

6

# МАТЕМАТИКА ЗА ШЕСТО ОДДЕЛЕНИЕ

## МАТЕРИЈАЛИ ЗА УЧЕЊЕ

Проф. д-р Татјана Атанасова-Пачемска  
Марија Петровска  
Силвана Јакимовска-Бинова  
Александра Пешевска Митановска



Математика за шесто одделение  
материјали за учење

Издавач: Биро за развој на образованието - Скопје

Уредник: Проф. д-р Татјана Атанасова-Пачемска

Автори:

Проф. д-р Татјана Атанасова-Пачемска

Марија Петровска

Силвана Јакимовска-Бинова

Александра Пешевска Митановска

Стручна поддршка:

Рајмонда Незири, координатор

м-р Сања Пачемска

Даниела Тачевска Николов

д-р Лидија Кондинска

Илустратор: Теодора Јовановска

Лектор: Виолета Јовановска-Никовска

Графички дизајн и техничко уредување: Тримакс – Скопје

Година на издавање – 2024

Место на издавање – Скопје

Електронско издание



### **Драг ученику,**

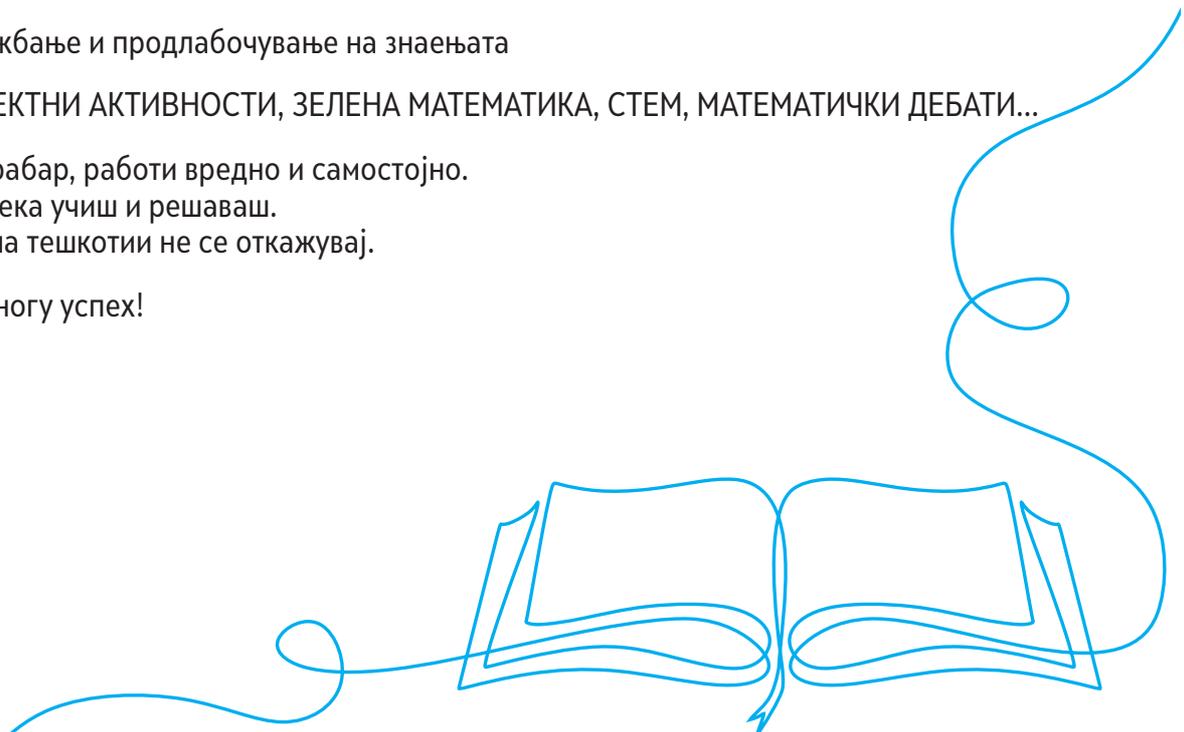
Ова се материјали за учење по предметот математика кои ќе ги користитиш во шесто одделение.

Содржи разновидни содржини и активности со кои ќе се дружиш на часовите по математика. Ќе ги прошириш математичките знаења за броеви и операции со нив, геометрија, мерење и податоци. Ќе развиеш вештини за решавање на проблеми од секојдневието со нивна примена. Ќе развиеш способности да размислуваш подобро и попаметно. Ќе согледаш дека математиката е многу важна и ја применуваме во секојдневните активности но математиката е многу важна и за економисти, програмери, инженери, научници.

- На почетокот на секоја содржина имаш информација **ШТО ЌЕ НАУЧИШ**
- Неколку прашања **ДА СЕ ПОТСЕТИШ** што претходно си учел а е поврзано со содржините
- Решени примери и објаснувања за да можеш и самостојно да учиш
- Кратки прашања и неколку задачи за да провериш **ДАЛИ СИ РАЗБРАЛ**
- **ВЕЖБИ** за вежбање и продлабочување на знаењата
- Идеи за **ПРОЕКТНИ АКТИВНОСТИ, ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА, СТЕМ, МАТЕМАТИЧКИ ДЕБАТИ...**

Биди вреден и храбар, работи вредно и самостојно.  
Забавувај се додека учиш и решаваш.  
Кога ќе најдеш на тешкотии не се откажувај.

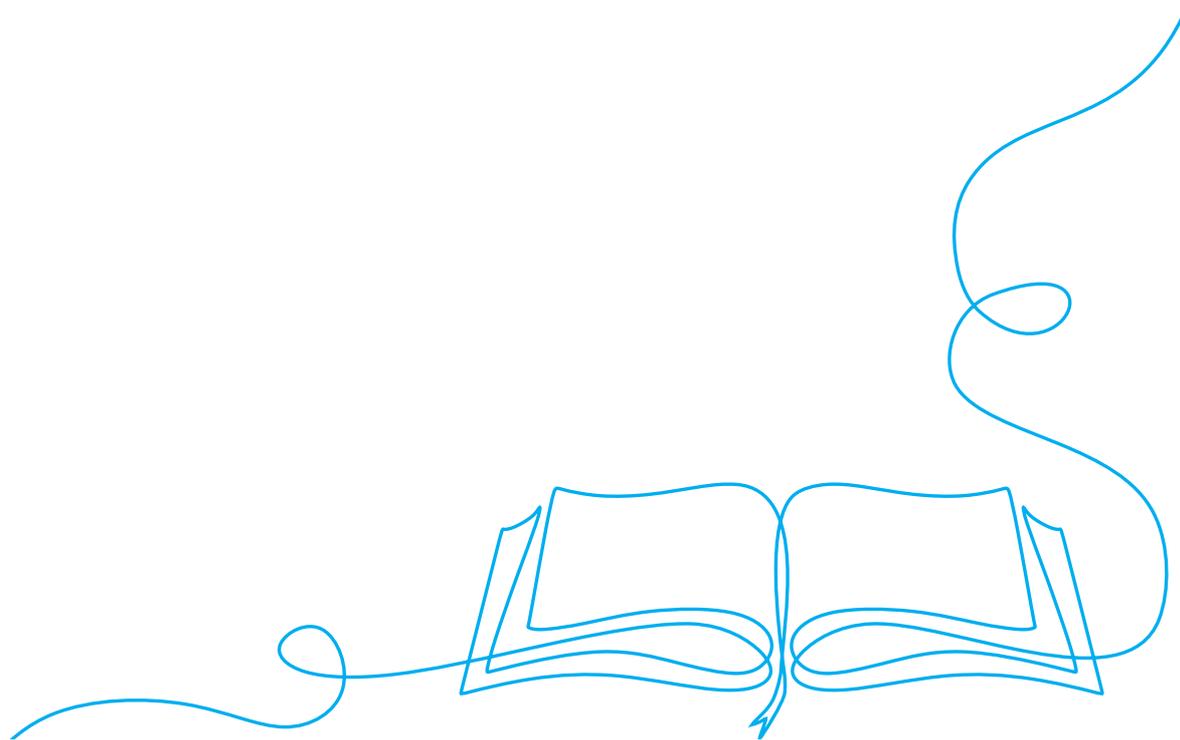
Ти посакуваме многу успех!



