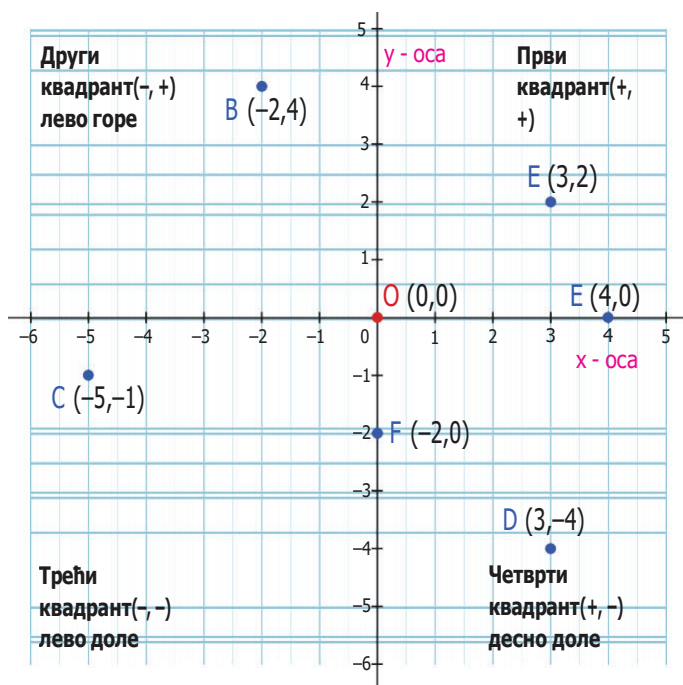
- да читаш и да уносиш координате тачака у свим квадрантима координатног система.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Како се представља тачка у координатном систему?

Која је разлика у представљању тачака $A(3,5)$ и $B(5,3)$?



Координатниот систем се состоји од две узајамно нормалне осе: x -оса (хоризонтална) и y -оса (вертикална). Њихова пресечна тачка $O(0,0)$ је координатни почетак.

Координатне осе деле раван на 4 дела – квадранта.

Положај сваке тачке у равни је одређен њеним двама координатама (x, y) . Прва нам кажује колико је тачка удаљена од y -осе (десно или лево), а друга нам кажује колико је тачка удаљена од x -осе (горе или доле).

Објашњење

Тачка $A(3,2)$ је 3 јединице десно од y -осе и 2 јединице изнад x -осе.

Тачка $B(-2,4)$ је 2 јединице лево од y -осе и 4 јединице изнад x -осе.

Тачка $C(-5,-1)$ је 5 јединица лево од y -осе и 1 јединицу испод x -осе.

Тачка $D(3,-4)$ је 3 јединице десно од y -осе и 4 јединице испод x -осе.

Тачке E и F су осе и зато имају једну координату 0.

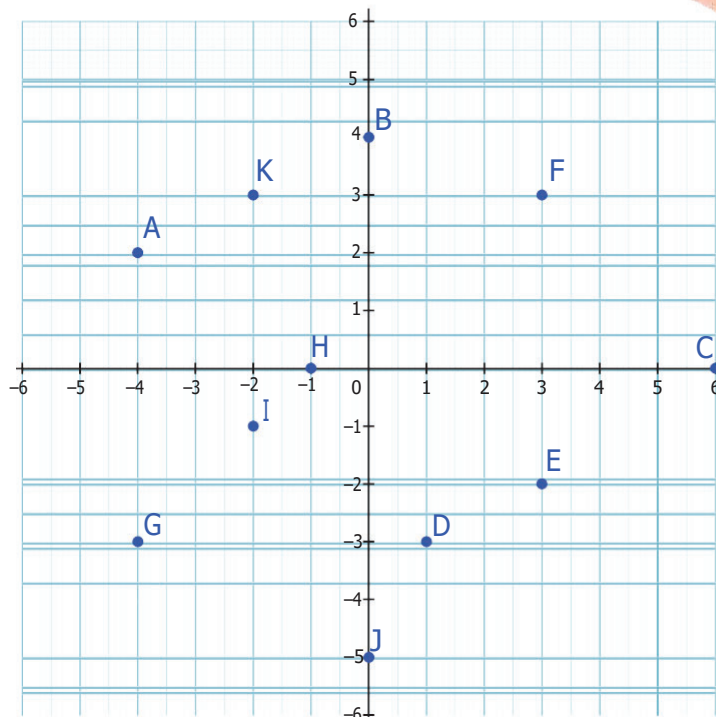
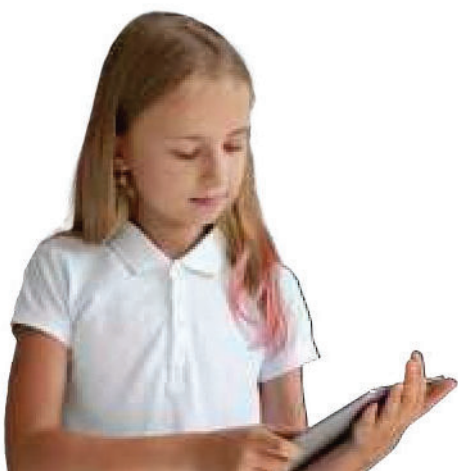
Тачка $E(4,0)$ је 4 јединице десно од y -осе, на самој x -оси (нити испод нити изнад ње).

Тачка $F(0,-2)$ је на самој y -оси (нити десно нити лево), 2 јединице испод x -осе.



1. Представи у координатном систему тачке: $A(-5, 2)$, $B(5, -3)$, $C(0, -3)$, $D(4, 3)$, $E(-5, -2)$, $F(4, 0)$, $G(-2, -5)$, $H(-2, 0)$.

2. Запиши координате тачака које су представљене у координатном систему.



Провери да
ли си

1. Шта је координатни систем? Који су његови делови?
2. Објасни како ћеш представити тачку $M(-2, 3)$ у координатном систему.
3. Запиши три тачке које се налазе 3 јединице лево од у-осе.

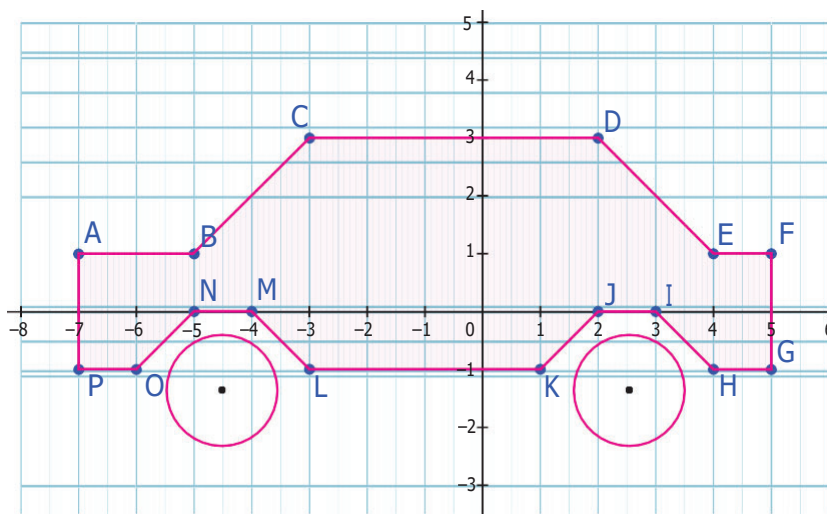
Вежбај:

1. Запиши координате тачке која:

- а) лежи на у-оси;
- б) лежи у четвртм квадранту;
- в) лежи на граници између другог и трећег квадранта;
- г) је удаљена 5 јединица од х-осе.



2. Запиши координате на означеним тачкама којима је креирана фигура.



3. Дате тачке представи у координатном систему и повежи их у изломљеној линији. Које облике си добио?

а) $A = (-3, 2)$
 $B = (-3, -2)$
 $C = (2, -2)$
 $D = (1, -4)$
 $E = (6, 0)$
 $F = (1, 4)$
 $G = (2, 2)$

б) $A = (2, 1)$
 $B = (3, 2)$
 $C = (4, 2)$
 $D = (5, 1)$
 $E = (2, -2)$
 $F = (-1, 1)$
 $G = (0, 2)$
 $H = (1, 2)$

в) $A = (-3, 1)$
 $B = (-4, 2)$
 $C = (-5, 2)$
 $D = (-5, -2)$
 $E = (-4, -2)$
 $F = (-3, -1)$
 $G = (3, -1)$
 $H = (4, -2)$
 $I = (5, -2)$
 $J = (5, 2)$
 $K = (4, 2)$
 $L = (3, 1)$



Креирај загонетку за твог друга – ти припреми му координате, а он нека погодиоблик.

4. У координатном систему нацртај троугле према захтевима и запиши координате на њиховим теменама.

а) Тупоугли троугао, тако што му сва темена леже у различитом квадранту.

б) Правоугаони троугао, тако што му два темена леже на координатним осама.

в) Оштоугли троугао, тако што му два темена леже у трећем квадранту.