# СОДРЖИНА

ПОИМ ЗА МНОЖЕСТВО .....	9
НАЧИНИ НА ПРЕТСТАВУВАЊЕ МНОЖЕСТВО .....	12
БРОЈ НА МНОЖЕСТВО. ЕДНАКВИ И ИСТОБРОЈНИ МНОЖЕСТВА .....	14
ПОДМНОЖЕСТВО .....	16
КОНЕЧНИ И БЕСКОНЕЧНИ МНОЖЕСТВА .....	18
МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИ БРОЕВИ .....	20
МЕСНА ВРЕДНОСТ НА ЦИФРИ ВО БРОЕВИ НАД 1 000 000 .....	23
ЗАОКРУЖУВАЊЕ БРОЕВИ .....	25
ПОДРЕДУВАЊЕ И СПОРЕДУВАЊЕ БРОЕВИ .....	30
НИЗИ ОД ПРИРОДНИ БРОЕВИ .....	32
РИМСКИ ЦИФРИ И БРОЕВИ .....	37
ПРИМЕНА НА РИМСКИ ЦИФРИ .....	40
МНОЖЕСТВО ЦЕЛИ БРОЕВИ .....	42
БРОЕЊЕ СО ЧЕКОР НЕГАТИВЕН БРОЈ .....	44
ЦЕЛИ БРОЕВИ НА БРОЈНА ПРАВА .....	45
ПОДРЕДУВАЊЕ И СПОРЕДУВАЊЕ ЦЕЛИ БРОЕВИ .....	47
НИЗИ ОД ЦЕЛИ БРОЕВИ .....	49
БРОЕЊЕ ВО ДРОПКИ И ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ .....	51
МЕСНА ВРЕДНОСТ НА ЦИФРИ ВО ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ .....	53
ЗАОКРУЖУВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ .....	56
МЕШАН БРОЈ КАКО ДРОПКА .....	58
ДРОПКА КАКО МЕШАН БРОЈ .....	63
МЕШАН БРОЈ НА БРОЈНА ПРАВА .....	67
ДРОПКА КАКО ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ .....	70
ПРОШИРУВАЊЕ ДРОПКИ .....	74
СКРАТУВАЊЕ ДРОПКИ .....	77
ЕКВИВАЛЕНТНИ ДРОПКИ .....	80
СПОРЕДУВАЊЕ ДРОПКИ .....	82
СПОРЕДУВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ .....	86
ПРОЦЕНТ КАКО ДРОПКА .....	91
ДРОПКА КАКО ПРОЦЕНТ .....	94
ПРОЦЕНТЕН ИЗНОС .....	97
РАЗМЕР .....	101
ОТСЕЧКА .....	110
СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ ОТСЕЧКИ .....	112
ПАРАЛЕЛНИ И НОРМАЛНИ ПРАВИ .....	114
СИМЕТРАЛА НА ОТСЕЧКА .....	116

РАСТОЈАНИЕ ОД ТОЧКА ДО ПРАВА .....	118
АГОЛ. ЕЛЕМЕНТИ НА АГОЛ .....	120
ВИДОВИ АГЛИ.....	123
СИМЕТРАЛА НА АГОЛ .....	126
МЕРЕЊЕ И ЦРТАЊЕ АГЛИ.....	127
СОБИРАЊЕ НА АГЛИ.....	130
КОМПЛЕМЕНТНИ И СУПЛЕМЕНТНИ АГЛИ .....	132
РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ .....	334







1

Број

# ТЕМА БРОЈ



Во оваа тема за прв пат ќе се запознаеш со поимот **множество**. Посебно ќе ги продлабочиш знаењата за множествата броеви – Природни броеви, Цели броеви и позитивни Рационални броеви. Броевите ги применуваме секојдневно – да изразиме големина, вредност, количина итн. Познавањето и разбирањето на броевите е многу важно за да можеш подоцна точно да извршуваш пресметки со нив.

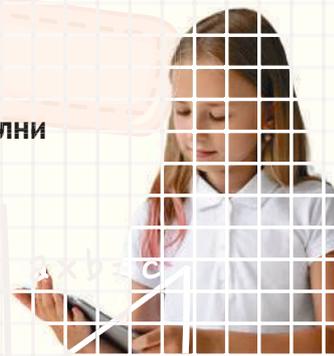


## РЕЗУЛТАТИ ОД УЧЕЊЕ

1. да ги користиш знаењата за множества за да ги објасниш и запишеш множествата на природните броеви, целите броеви и позитивните рационални броеви;
2. да ги применуваш римските броеви во практични примери;
3. да користиш дробки, децимални броеви, проценти и размер во секојдневен контекст;
4. да го откриваш правилото за одредување на секој член на дадена низа од цели броеви.

## СОДРЖИНИ

1. Множества
2. Природни броеви
3. Римски броеви
4. Цели броеви
5. Позитивни рационални броеви



## Поими:

множество, елемент на множество, припаѓа ( $\in$ ), не припаѓа ( $\notin$ ), претставување на множества: табеларно, графички и описно, подмножество ( $\subseteq$ ), вистинско подмножество ( $\subset$ ), број на множество (или кардинален број), истобројни множества, еднакви множества, конечни множества, бесконечни множества, празно множество ( $\emptyset$ ), римски цифри I, V, X, L, C, D, M; римски броеви, множество на цели броеви, позитивни и негативни цели броеви, спротивен број, проширување на дробка, скратување на дробка, нескратлива дробка, размер.

## ЌЕ НАУЧИШ:

Што е множество; Да наведуваш примери на множества; Да именуваш и запишуваш елементи кои припаѓаат или не припаѓаат на дадено множество. (Ова е нов поим за тебе - не си го изучувал до сега)

## ПРИМЕР:

Погледни ги сликите. Што имаат заедничко предметите претставени на нив?

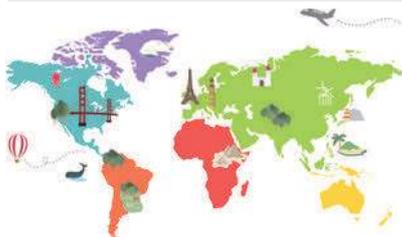


ЕВЕ УШТЕ  
НЕКОЛКУ  
ПРИМЕРИ:

а) Множеството од основен геометрички прибор ги содржи елементите: линијар, триаголник, шестар, агломер.



б) Множеството од континенти на планетата Земја ги содржи елементите: Европа, Азија, Африка, Јужна Америка, Северна Америка, Австралија со Океанија, Антарктик.



в) Множеството од самогласки во македонската азбука ги содржи елементите: а, е, и, о, у.



## ИНФОРМАЦИЈА



Идејата за групирање предмети (објекти, поими) според нивно заедничко својство е основа на еден од најважните поими во математиката – поимот **МНОЖЕСТВО**. Овој поим нема строга дефиниција во математиката. Под **множество** подразбираме целина која се состои од „објекти“ со заедничко својство. Секој „објект“ се нарекува **елемент на множеството**.

## ЗАПОМНИ

Едно множество е определено со неговите елементи.

1. Од дадените „објекти“ формирај две множества. Образложи кое е својството според кое ги формираше множествата.



2. Наброј три различни множества (објасни го заедничкото својство и наброј ги неговите елементи).

3. Одреди ги елементите на следниве бројни множества: (Во математиката посебно се важни множествата чии елементи се броевите. Ги нарекуваме **бројни множества**.)

- а) парни броеви од третата десетка
- б) делители на 18
- в) трицифрен број чиј збир на цифри е 3

## ИНФОРМАЦИЈА



Множествата се именуваат со голема печатна латинична буква – А, В, С, D, М, N итн., а елементите им се набројуваат во загради { }. Ако множеството букви од зборот топка го именуваме како множество М запишуваме  $M = \{т, о, п, к, а\}$ . Ова е табеларен начин за запишување множество.

Симболите „ $\in$ “ и „ $\notin$ “ се користат да запишеме кога некој елемент припаѓа или не припаѓа на дадено множество. За множеството М точно е  $t \in M$  (читаме „т е елемент на множеството М“ но  $p \notin M$  (читаме „р НЕ е елемент на множеството М“).

4. Кои од дадените тврдења за множеството  $B = \{2, 12, 22, 32, 42\}$  се точни?  
 а)  $12 \notin B$     б)  $22 \in B$     в)  $212 \in B$     г)  $52 \notin B$     д)  $22 = B$

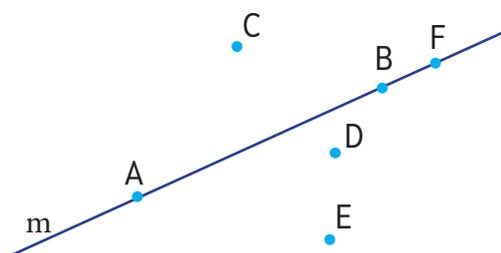


Провери  
дали разбра

1. Што е множество? Што е елемент на множество?
2. Кои се елементите на множеството од непарни броеви од петтата десетка.
3. Како со симбол ќе запишеш дека 8 НЕ е елемент на множеството С?

### Вежбај

1. Запиши ги сите елементи на дадените множества:
  - а) множество А од девојчињата од твоето одделение,
  - б) множество В од буквите од зборот „тетратка“,
  - в) множество М од трицифрените броеви од третата стотка кои завршуваат на 5,
  - г) множество Р од четирицифрените броеви кои се поголеми од 899, а помали од 1008.
2. Со симболите „ $\in$ “ и „ $\notin$ “ запиши две точни и две неточни тврдења кои се однесуваат на множеството В чии елементи се букви од зборот математика.
3. Правата е множество од точки. На една права можат да се претстават многу точки, но има и многу точки кои не припаѓаат на дадена права. На цртежот е дадена правата  $m$  и точките А, В, С, D, E, F. Со симболите „ $\in$ “ и „ $\notin$ “ запиши кои од дадените точките припаѓаат, а кои не припаѓаат на правата  $m$ .



Групна  
активност



Изработете заедничка интерактивна презентација со слики од множества кои ги среќавате во вашето секојдневие.



# 1

## НАЧИНИ НА ПРЕТСТАВУВАЊЕ МНОЖЕСТВО

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да претставуваш множество на различни начини (**табеларен, графички, описен**).



**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ** Со што е определено секое множество?

### ИНФОРМАЦИЈА



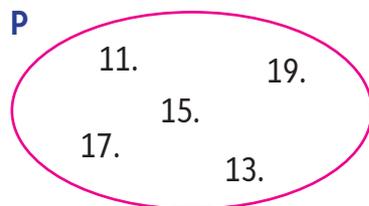
Едно множество може да биде претставено на различни начини.

**Табеларен начин** – ги набројуваме сите елементи во загради  $P = \{11, 13, 15, 17, 19\}$

**Описен начин** – ги опишуваме елементите  $P$  е множество – тие се непарни броеви од втората десетка. Се запишува  $P = \{x|x \text{ е непарен број од втората десетка}\}$ .

Објаснување „ $x|x$ “ се чита „ $x$  каде што  $x$ “.

**Графички начин** – со Венов дијаграм – затворена крива линија во чија внатрешност се запишуваат елементите.

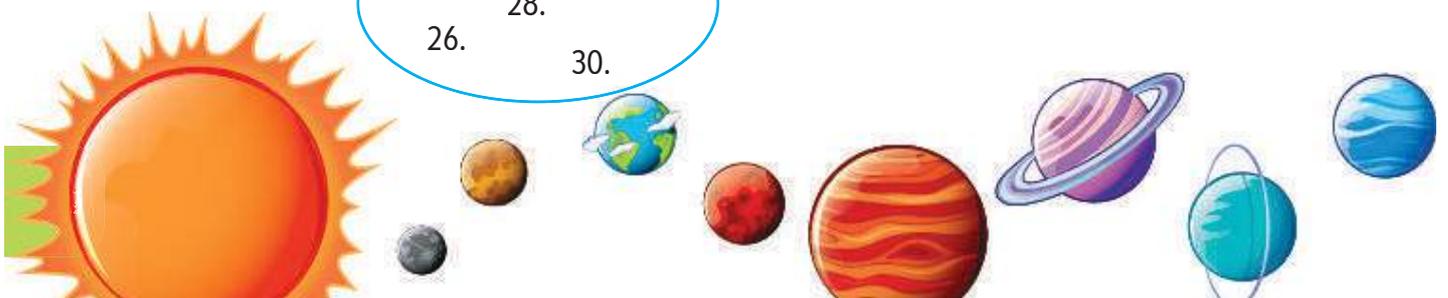
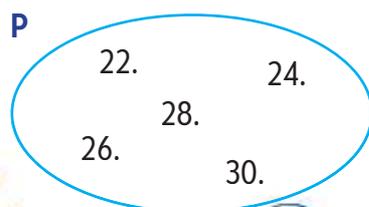


ЕВЕ УШТЕ  
НЕКОЛКУ  
ПРИМЕРИ.