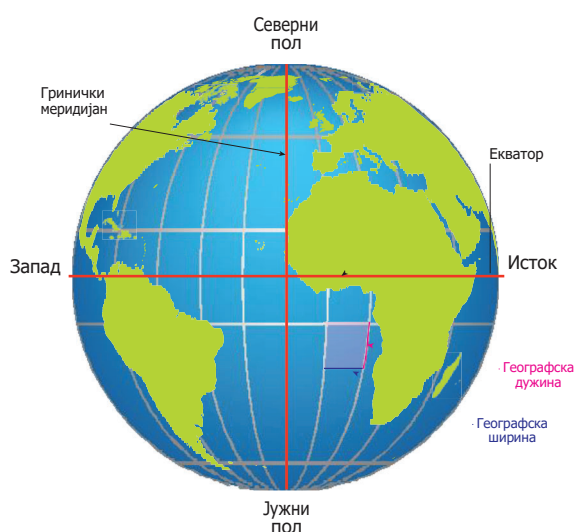
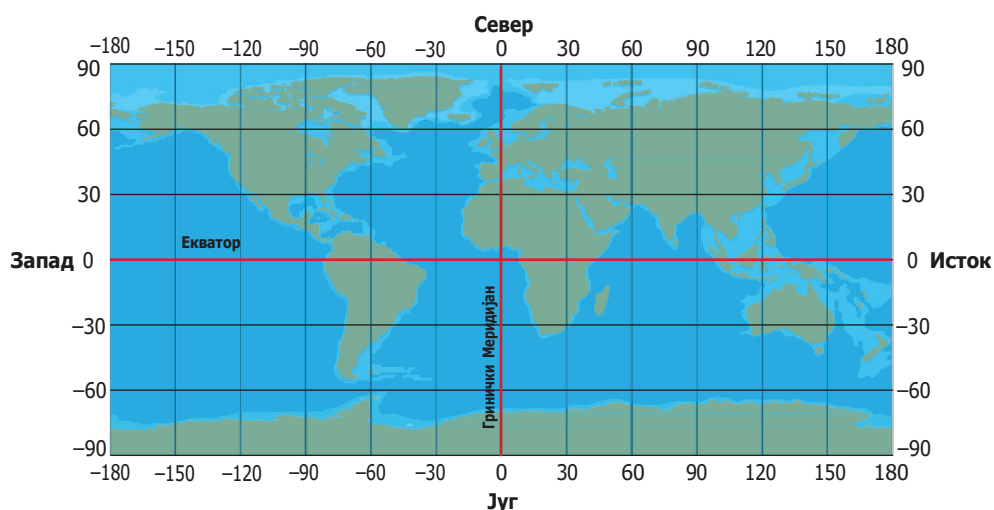


„Земљин координатни систем“

Помоћу „координатног система“ одређује се положај сваке тачке на планети Земљи. Али „Земљин координатни систем“ је другачији:

- састоји се од две врсте кружних линија: **упоредници** и **меридијани**;
- уместо x-осе је **Екватор** – главни **упоредник**;
- уместо y-осе је **Гринички (почетни) меридијан**.

Положај тачке се описује у степенима – северно или јужно од Екватора (изнад или испод) и источно или западно од Гринича (лево или десно).



НАУЧИЋЕШ:

- да одређујеш положај многоугла са осом симетрије у координатном систему;
- да објашњаваш промену координата на теменима многоугла при оси симетрије (у односу на координатне осе или у односу на праве паралелне са осом);
- да идентификујеш и да опишеш осу симетрије при датим координатама темена многоугаоника и његову слику.



ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Шта се дешава када видиш лик неког предмета у огледалу? Шта је оса симетрије?

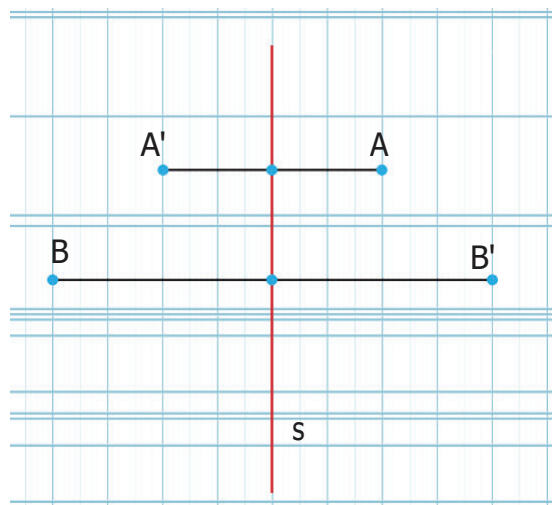


Оса симетрије је један покрет у равни, кретање у односу на праву коју називамо **оса симетрије**. При оси симетрије, свака тачка оригинала (дата фигура) се приближава са друге стране праве и добија се слика. Растојање од праве до обе тачке (оригинал и слика) је једнако.

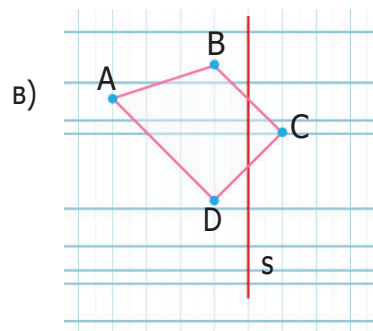
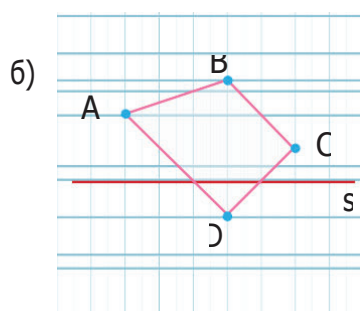
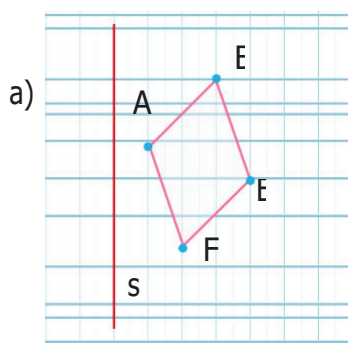
**Објашњење**

На слици је приказана оса симетрије у односу на вертикалну осу s две тачке A и B .

Тачка A је 2 јединице десно од осе s , а њена слика A' је 2 јединице са друге стране, односно лево од осе. Тачка B је 4 јединице лево од осе s , а њена слика B' је 4 јединице са друге стране, односно десно од осе.

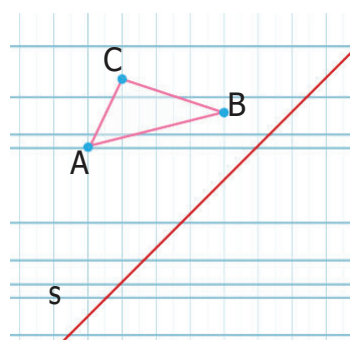


1. Одреди слике датих фигура при оси симетрије у односу на осу s .



Пример:

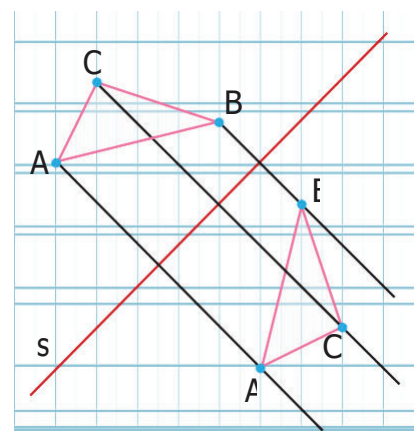
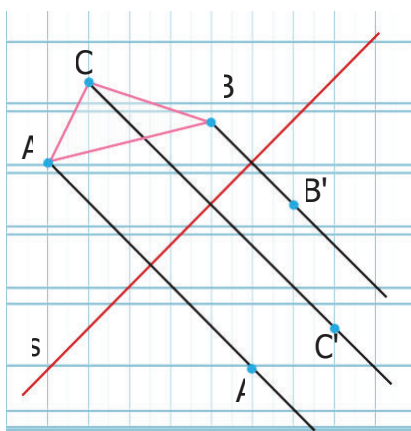
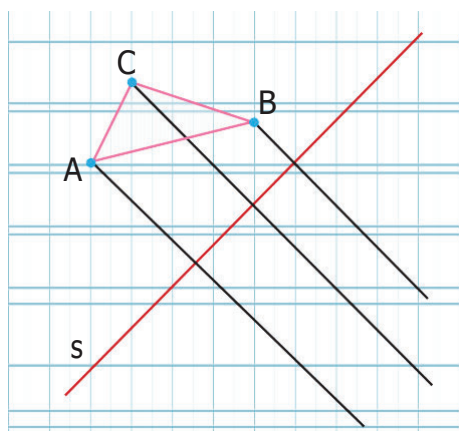
Одреди ја слику датог троугла при оси симетрије у односу на косу осу s .