**а)** Множеството  $A = \{x|x \text{ е цифра од бројот } 25\ 355\}$  запишано на табеларен начин е  $A = \{2, 3, 5\}$ .

**б)** Множеството  $B = \{\text{Меркур, Венера, Земја, Марс, Јупитер, Сатурн, Уран, Нептун}\}$  запишано на описен начин е  $B = \{x|x \text{ е планета во Сончевиот Систем}\}$

**в)**  $P = \{x|x \text{ е парен број од третата десетка}\}$  е дадено со следниов Венов дијаграм



## ЗАПОМНИ

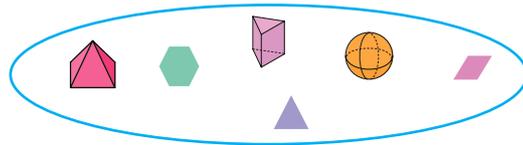
Секој елемент во множеството се запишува само еднаш.

1. Запиши ги на табеларен начин и со Венов дијаграм следниве множества:

а)  $A = \{x | x \text{ е делител на } 20\}$

б)  $B = \{x | x \text{ е 3Д форма на цртежов}\}$

в)  $P = \{x | x \text{ е природно езеро во нашата земја}\}$



2. Запиши ги на описен начин и со Венов дијаграм следниве множества:

а)  $A = \{\text{рамностран, рамнокрак, разностран триаголник}\}$

б)  $B = \{2, 7, 5\}$

в)  $P = \{o, n, c\}$

Некои елементи  
може да се опишат на  
различни начини.



Провери  
дали разбра

1. На кои начини се претставува едно множество?

2. Запиши го на описен начин множеството  $M = \{8, 16, 24, 32\}$ .

3. Запиши го со Венов дијаграм множеството  $M = \{x | x \text{ е буква во зборот азбука}\}$

## Вежбај

1. Запиши ги дадените множества на табеларен начин

а)  $M = \{x | x \text{ е месец во годината чие име содржи четири букви}\}$

б)  $E = \{x | x \text{ е делител на } 24\}$

в)  $M = \{x | x \text{ е содржател на } 7 \text{ помал од } 50\}$

2. Запиши ги дадените множества на описен начин

а)  $M = \{102\}$

б)  $E = \{1, 0, 2\}$

в)  $M = \{\text{понеделник, петок}\}$

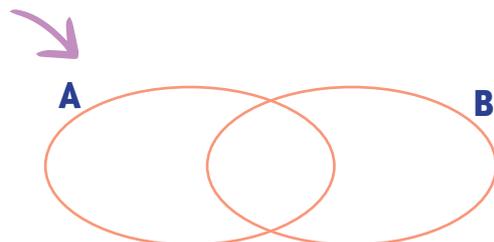
3. Поврзи ги множествата дадени на описен начин со соодветниот запис на табеларен начин

$\{x | x \text{ е цифра во бројот } 9807\}$                        $\{7, 8, 9\}$

$\{x | x \text{ е претходник на бројот } 988\}$                        $\{7, 8, 9, 0\}$

$\{x | x \text{ е цифра поголема од } 6\}$                        $\{987\}$

4. Дадени се множествата  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$  и  $B = \{2, 12, 22, 32\}$ . Претстави ги во дадениот Венов дијаграм.



**ЌЕ НАУЧИШ:**

Да одредуваш **број на множество**. Да препознаваш **истобројни и еднакви множества**, и **празно множество**.

**ПРИМЕР:**

Запиши ги на табеларен начин следниве множества и изброј по колку елементи имаат. Дали некое од нив е без елементи? Кои од нив имаат ист број елементи?

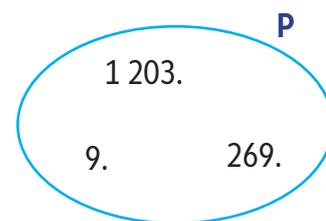
Дали некои од нив ги имаат истите елементи?

$A = \{x|x \text{ е цифра од бројот } 13\,555\}$

$B = \{x|x \text{ е буква од зборот МАЈ}\}$

$C = \{x|x \text{ е месец во годината чие име почнува на буквата } p\}$

$D = \{x|x \text{ е непарен број помал од } 6\}$

**Решение**

- $A = \{1, 3, 5\}$  и  $D = \{1, 3, 5\}$  ги имаат истите елементи, иако се опишани на различен начин.
- $B = \{M, A, J\}$  има три елементи, исто како и множествата  $A$  и  $D$ .
- Во годината нема месец чие име почнува на  $p$ , па множеството  $C$  е без елементи.

**ИНФОРМАЦИЈА**

Бројот на елементи кои припаѓаат на множеството  $A$  се нарекува **број на множество**  $A$ . Се означува со  $\delta A$ .

Множеството кое нема елементи се нарекува **празно множество**. Се означува со симболот „ $\emptyset$ “.

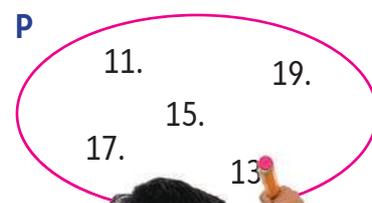
Множествата кои имаат ист број се нарекуваат **истобројни множества**.

Множествата кои ги имаат истите елементи се нарекуваат **еднакви множества**.

**а)** Множествата  $A = \{x|x \text{ е буква од зборот рака}\}$  и  $M = \{a, p, k\}$  се еднакви множества бидејќи ги имаат истите елементи.

**б)** Множеството  $B = \{k, n, i, g, a\}$  и  $P$  зададено со Венов дијаграм се истобројни множества  $\delta B = \delta P = 5$  (имаат по 5 елементи).

**в)** Множеството  $E = \{x|x \text{ е месец во годината кој има 32 дена}\}$  нема ниту еден елемент.  $\delta E = 0$  и  $E = \emptyset$ .



- Одреди го бројот на множествата  $M = \{0, \emptyset\}$ ,  
 $N = \{x|x \text{ е парен број од третата стотка}\}$ ,  
 $Q = \{5, 10, 15, 20, \dots, 95, 100\}$



## Објаснување

Кога множеството има голем број на елементи, не мора да ги запишеме сите. Доколку се подразбира кои се елементите користиме „...“, што покажува дека помеѓу елементите има уште кои се незапишани.

**2.** Запиши три различни множества кои се истобројни со множеството  $T = \{x \mid x \text{ е содржател на } 9 \text{ помал од } 70\}$ .

**3.** Кои од следниве тврдења се вистинити:

а)  $0 \in \emptyset$       б)  $T = \{\emptyset\}$ ,  $\delta T = 0$       в)  $L = \{2, 4, 6, 8, \dots, 94, 96, 98, 100\}$ ,  $\delta L = 8$

Провери  
дали разбра

1. Кои множества се истобројни? Кои множества се еднакви множества?
2. Што е празно множество и како се бележи?
3. Колку елементи има множеството  $T = \{x \mid x \text{ е број поголем од } 10 \text{ и помал од } 18\}$ ?
4. Запиши две истобројни множества  $A$  и  $B$ , така што  $\delta B = 8$ .