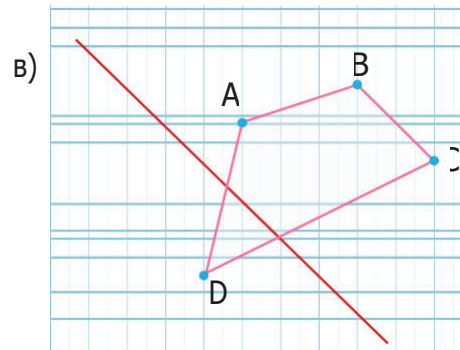
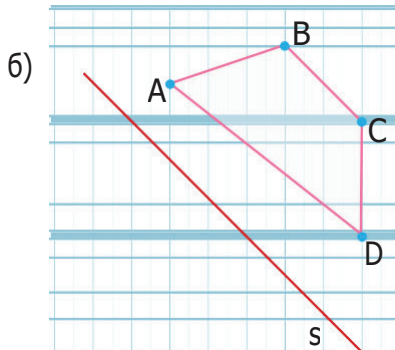
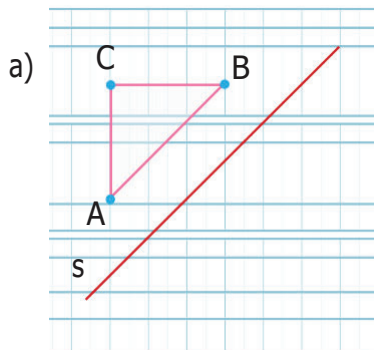
Решење:

Пажљиво морамо да одредимо растојање сваког од три темена троугла до осе и да одредимо тачке са друге стране осе које су на истим растојањима. (Примењујемо поступак за мерење растојања од тачке до праве.)

- Из сваког темена троугла повлачимо праву нормалну оси s .
- Меримо растојања од темена до осе. (Пази! Под правим углом.)
- Преносимо растојања са друге стране осе.
- Добијамо слике сваког темена.
- Повезивањем добијамо троугао једнак датом (али окренут са друге стране осе).



2. Одреди слике датих фигура при оси симетрије у односу на осу s .



2

ОСА СИМЕТРИЈЕ У КООРДИНАТНОМ СИСТЕМУ

Пример:

Изврши осу симетрије у координатном систему троугла са теменима $A(-1,2)$, $B(2,5)$, $C(4,4)$ у односу на:

- осу x ;
- права паралелна са осом x , коју (осу) у сече у 1.

Упореди координате оригинала и на слици након извршене осе симетрије. Шта примећујеш? Како су промењене координате?

Решење

а) При оси симетрије у односу на осу x :

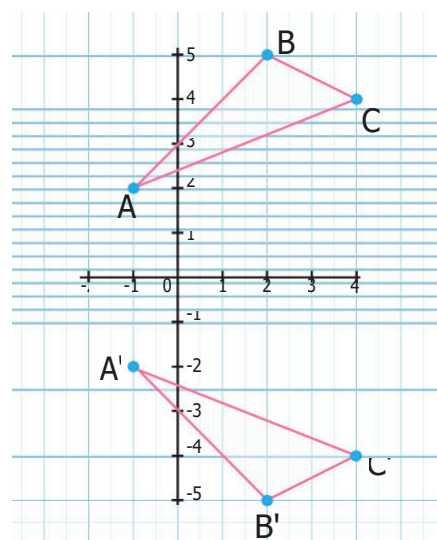
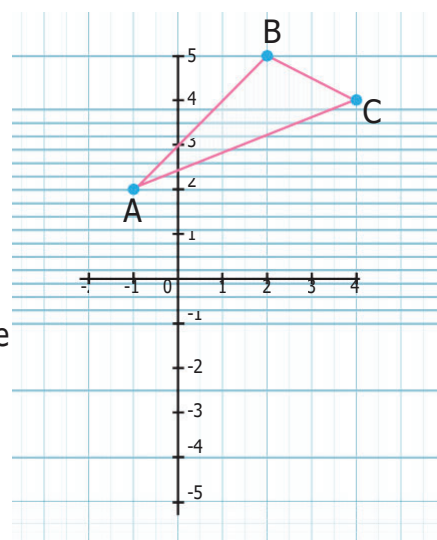
$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1,-2)$$

$$B(2,5) \rightarrow B'(2,-5)$$

$$C(4,4) \rightarrow C'(4,-4)$$

мења се само друга координата у супротном броју, која нам показује растојање од осе x . Прва координата, која нам показује растојање од осе y , се не мења. Тачка A је 2 јединице изнад осе x , а њена слика A' је 2 јединице испод осе x (друга координата се мења од 2 у -2).

Исто се дешава и код тачке B и C .



Решење:

б) При оси симетрије у односу на праву која је паралелна са осом x , коју оса y сече у 1:

$$A(-1, 2) \rightarrow A'(-1, 0)$$

$$B(2, 5) \rightarrow B'(2, -3)$$

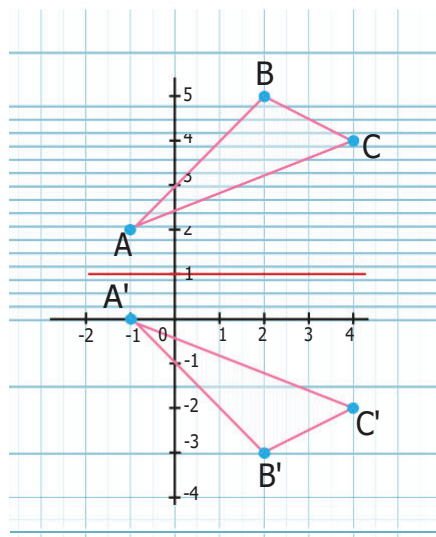
$$C(4, 4) \rightarrow C'(4, -2)$$

прва координата се не мења. Али, мењање друге координате анализирамо пажљиво.

Тачка A је 1 јединица изнад дате осе симетрије ($1 + 1 = 2$), а њена слика A' треба да је 1 јединица испод осе симетрије ($1 - 1 = 0$).

Тачка B је 4 јединице изнад дате осе симетрије ($1 + 4 = 5$), а њена слика B' треба да је 4 јединице испод осе симетрије.

Тачка C је 3 јединице изнад дате осе симетрије ($1 + 3 = 4$), а њена слика C' треба да је 3 јединице испод осе симетрије.



3. У координатном систему нацртај троугао са теменима: $A(1, 2)$, $B(3, 5)$, $C(5, 1)$ а затим нацртај симетрични троугао у односу на:

а) оса y ;

б) права паралелна са осом y , коју оса x сече у -2 .

Упореди координате оригинала и слике након извршене осе симетрије. Шта примећујеш? Како су промењене координате?

ЗАПАМТИ

1. Када је извршена оса симетрије у односу на осу y или праву паралелну са осом y , мења се само прва координата.

Ако је оса симетрије ос y , прва координата се мења у супротни број.

Ако је оса симетрије права која је паралелна са y -осом, а сече осу x у датој тачки, прва координата на слици је број, тако што дата вредност за пресек је на средини између вредности обе координате (на оригиналу и на слици).

2. Кад је извршена оса симетрије у односу на осу x или праву паралелну са осом x , мења се само друга координата.

Ако је оса симетрије оса x , друга координата се мења у супротни број.

Ако је оса симетрије права која је паралелна са осом x , а сече осу y у датој тачки, друга координата слике је број, тако што дата вредност је на средини између а две координате (на оригиналу и на слици).

Како да опишемо осу симетрије ако су нам дате координате тачака на оригиналу и на слици?

Пример:

Дате су координате тачака оригинала и слике. Одреди која је оса симетрије без да представљаш тачке у координатном систему.

а) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,2)$, $B(2,5) \rightarrow B'(-2,5)$;

б) $M(2,0) \rightarrow M'(2,4)$, $P(4,6) \rightarrow P'(4,-2)$.

Упореди координате оригинала и слике након извршене осе симетрије. Шта примећујеш? Која координата је промењена? Како су промењене координате?

Решење:

а) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,2)$, $B(2,5) \rightarrow B'(-2,5)$ – Мења се прва координата, и то у супротном броју. Друга координата је непромењена. Закључујем, оса симетрије у односу на осу y будући да се мења положај слева надесно у односу на осу y .

б) $M(2,0) \rightarrow M'(2,4)$, $P(4,6) \rightarrow P'(4,-2)$ – Мења се друга координата, али не у супротном броју. Прва координата је непромењена. Закључујем, оса симетрије у односу на хоризонталну осу која није оса x , али је паралелна са њом будући да се мења положај од наниже према навише. Оса је увек на средини. Између 0 и 4 је 2, а исто тако и између 6 и -2 је 2. Значи, оса симетрије је паралелна са осом x и сече осу y у 2.

4. Дате су координате тачака из оригинала и слике. Опиши симетрију.

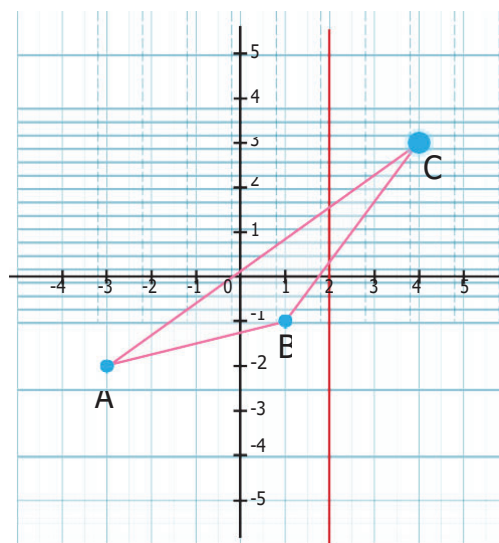
а) $A(-2,2) \rightarrow A'(2,2)$, $B(-1,5) \rightarrow B'(1,5)$;

б) $M(-3,2) \rightarrow M'(-3,-4)$, $P(2,3) \rightarrow P'(2,-5)$;

в) $T(0,6) \rightarrow T'(4,6)$, $K(-2,2) \rightarrow K'(6,2)$.

Провери да ли си разумео!

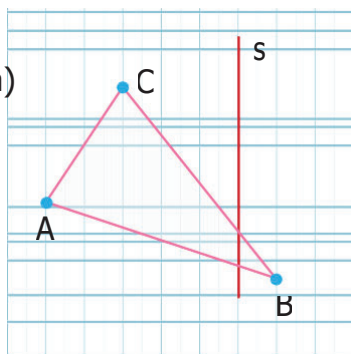
1. Шта је оса симетрије? Како је одређена оса симетрије? Како се мењају координате ако се изврши оса симетрије у односу на осу y ?
2. Које ће бити координате тачке $M(-2,3)$ по основј симетрији у односу на осу x , а које ће бити координате по основј симетрији у односу на осу која је паралелна са осом x , а сече осу y у -2?
3. Изврши осу симетрије на датом троуглу у односу на осу паралелну са осом y коју сече оса x у 2.



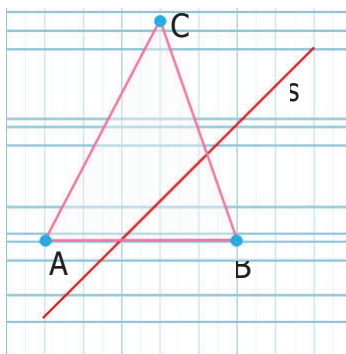
Вежбај:

1. Одреди слике датих фигура при осној симетрији у односу на осу s .

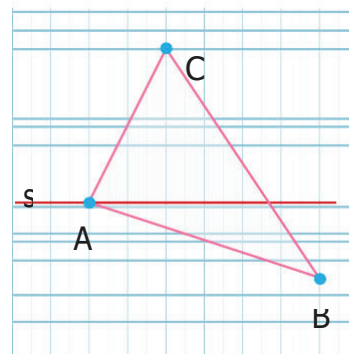
2. а)



б)



в)



3. У координатном систему изврши осне симетрије датих многоуглова. Запиши координате темена добијених слика.

а) $A(-3, -1)$, $B(3, 1)$, $C(2, 4)$, $D(-1, 5)$ у односу на осу x ;

б) $M(-1, -2)$, $P(2, 3)$, $K(-4, 4)$ у односу на осу y ;

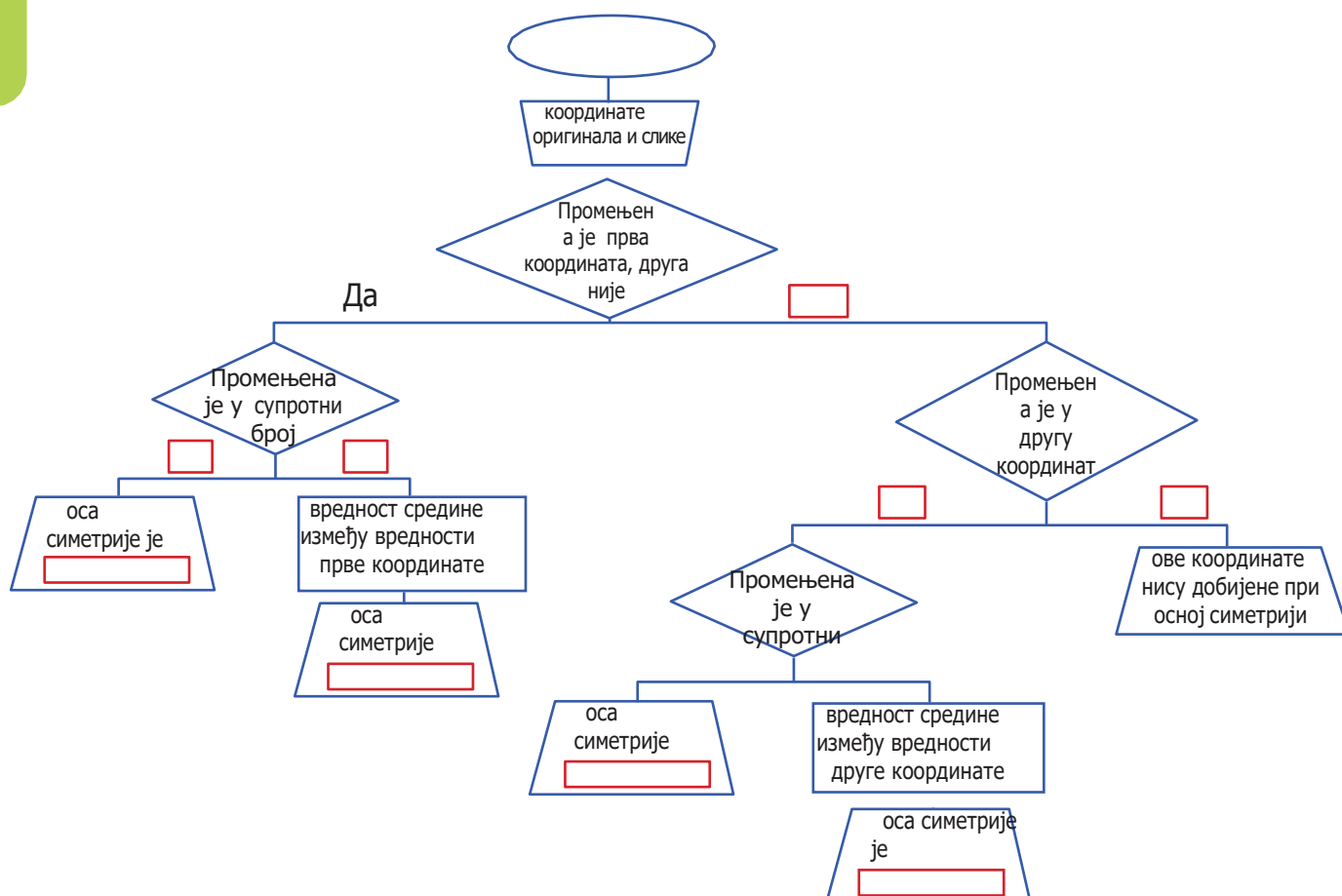
в) $E(2, -2)$, $S(3, 3)$, $V(-2, 4)$ у односу на осу која је паралелна са осом x , а сече осу y у -2 ;

г) $R(-3, -2)$, $N(3, 1)$, $Q(1, 4)$, $P(0, 4)$ у односу на осу која је паралелна са осом y , а сече осу x у 2 .

4. Повежи дате координате од оригинала и слике са описом осе симетрије од које судобијени. Објасни свако од повезивања.

Координате темена оригинала(A , B и C) и слике (A' , B' и C')	Оса осне симетрије
$A(-3, -2) \rightarrow A'(-3, 0)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(3, -3)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(1, -6)$	Правна паралелна са осом y којој сече осу x у 2
$A(-3, -2) \rightarrow A'(7, -2)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(1, 1)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(3, 4)$	Оса x
$A(-3, -2) \rightarrow A'(3, -2)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(-3, 1)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(-1, 4)$	Правна паралелна са осом x , а сече је оса y у -1
$A(-3, -2) \rightarrow A'(-3, 2)$ $B(3, 1) \rightarrow B'(3, -1)$ $C(1, 4) \rightarrow C'(1, -4)$	Оса y

4. Допуни дијаграм (црвена поља) да би добио алгоритам који ће ти помоћи да опишеш осу симетрије ако ти је познато које су координате оригинала и слике. Можеш да га програмираш у твој омиљени програмски језик.



НАУЧИЋЕШ:

- да одређујеш положај многоугла са транслацијом у координатном систему;
- да објашњаваш промене координата темена многоугла при транслацији;
- да идентификујеш и описујеш транслацију при датим координатама темена многоугла и његове слике.



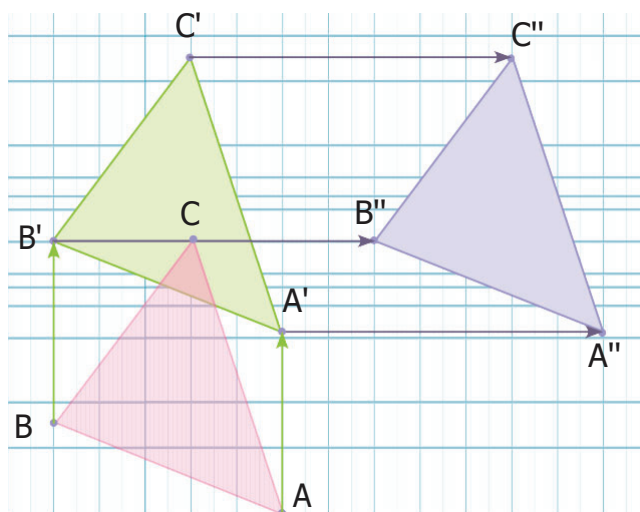
Како можеш твом другу да даш упутства за кретање?