## Вежбај

1. Запиши го бројот на множествата  $T = \{x \mid x \text{ е триаголник со два тапи агли}\}$ ,  $R = \{10, 20, 30, \dots, 970, 980, 990\}$ ,  $M = \{x \mid x \text{ е делител на } 30 \text{ поголем од } 20\}$ ,  $P = \{x \mid x \text{ е содржател на } 9 \text{ помал од } 200, \text{ а поголем од } 175\}$ .
2. а) Запиши пример за празно множество на описен начин.  
б) Запиши пример на три истобројни множества.
3. Одреди кои од следниве множества се истобројни, а кои се еднакви:  
 $M = \{x \mid x \text{ е трицифрен парен број помал од } 110\}$ ,  $R = \{x \mid x \text{ е четирицифрен парен број помал од } 1110\}$ ,  $M = \{51, 53, 55, 57, 59\}$ ,  $P = \{x \mid x \text{ е непарен број од шестата десетка}\}$ .
4. Кои од следниве тврдења се вистинити? Објасни го одговорот со пример.  
а) Постојат различни празни множества.  
б) Истобројните множества секогаш се еднакви.  
в) Еднаквите множества секогаш се истобројни.



# 1

## ПОДМНОЖЕСТВО

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да запишуваш **ПОДМНОЖЕСТВО** и **ВИСТИНСКО ПОДМНОЖЕСТВО** од дадено множество.

### ПРИМЕР:

Во едно множество можеш да уочиш дел од елементите кои имаат и посебни својства. На цртежот е дадено множество од 2Д-форми. Издвој некои од неговите елементи според некое специфично својство.



Од елементите на множеството  $A = \{2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 24, 26, 28, 30\}$  можеме да ги запишеме и следниве множества:

$M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  - множеството од елементи кои припаѓаат на  $A$ , но се парни броеви од првата десетка;

$N = \{2, 12, 20, 21, 23, 24, 26, 28\}$  - множеството од елементи кои припаѓаат на  $A$ , но се броеви кои имаат цифра 2;

$P = \{26, 28, 30\}$  - множеството од елементи кои припаѓаат на  $A$ , но се поголеми од 25;

Множествата  $M, N, P$  се **ПОДМНОЖЕСТВА** од множеството  $A$ .

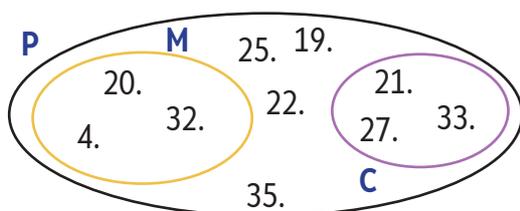
### ИНФОРМАЦИЈА



Множество  $B$  за кое секој негов елемент е елемент од множество  $A$  се нарекува **ПОДМНОЖЕСТВО** од  $A$ . „ $\subseteq$ “ е **симбол** со кој се запишува оваа релација помеѓу множествата  $B$  и  $A$ .

Запишуваме  $B \subseteq A$ , а читаме „ $B$  е подмножество од  $A$ “.

Множество  $B$  за кое секој негов елемент е елемент од множество  $A$ , а во  $A$  има и други елементи кои не се во  $B$ , се нарекува **ВИСТИНСКО ПОДМНОЖЕСТВО** од  $A$ . „ $\subseteq$ “ е **симболот**.



Со Венов дијаграм е дадено множеството  $P$  и две негови вистински подмножества:

$M$  од содржатели на 4 и  $C$  од содржатели на 3.  $M \subset P$  и  $C \subset P$

1. Кои од дадените тврдења се вистинити? Образложи го одговорот.

- а)  $\{2, 3, 4, 5\} \subseteq \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$       б)  $\emptyset \subseteq \{2, 3, 5\}$       в)  $\emptyset \in \{0, a, 3\}$   
 г)  $\{ц, в, е, т\} \subset \{и, в, е, т, о, ц\}$       д)  $\{0, 1\} \subset \{1, 0\}$       е)  $0, 1 \subseteq \{10, 100\}$

2. Запиши ги сите подмножества на множеството  $M = \{A, B, V\}$  (треба да запишеш подмножества со еден, два и три елементи).

### ЗАПОМНИ

Празното множество е подмножество од секое множество затоа  $\emptyset \subseteq M$ .

### Провери дали разбра

1. Што е подмножество? Која е разликата помеѓу подмножество и вистинско подмножество? Кои се симболите?
2. Запиши вистинско подмножество  $M$  на множеството  $A = \{x|x \text{ е буква од зборот математика}\}$  така што  $\delta M = 3$ .

### Вежбај

1. Запиши две вистински подмножества на множеството  $M = \{x|x \text{ е трицифрен број поголем од } 600 \text{ чиј збир на цифри е } 8\}$ .
2. Кои од дадените тврдења се вистинити? Образложи го одговорот.  
 а)  $\{a, b, c\} \subseteq \{b, a, c\}$       б)  $\{\emptyset\} \subseteq \{0, 1, 2\}$       в)  $\emptyset \subset \{222\}$
3. Запиши ги сите подмножества на множеството  $M = \{m, n, p, q, r, s, k\}$  чиј број е 4.
4. Со симболите „ $\subseteq$ “ и „ $\subset$ “ запиши две точни и две неточни тврдења кои се однесуваат на множеството  $D = \{0, 5, 10\}$

### Групна активност 1

Во множеството сообраќајни знаци претстави подмножества од знаци според форма и боја, односно намена (знаци за опасност, знаци за информирање и сл.).

### Групна активност 2

Во множеството апликации на твојот мобилен телефон претстави подмножества според намената за која ги користиш (апликации за комуникација, за забава, за учење и сл.).



# 1

## КОНЕЧНИ И БЕСКОНЕЧНИ МНОЖЕСТВА

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да препознаваш кои се **конечни**, а кои се **бесконечни множества**, и да даваш соодветни примери.

### ПРИМЕР

Учете за број на множество. Размисли и одговори ги следниве прашања:

- Дали можеш да запишеш множеството кое има најголем број елементи?
- Кое множество има поголем број елементи – множеството од парни или множеството од непарни броеви?
- Колку најмногу елементи може да има едно множество?

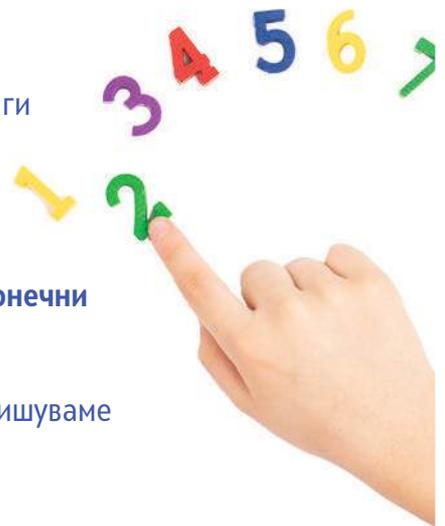
Размисли и одговори



### Решение

Постојат множества чиј број на елементи не можеме да го одредиме – ги броиме неговите елементи, но секогаш се наоѓа уште еден елемент. Множеството од броеви е такво множество затоа што секогаш може да се запише нов број поголем од дадениот. Такво е и множеството точки од една права затоа што секогаш можеме да најдеме нова точка што припаѓа на правата. Ваквите множества ги нарекуваме **бесконечни множества**.