ЗА ПОДСЕЋАЊЕ

Транслација је једно кретање у равни, кретање према датом **правцу и смеру**. При транслацији, свака тачка **оригинала** (дата фигура) приближава се према датим смерницама и добија се померена фигура – **слика**.

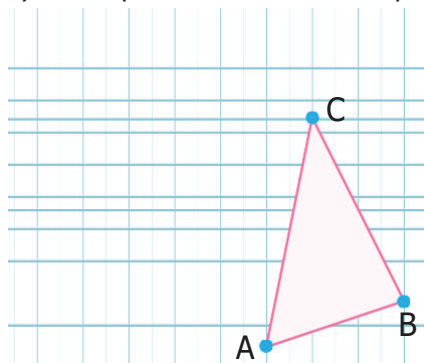
Објашњење

На слици је приказана транслација троугла ABC за 4 квадратића горе (слика је троугао A'B'C') и 7 квадратића десно (слика је троугао A''B''C'').

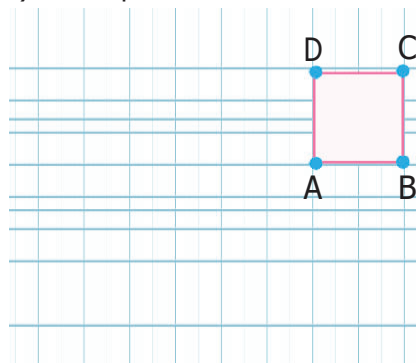


1. Одреди слике датих фигура при одговарајућој транслацији:

а) 5 квадратића лево и 2 нагоре;



б) 2 квадратића лево и 2 на доле.



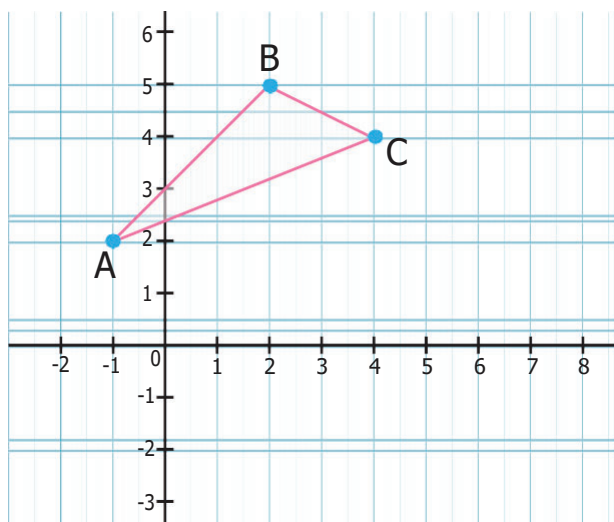
Пример:

Изврши транслагцију 2 квадратића удесно и 3 наниже у координатном систему троугла са теменима $A(-1,2)$, $B(2,5)$, $C(4,4)$:

а) 2 квадратића удесно;

б) 3 квадратића наниже.

Упореди координате оригинала и слике по извршеној транслагцији. Шта примећујеш? Како су промењене координате?



Решење:

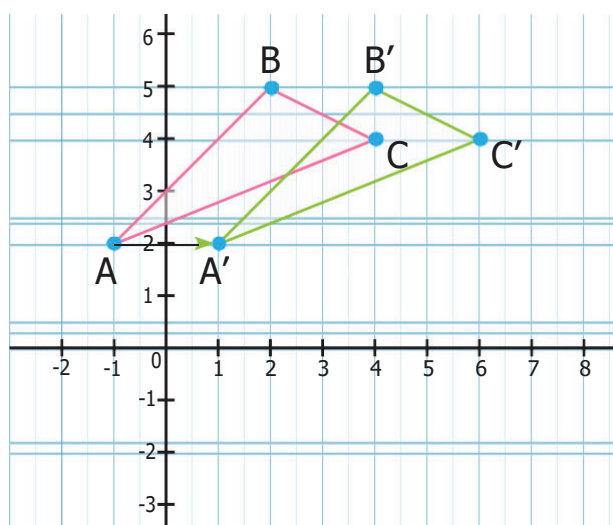
а) При транслагцији за 2 квадратића удесно:

$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1+2,2) = A'(1,2)$$

$$B(2,5) \rightarrow B'(2+2,5) = B'(4,5)$$

$$C(4,4) \rightarrow C'(4+2,4) = C'(6,4)$$

мења се само прва координата – повећава се за 2. Друга координата се не мења.



Решење:

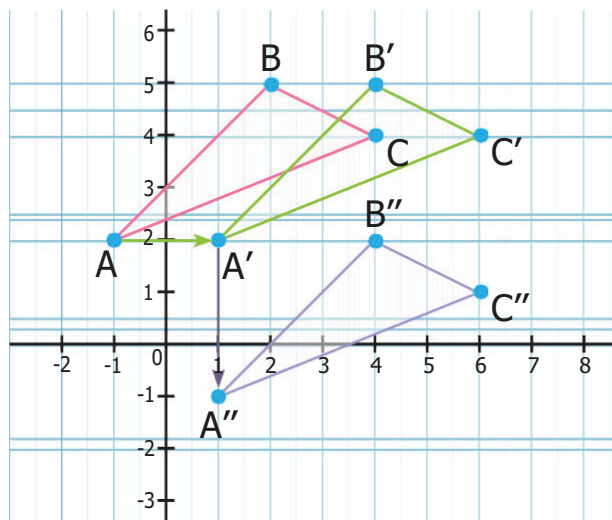
б) При транслагацији за 3 квадратића наниже:

$$A'(1,2) \rightarrow A''(1,2-3) = A''(1,-1)$$

$$B'(4,5) \rightarrow B''(4,5-3) = B''(4,2)$$

$$C'(6,4) \rightarrow C''(6,4-3) = C''(6,1)$$

прва координата се не мења. Друга координата се смањује за 3 јединице, јер покрећемо 3 квадратића надоле.



2. Изврши транслагацију у координатном систему троугла са теменима: $A(1,2)$, $B(3,5)$, $C(5,1)$ за:

- 4 квадратића наниже и 3 квадратића улево;
- 3 квадратића наниже и 2 квадратића удесно.

Упореди координате оригинала и слике након извршене транслагације. Шта примећујеш? Како су промењене координате?

ЗАПАМТИ

1. Када је извршена транслагација удесно или улево, мења се прва координата:

- Ако је транслагација удесно, повећава се за онолико јединица колико износи број квадратића.
- Ако је транслагација улево, смањује се за онолико јединица колико износи број квадратића.

2. Када је извршена транслагација нагоре или надоле, мења се друга координата:

- Ако је транслагација нагоре, повећава се за онолико јединица колико износи број квадратића.
- Ако је транслагација надоле, смањује се за онолико јединица колико износи број квадратића.

3. Како да опишемо транслагацију ако су нам дате координате тачака оригинала и слике?

Пример:

Дате су координате тачака оригинала и слике при транслагцији. Одреди смернице транслагције без да представиш тачке координатног система.

$$A(-1,2) \rightarrow A'(1,1), B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$$

Упореди координате оригинала и слике након извршене транслагције. Шта примећујеш? Која координата је промењена? Како су промењене координате?

Решење:

а) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,1), B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$ – Прва координата и код обе тачке је повећана за 2, значи, извршена је транслагција за 2 квадратића удесно.

б) $A(-1,2) \rightarrow A'(1,1), B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$ – Друга координата и код обе тачке је смањена за 1, значи, извршена је транслагција за 1 квадратић наниже.

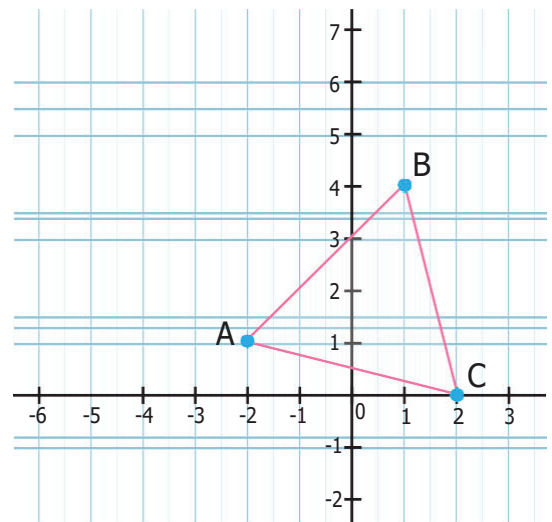
3. Дате су координате тачака оригинала и слике. Опиши транслагцију.

а) $A(-2,2) \rightarrow A'(-5,5), B(-1,5) \rightarrow B'(-4,8);$

б) $M(-3,2) \rightarrow M'(-1,-4), P(2,3) \rightarrow P'(4,-3).$

Провери да ли си разумео!