Бесконечно е и множеството од парни броеви поголеми од 100. Го запишуваме  $A = \{102, 104, 106, 108, \dots\}$ .



### ЗАПОМНИ

Множеството чиј број на елементи може да се одреди се нарекува **конечно множество**. **Бесконечно** е множеството кое не е конечно.

1. Дали може да се одреди бројот на елементи на следниве множества:

а)  $A = \{x | x \text{ е број чија цифра на единици е } 5\}$

б)  $B = \{x | x \text{ е парен број помал од } 999999\}$

в)  $C = \{x | x \text{ е содржател на } 200\}$

г) дрва во една шума

д) ѕвезди на небото

ѓ) број на букви во најдолгиот роман

Провери  
дали разбра

1. Кое множество се нарекува бесконечно множество?

2. Запиши пример за конечно и бесконечно множество.

## Вежбај

1. Запиши пример за три бесконечни множества.

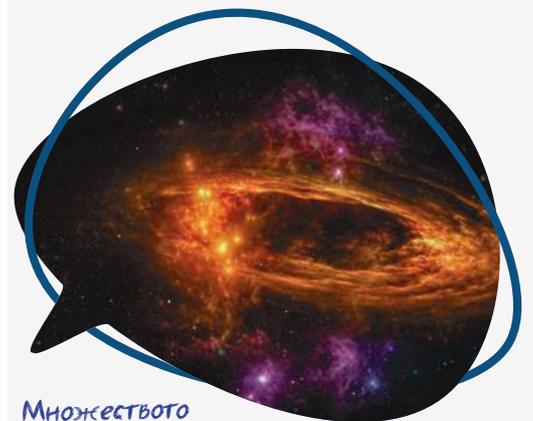
2. Кои од следниве множества се бесконечни, а кои се конечни:

а) множеството луѓе кои живеат на планетата Земја

б) множеството од ѕвезди во универзумот

в) множеството од сите дробки

г) множеството делители на бројот 50 000



Множеството  
од ѕвезди во  
универзумот

**ЌЕ НАУЧИШ:**

Да го запишуваш **множеството на природни броеви (N)** и **проширеното множество природни броеви (N<sub>0</sub>)**. Да претставуваш природни броеви на обележана бројна права.



**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Кои се броевите кои први ги имаш научено?

За што ги користиме броевите во секојдневието?

Ишанго



### Како настанале броевите? Е тоа е мистерија!

- Но слободно можеме да кажеме дека без броеви цивилизациите не би можеле да напредуваат.
- Откриените докази покажуваат дека броевите и броењето започнале со бројот 1 кој на почетокот се запишувал како една црта, а најверојатно немал име. Доказот е запишан на коска чие име е Ишанго (коска од бабун) пронајдена во регионот на Конго во Африка. Но, бројките и броењето вистински биле потребни со појавата на градовите.
- Вистинскиот почеток е околу 4000 г. пр. н. е. во Сумерија, една од најраните цивилизации. Со толку многу луѓе, добиток, земјоделски култури и занаетчиски стоки лоцирани на истото место, на градовите им требало начин да се организираат и да го следат сето тоа, бидејќи се трошело, додавало или тргувало.
- Античките Грци биле добри математичари.
- Но математиката на старите Римјани не била поразвиена од онаа на коската Ишанго.
- А бројот 0???**
- Отривањето на бројот 0 е многу важно математичко откритие кое се случило околу 500 г. пр. н. е. во Индија.



## ИНФОРМАЦИЈА



Броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, 102, .....999, 1 000, 1 001, 1 002, ..... се викаат **природни броеви**. Бројот 0 не е природен број.

**Множеството природни броеви** се означува со  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ .

Множеството од сите природни броеви и бројот 0 се вика **проширено множество природни броеви** и се означува со  $N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ .

Броевите од  $N_0$  ги претставуваме на **бројна полуправа** која почнува со 0 и нема крај, бидејќи од секој број постои поголем. На еднакви растојанија се подредени броевите од помал кон поголем.



За претставување на поголеми броеви бројната права може да изгледа и вака



## ПРИМЕР

Кои броеви на бројната права треба да се запишат на празните места?

а)



б)



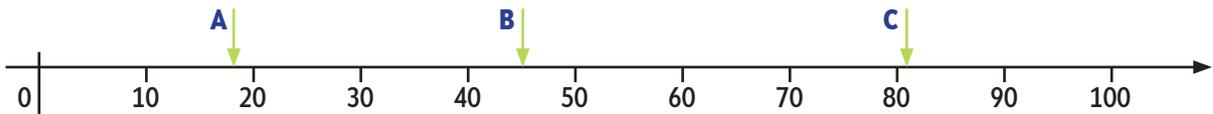
1. Нацртај бројна права на која ќе ги претставиш:

а) броевите од првата стотка кои имаат цифра на единици 3

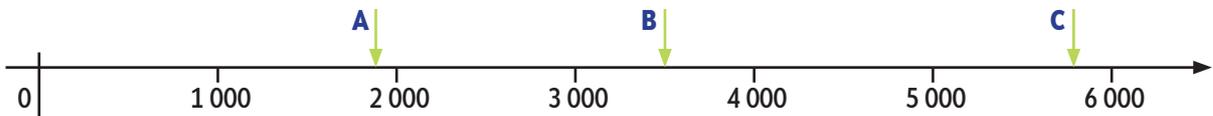
б) содржателите на бројот 7 кои се помали од 80

2. Процени и запиши кои броеви ќе бидат на местото означено со стрелка.

а)



б)



Провери  
дали разбра

1. Запиши ги множеството природни броеви и проширеното множество природни броеви? По што се разликуваат?
2. Нацртај бројна права и на неа претстави ги парните броеви помали од 30.
3. Каде би го претставил бројот 2 300 на дадената бројна права?



## Вежбај

1. Кои од следниве тврдења се точни?

а)  $0 \in \mathbb{N}$

б)  $0,5 \in \mathbb{N}$

в)  $\{0, 5, 10\} \subset \mathbb{N}_0$

г)  $\{0, \frac{5}{6}, 7\} \subseteq \mathbb{N}_0$

2. Нацртај бројна права и на неа претстави ги:

а) трицифрените броеви кои завршуваат на 22

б) двоцифрени броеви деливи со 9

Групна  
активност



Зошто старите Римјани  
„не сакале“ математика?



# МЕСНА ВРЕДНОСТ НА ЦИФРИ ВО БРОЕВИ НАД 1 000 000

1

## ЌЕ НАУЧИШ:

Да ја именуваш месната вредност, позицијата и класата на секоја цифра на природните броеви над милион.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Кои цифри ги користиме за запишување на броевите?

Како го читаме бројот 721 003?

Која вредност ја има цифрата 7 во бројот 7 826?

Кој е најголемиот број кој знаеш да го запишеш и прочиташ?

Дали можеш да го прочиташ бројот 7 892 539 875 213?

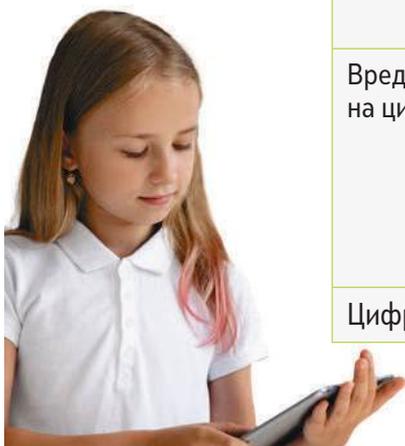
### Објаснување

За полесно пишување и читање на броевите поголеми од милион најлесно е да ги поделиме во класи од по три цифри (почнувајќи од цифрата на единици).

Класа	Трилиони	Милијарди	Милиони	Илјади	Единици
Цифри во класа	7	892	539	875	213
Број	7 892 539 875 213				

Во секоја класа има по три цифри, и секоја цифра има своја позиција и вредност.

Класа	Трилиони			Милијарди			Милиони			Илјади			Единици		
	Стотки трилиони (СТ)	Десетки трилиони (ДТ)	Единици трилиони (ЕТ)	Стотки милијарди (СМЛД)	Десетки милијарди (ДМЛД)	Единици милијарди (ЕМЛД)	Стотки милиони (СМ)	Десетки милиони (ДМ)	Единици милиони (ЕМ)	Стотки илјади (СИ)	Десетки илјади (ДИ)	Единици илјади (ЕИ)	Стотки (С)	Десетки (Д)	Единици (Е)
Позиција															
Вредност на цифра			7 000 000 000 000	800 000 000 000	90 000 000 000	2 000 000 000	500 000 000	30 000 000	9 000 000	800 000	70 000	5 000	200	10	3
Цифра			7	8	9	2	5	3	9	8	7	5	2	1	3



## ПРИМЕР

### ТЕМА 1

**а)** 789 (седумстотини осумдесет и девет) е трицифрен број, 8 е во класа единици на позиција десетки и нејзината вредност е  $8 \text{ Д} = 80$ .

**б)** 78 256 325 (78 милиони 256 илјади 325) е осумцифрен број, 8 е во класа милиони на позиција единици милиони и нејзината вредност е  $8 \text{ ЕМ} = 8\,000\,000$ .

**1.** Запиши ги со зборови следниве броеви:

**а)** 82 608

**б)** 95 003 725

**в)** 123 000 356 278

**2.** Запиши ги со цифри броевите (Внимавај на бројот на цифри. 0 (нула) е важна цифра и кога нема вредност.)

**а)** пет милиони три илјади сто и три

**б)** седумнаесет трилиони и девет

**в)** седум милиони дванаесет илјади и триста

**3.** Одреди ја класата, позицијата и вредноста на цифрата 5 во следниве броеви:

**а)** 8 523

**б)** 8 352 142

**в)** 589 259 365

**Провери  
дали разбра**

**1.** Кои се класите на цифри кои ги има дванаесетцифрен број?

**2.** Запиши го со зборови бројот 75 890 001. Која е позицијата и вредноста на цифрата 9 во овој број?

## Вежбај

**1.** Одреди ја класата, позицијата и вредноста на цифрата 3 во следниве броеви:

**а)** 7 523

**б)** 8 352 142

**в)** 589 259 365

**2.** Запиши ги со цифри броевите:

**а)** седумдесет милијарди и девет милиони

**б)** три трилиони два милијарди сто и пет

**в)** дванаесет илјади и дванаесет

**3.** Запиши со цифри и со зборови:

**а)** петцифрен број кој има 8 десетки, 7 единици илјади, 3 десетки илјади, останатите цифри му се 4

**б)** деветцифрен број кој во секоја класа ги има цифрите 1, 2 и 3 (можни се различни записи - броеви)

**в)** седумцифрен број за кој збирот на цифри во секоја класа е 8 (запиши различни броеви)

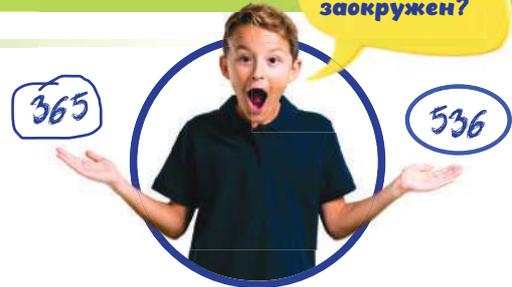
**г)** шестцифрен број за кој производот на цифри во секоја класа е 0 (запиши различни броеви)

**4.** Направи листа од мерни броеви кои се однесуваат на „многу големи нешта“ околу нас. На пример – растојанија од Сонцето до планетите од Сончевиот Систем изразено во километри (растојанието од Сонцето до Нептун е 4 495 100 000 km.)

# ЗАОКРУЖУВАЊЕ БРОЕВИ

1

Кој број е подобро заокружен?



## ЌЕ НАУЧИШ:

Да заокружуваш природни броеви до најблиската десетка, стотка или илјада.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Што е заокружување броеви?

Како се заокружува бројот 352 на десетки?

## ПРИМЕР:

Во 2020 година бројот на жители на планетата Земја бил 7 794 798 739.

Како би го заокружил овој број?

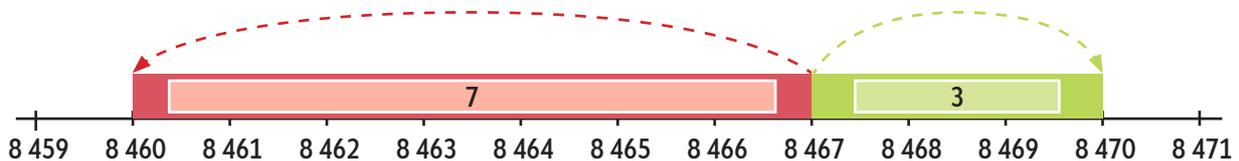
### Објаснување

Заокружување број е промена на бројот во негов близок број. Во секојдневието често се користи постапката „заокружување броеви“ за да се олеснат пресметки. Еден број може да биде заокружен на различни начини – на десетки, на стотки, на илјади итн.

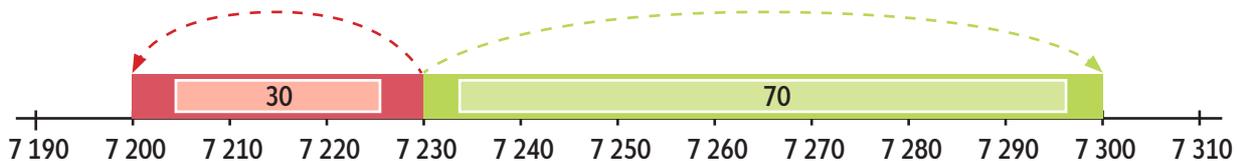


При размислувањето внимавај на позицијата и вредноста на цифрата за која треба да го извршиш заокружувањето. Можеш да користиш и бројна права при размислувањето.

а) Кога бројот 8 467 го заокружуваш на десетки, размислувај: тој има 6 десетки и се наоѓа помеѓу 8 460 и 8 470, но поблиску е до 8 470.