1. Шта је транслагција? Како је одређена транслагција? Како се мењају координате тачке ако се изврши транслагција?
2. Које ће бити координате тачке $M(-3,2)$ након транслагције за 5 квадратића удесно, а које ће бити координате након транслагције за 4 квадратића наниже?
3. Изврши транслагцију датог троугла за 3 квадратића улево и за 2 квадратића навише.



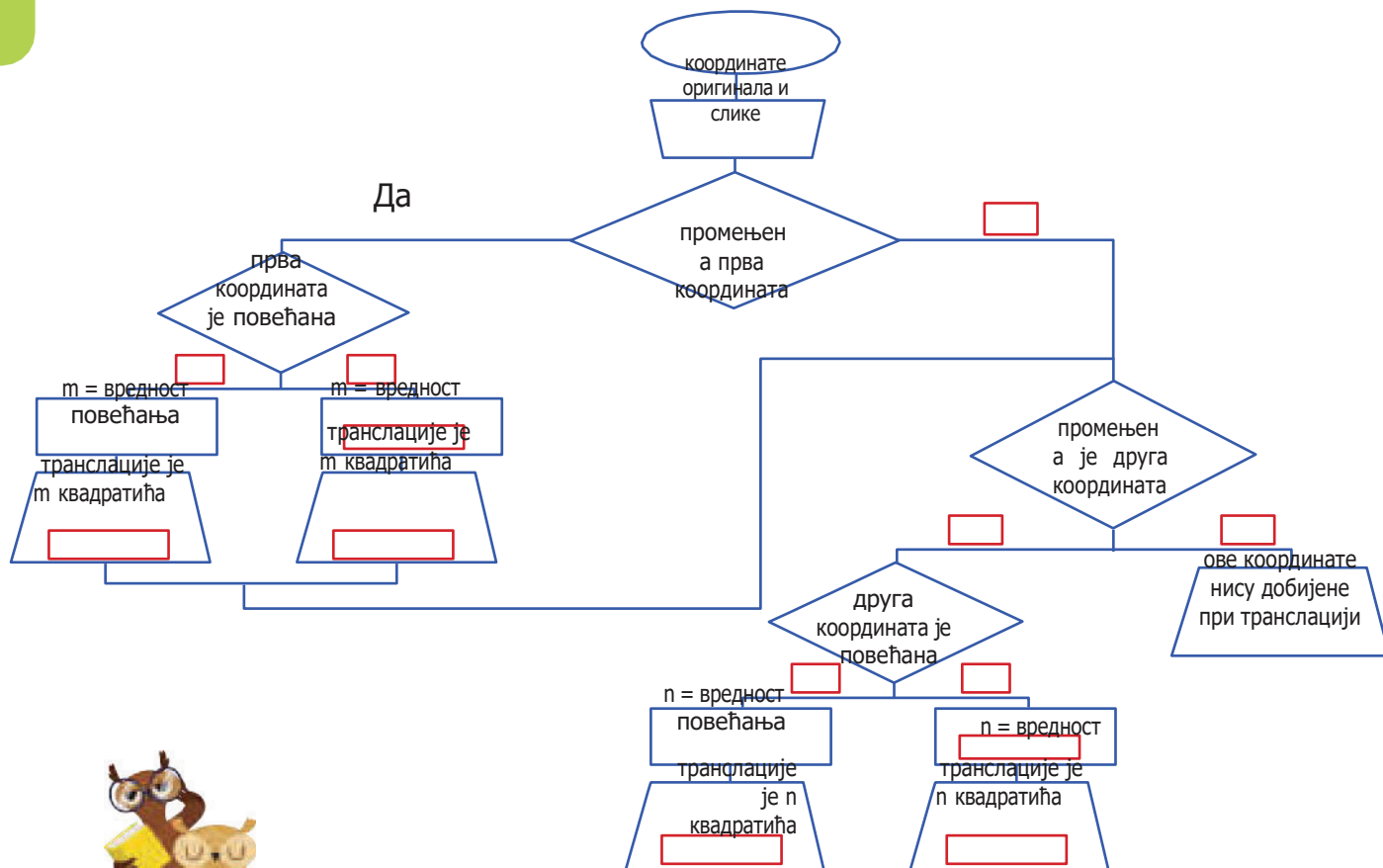
Вежбај:

- У координатни систем изврши транслације датих троуглова. Запиши координате темена добијених слика.
 - $A(-3,-1)$, $B(3,0)$, $C(0,2)$ транслација за 3 квадратића навише;
 - $M(-3,-2)$, $P(2,5)$, $K(-1,-1)$ транслација за 5 квадратића удесно;
 - $E(2,-2)$, $S(3,3)$, $V(-2,4)$ транслација за 2 квадратића навише и за 3 квадратића удесно;
 - $R(-3,2)$, $N(3,1)$, $Q(1,4)$ транслација за 3 квадратића наниже и за 2 квадратића удесно.
- Повежи дате координате са оригиналом и сликом са описом транслације из које су добијене. Објасни свако повезивање.

Координате темена оригинала (А, В и С) и слике (А', В' и С')	Смернице транслације
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-3,-2)$ $B(4,3) \rightarrow B'(6,3)$ $C(2,5) \rightarrow C'(4,5)$	4 квадратића навише
$A(-5,-2) \rightarrow A'(0,-3)$ $B(4,3) \rightarrow B'(9,2)$ $C(2,5) \rightarrow C'(7,4)$	2 квадратића удесно
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-5,2)$ $B(4,3) \rightarrow B'(4,7)$ $C(2,5) \rightarrow C'(2,9)$	5 квадратића удесно и један наниже
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-6,1)$ $B(4,3) \rightarrow B'(3,6)$ $C(2,5) \rightarrow C'(1,8)$	1 квадратић улево, 3 квадратића навише



3. Допуни дијаграм (црвена поља) да добијеш алгоритам који ће ти помоћи да опишеш translацију ако ти је познато које су координате оригинала и слике. Можеш да програмираш у твојом омиљеном програмском језику.



НАУЧИЋЕШ:

- да одређујеш положај многоугла са ротација за 90° око једног његовог темена у координатном систему;
- да објашњаваш промену координата темена многоугла при ротацији;
- да идентификујеш и описујеш ротацију при датим координатама темена многоугла и његове слике.

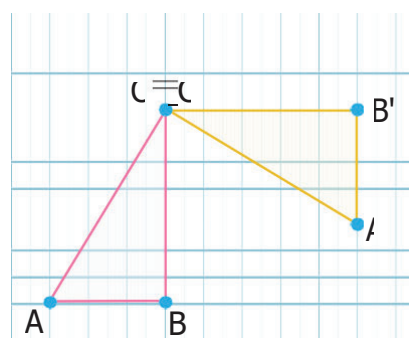
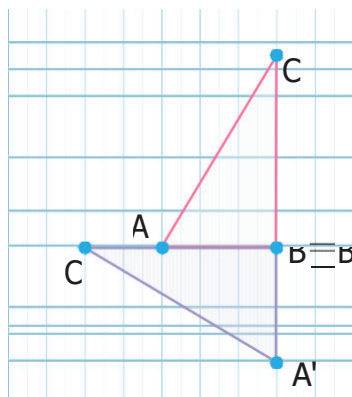
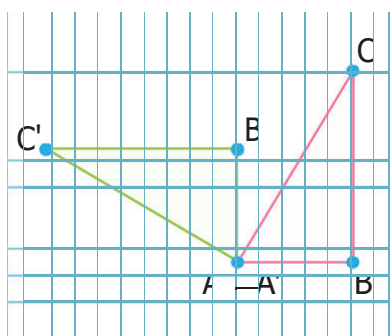
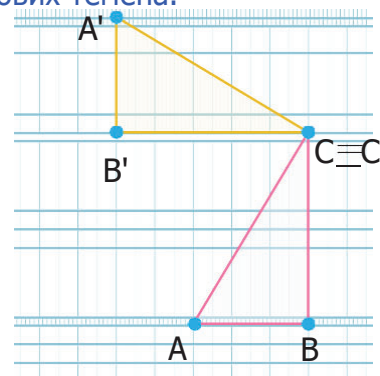
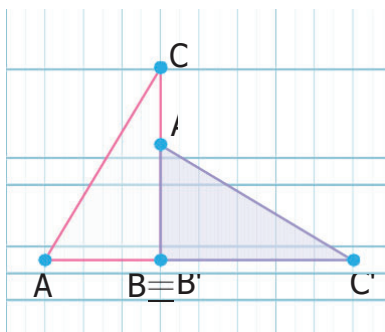
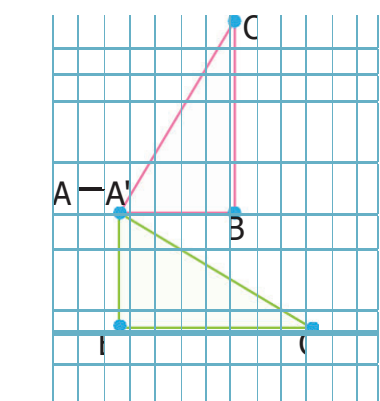


ЗА ПОДСЕЋАЊЕ Како ћеш описати окретање Земље око њене осе?

Ротација је кретање у равни, при којем се фигура **окреће** око дате тачке (центар ротације), за дати угао (угао ротације) и у датом смеру (смеру казаљке на сату или обрнуто). При ротацији, свака тачка оригинала (дата фигура) окреће се за дати угао према датим смерницама и добива се померена фигура – слика.

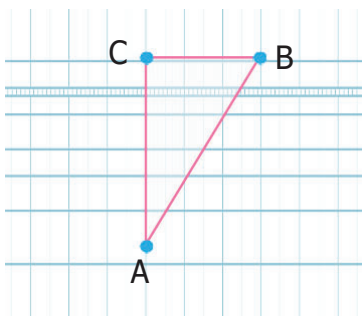
Објашњење

На слици је приказана ротација истог троугла ABC за угао од 90° у смеру казаљки на сату (у првом реду) и супротно од казаљки на сату (у другом реду) око сваког од његових темена.

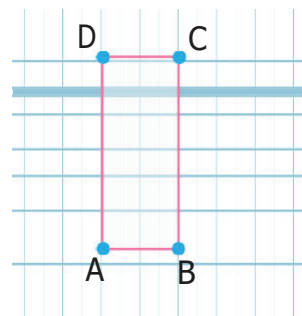


1. Одреди слике датих фигура при одговарајућој ротацији за угао од 90° .

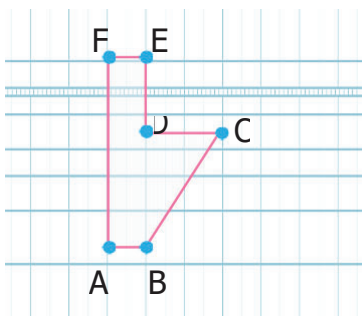
а) Са центром у темену А, а да ротирање буде супротно казаљкама на сату.



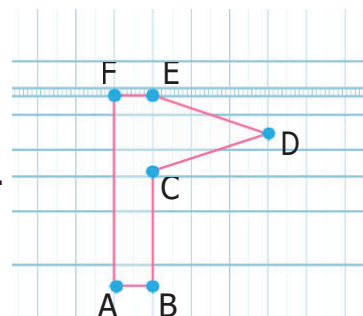
б) Са центром у темену D, а да ротирање буде у смеру кретања казаљки на сату.



в) Са центром у темену А, а да ротирање буде у смеру кретања казаљки на сату.



г) Са центром у темену Е, а да ротирање буде супротно од казаљки насату.



2

РОТАЦИЈА У КООРДИНАТНОМ СИСТЕМУ

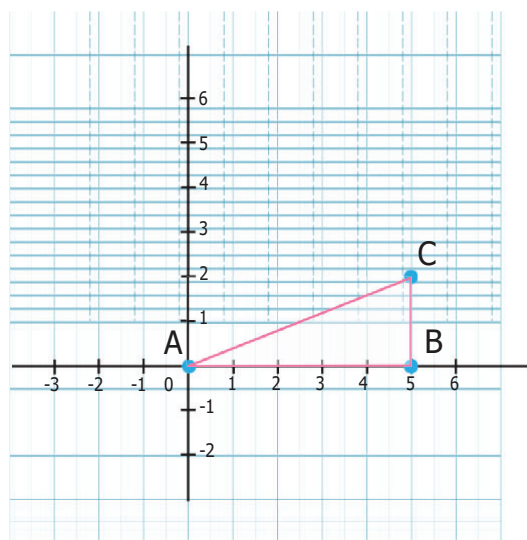
Пример:

Изврши ротацију у координатном систему троугла са теменима $A(0,0)$, $B(5,0)$, $C(5,2)$ за 90° око центра А:

а) супротно од казаљки на сату;

б) у смеру казаљки на сату.

Упореди координате оригинала и слике након извршене ротације. Шта примећујеш? Како су промењене координате?



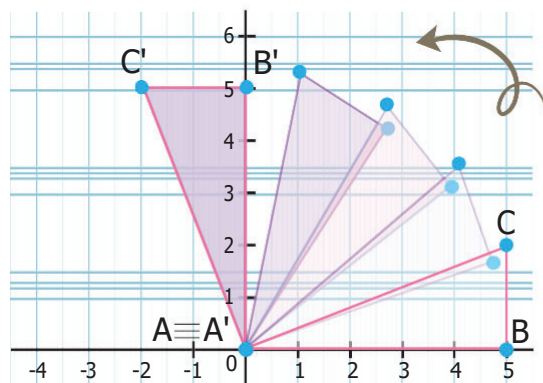
Решење:

а) При ротацији супротно од казаљки на сату, из првог квадранта, слика троугла је у другом квадранту.

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ – центар остаје.

$B(5,0) \rightarrow B'(0,5)$ – од x се креће на ос y .

$C(5,2) \rightarrow C'(-2,5)$ – координате замењују места, при чему у зависности од квадранта мењају и знаке.



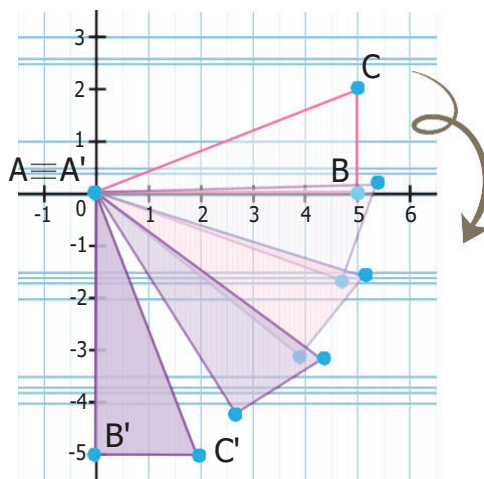
Решење:

б) При ротацији у смеру казаљке на сату, од првог квадранта, слика троугла је у четвртном квадранту.

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ – центар остаје.

$B(5,0) \rightarrow B'(0,-5)$ – од x се креће оса y .

$C(5,2) \rightarrow C'(2,-5)$ – координате мењају места, при чему у зависности од квадранта мењају и знаке.

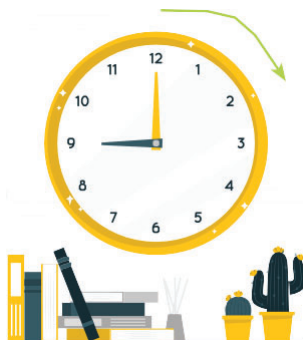


2. Изврши ротацију у координатном систему троугла темена $A(0,0)$, $B(0,4)$, $C(3,4)$ око теме A за 90° :

а) у смеру казаљке на сату;

б) супротно од казаљки на сату.

Упореди координате оригинала и слике по извршеној ротацији. Шта примећујеш? Како су промењене координате?



ЗАПАМТИ

При ротацији за 90 степени око неког темена које се налази на координатном почетку:

1. центар ротације не мења своје координате;
2. координате других тачака их мењају:
 - места (прва координата постаје друга, а друга прва);
 - знаци координата се мењају у зависности од смера ротације – у коме је квадрант оригинал и где ће се добити слика.

Како да опишемо ротацију ако су нам дате координате тачака оригинала и слике?

Пример:

Дате су координате тачака оригинала и слике при ротацији. Опиши ротацију без да представиш тачке координатног система.

$$A(0,0) \rightarrow A'(0,0), B(-3,0) \rightarrow B'(0,3), C(0,4) \rightarrow C'(4,0)$$

Упореди координате оригинала и слике по извршеној ротацији. Шта примећујеш? Која координата је промењена? Како су промењене координате?

Решење:

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ је тачка која није променила координате – она је центар ротације.

Код тачака: $B(-3,0) \rightarrow B'(0,3)$, $C(0,4) \rightarrow C'(4,0)$ има промена код места и код неких знакова.

Оригинал је у другом квадранту, а слика је у првом квадранту – закључујем да је ротација у смеру казаљке на сату (од другог ка првом квадранту).

3. Дате су координате тачака оригинала и слике. Опиши ротацију.

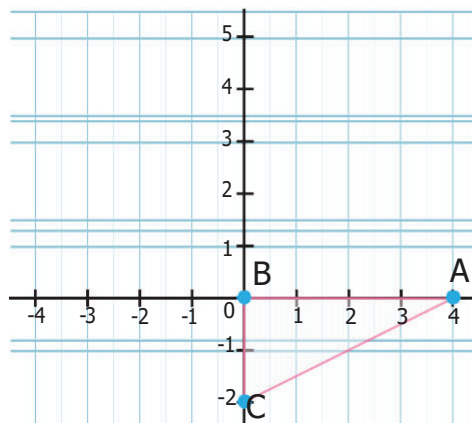
а) $A(-3,-4) \rightarrow A'(4,-3)$, $B(0,0) \rightarrow B'(0,0)$, $C(-3,0) \rightarrow C'(0,-3)$.

б) $A(-2,0) \rightarrow A'(0,2)$, $B(0,0) \rightarrow B'(0,0)$, $C(0,5) \rightarrow C'(5,0)$.



Провери да ли
си разумео!

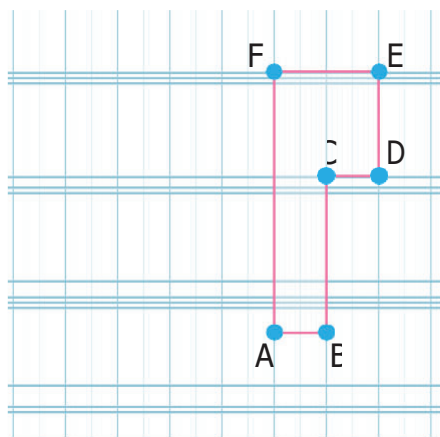
1. Шта је ротација? Како је опредељена ротација?
Како се мењају координате тачке ако се изврши ротација око темена које је у координатном почетку за 90° ?
2. Које ће бити координате тачке $M(0,3)$ по ротацији за 90° око координатног почетка у смеру казаљке на сату, а које ће бити координате по ротацији супротно од казаљки на сату?
3. Изврши ротацију датог троугла за 90° око координатног почетка у смеру супротно од казаљки на сату.



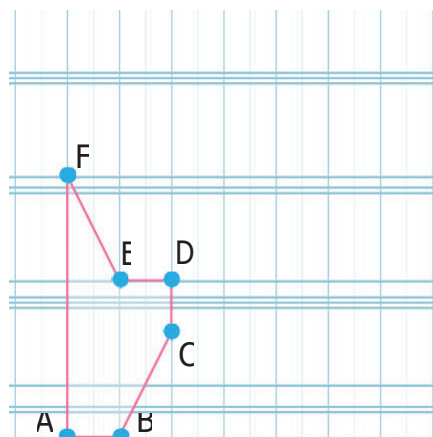
Вежбај:

1. Одреди слике датих фигура при одговарајућој ротацији за угао од 90° .

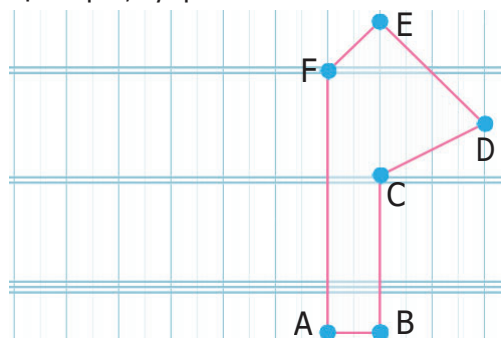
а) Центар В, супротно од казаљки.



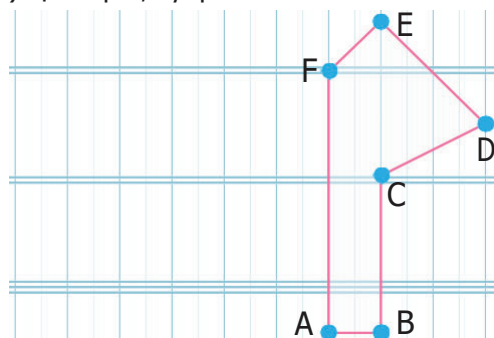
б) Центар F, супротно од казаљки.



в) Центар В, супротно од казаљки.



г) Центар F, супротно од казаљки.



2. У координатном систему изврши ротације за 90° датих троуглова. Запиши координате темена добијених слика.

а) $A(0,-2)$, $B(3,0)$, $C(0,0)$ око темена C у смеру казаљки.

б) $M(-3,0)$, $P(0,0)$, $K(0,5)$ око темена P у смеру казаљки.

в) $E(0,0)$, $S(0,4)$, $V(-2,0)$ око темена E у смеру супротно од казаљки.

г) $R(0,0)$, $N(3,0)$, $Q(0,4)$ око темена R у смеру супротно од казаљки.

3. Дате су координате тачака оригинала и слике. Ротација је за 90° са центром на координатном почетку. Одреди смер:

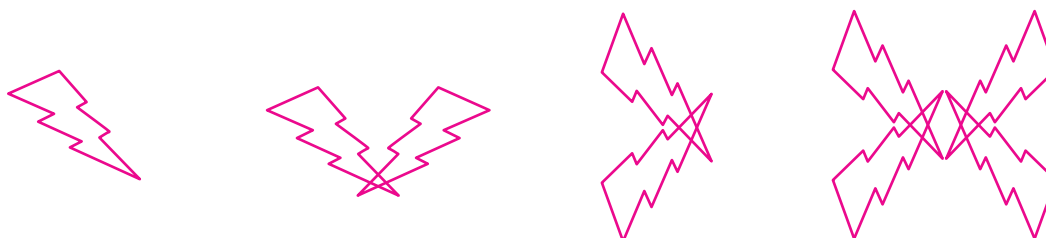
а) $A(0,-4) \rightarrow A'(4,0)$; б) $B(-3,0) \rightarrow B'(0,3)$; в) $C(5,0) \rightarrow C'(0,-5)$.

4. Повежи дате координате оригинала и слике са описом ротације из које судобијени. Објасни свако повезивање.

Координате темена оригинала (А, В и С) и слике (А', В' и С')	Смер ротације
$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ $B(4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,3) \rightarrow C'(-3,0)$	Центар – С Угао – 90° Смер – супротно од казаљки
$A(-3,0) \rightarrow A'(0,-3)$ $B(0,4) \rightarrow B'(-4,0)$ $C(0,0) \rightarrow C'(0,0)$	Центар – А Угао – 90° Смер – у смеру казаљке
$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ $B(-4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,-5) \rightarrow C'(-5,0)$	Центар – А Угао – 90° Смер – у смеру казаљке
$A(0,-2) \rightarrow A'(-2,0)$ $B(-4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,0) \rightarrow C'(0,0)$	Центар – А Угао – 90° Смер – супротно од казаљке

Дизајнирање логоа. Осном симетријом, транслацијом и ротацијом једне фигуре могу да се креирају сложене фигуре – дизајни. На слици је дат опис корака за креирање једног једноставног дизајна.

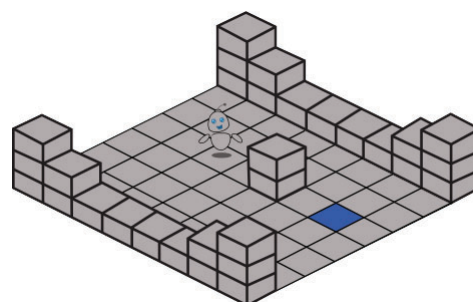
Почетна фигура	Оса симетрије (вертикална оса)	Ротација за 90° супротно од казаљки	Оса симетрије (вертикална оса)
----------------	-----------------------------------	--	-----------------------------------



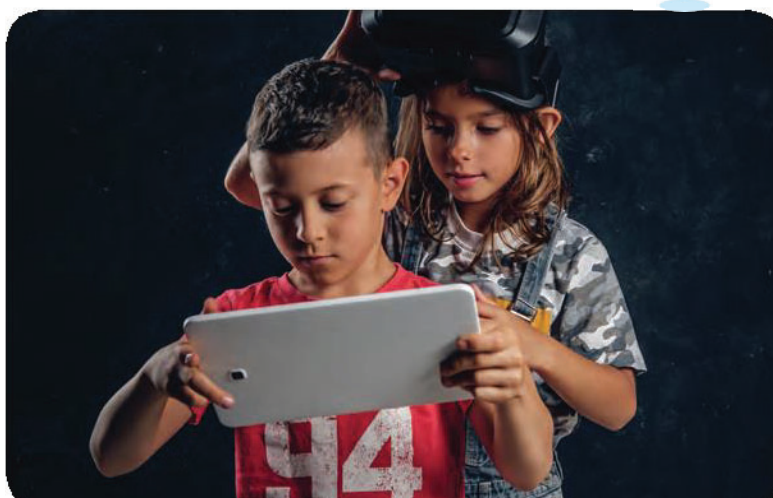
Покушај да креираш свој дизајн са неком једноставном графичком апликацијом. За дати дизајн је коришћена апликација *Пейнт (Paint)*.

Програмирање виртуелног робота. Са наредбама за транслацију и ротацију покрећи робот да стигне до циља – плаво дугме.

За ротацију користи  , а за транслацију од једног корака  .



Запиши неколико различитих начина.
Који је најједноставнији начин (са најмањим бројем наредби)?





**РЕШЕЊА
ЗАДАТАКА**

Тема: Геометрија

КРУЖНИЦА И КРУГ. ЦРТАЊЕ КРУГА / 9. $r = d : 2 = 90 : 2 = 45$ мм.

10. тетива: АВ,СD, радијус: ОА, ОВ, пречник/дијаметар: АВ.

УЗАЈАМНИ ПОЛОЖАЈ ТАЧКЕ И КРУЖНИЦЕ, ПРАВЕ И КРУЖНИЦЕ И ОБЕ КРУЖНИЦЕ / 7.

Тачни одговори су: а), в), д), ђ), ж).

9. – секу се, – додирују се изнутра, – додирују се споља.