б) Кога бројот 7 230 го заокружуваш на стотки, размислувај: тој има 2 стотки и се наоѓа помеѓу 7 200 и 7 300, но поблиску е до 7 200.



- в) Кога бројот 7 523 го заокружуваш на илјади, размислувај: тој има 7 илјади и се наоѓа помеѓу 7 000 и 8 000, но поблиску е до 8 000.
- г) Кога бројот 847 523 го заокружуваш на десетки илјади, размислувај: тој има 4 десетки илјади и се наоѓа помеѓу 840 000 и 850 000, но поблиску е до 850 000.

## Објаснување

Еден број може да биде заокружен на различни начини – на десетки, на стотки, на илјади итн.

## 1. Пополни ја табелата

Број	Заокружен на најблиска десетка	Заокружен на најблиска стотка	Заокружен на најблиска илјада	Заокружен на најблиска десетка илјада
<b>10 268</b>				
<b>26 735</b>				
<b>827 365</b>				
<b>264 989</b>				

## Објаснување

При заокружување можеш да одредиш за колку се разликува заокружениот од дадениот број.

Кога заокружуваш на стотки (на пример) ги одредуваш најблиските стотки до бројот – од лево и десно на бројната права. Одредуваш за колку се разликуваат од дадениот број. Бројот го заокружуваш на оној кој се разликува помалку. Разликата покажува за колку е променет бројот при заокружување – тоа се нарекува „грешка при заокружувањето“.

	Помала	Разлика до помалата	Број	Разлика до поголемата	Поголема
На десетки	<b>3 580</b>	<b>7</b>	<b>3 587</b>	<b>3</b>	<b>3 590</b>
На стотки	<b>3 500</b>	<b>27</b>	<b>3 527</b>	<b>73</b>	<b>3 600</b>
На илјади	<b>3 000</b>	<b>527</b>	<b>3 527</b>	<b>473</b>	<b>4 000</b>

2. Бројот 856 996 заокружи го користејќи ја табелата.



**Внимавај:** Кога бројот е со 9 десетки и 9 стотки „чудно се заокружува“.

	Помала	Разлика до помалата	Број	Разлика до поголемата	Поголема
На десетки			856 996		
На стотки			856 208		
На илјади			856 208		
На десетки илјади			856 208		
На стотки илјади			856 208		

3. Одреди број:

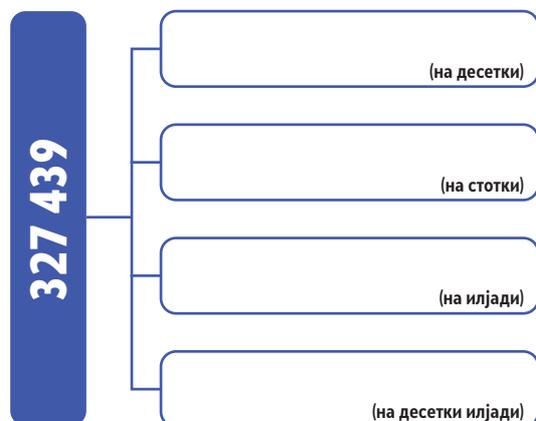
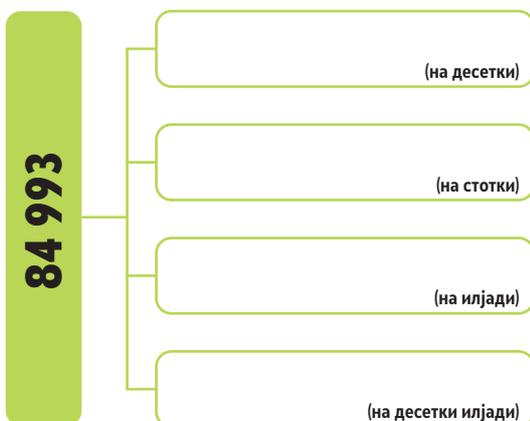
- а)** кој се наоѓа помеѓу 8 600 и 8 700, има цифра на единици 7, а заокружен на најблиската десетка е 8 640.
- б)** кој е поголем од 560 000, има цифра на стотки 3, цифра на десетки двапати поголема од цифрата на стотки. Цифрата на единици му е за 5 помала од цифрата на десетки, а заокружен на најблиската илјада е 563 000.

**Провери дали разбра**

1. На колку начини можеш да го заокружиш бројот 3 286?
2. Колку е 78 623 заокружено на илјади?
3. Запиши три броеви кои се заокружуваат на 120 000.

## Вежбај

1. Заокружи ги броевите:



2. Заокружи ги дадените броеви според барањето:

- а) 2 875 и 38 566 на десетки
- б) 63 861 и 729 543 на стотки
- в) 29 328 и 231 630 на илјади
- г) 75 638 и 264 345 на десетки илјади
- д) 238 625 и 5 869 233 на стотки илјади

3. Колку броеви што се наоѓаат помеѓу 350 и 380 можат да се заокружат на 360? Кои се тие броеви? Претстави ги на бројна права.

4. Колку ќе биде бројот 386 заокружен на најблиска илјада?

5. Трите најнаселени градови во 2022 година се Токио во Јапонија со 37 274 000 жители, Делхи во Индија со 32 065 760 жители и Шангај во Кина со 28 516 904. Колку милиони жители вкупно живееле во 2022 година во овие три града? (заокружи ги броевите на милиони)

### ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Во табелата се дадени податоци за број на засадени дрва во 5 континенти во 2022 година и пред 10 години. Заокружи ги дадените податоци на милиони и одговори на следниве прашања:

Колку милиони дрва вкупно се засадени во 2022 година на овие 5 континенти?  
Колку милиони дрва се засадени пред 5 години?

Како се променил бројот на засадени дрва во 2022 споредено со бројот пред 10 години?

Континент	Број на засадени дрва во 2022?	Број на засадени дрва пред 10 години
Северна Америка	10 965 751	12 346 764
Јужна Америка	4 330 130	6 783 083
Африка	2 610 000	3 362 798
Азија	5 077 224	6 563 903
Европа	605 127	760 845

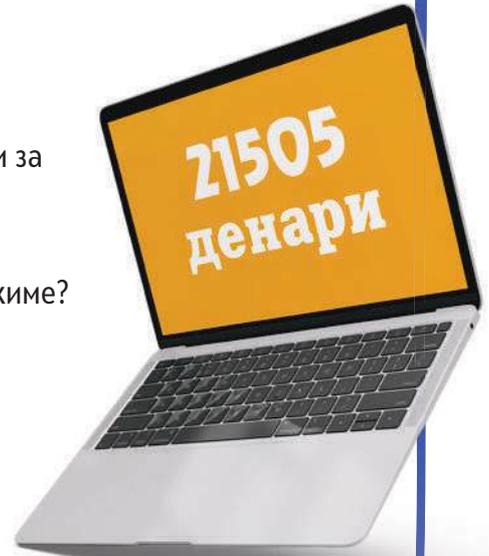
**АКТИВНОСТ**

Кога применуваме пресметување и заокружување, кога имаме помала „грешка“ – дали е подобро прво да ги заокружime броевите, а потоа да пресметуваме или прво да пресметаме, а потоа само решението да го заокружime?

**ЗАДАЧА:**

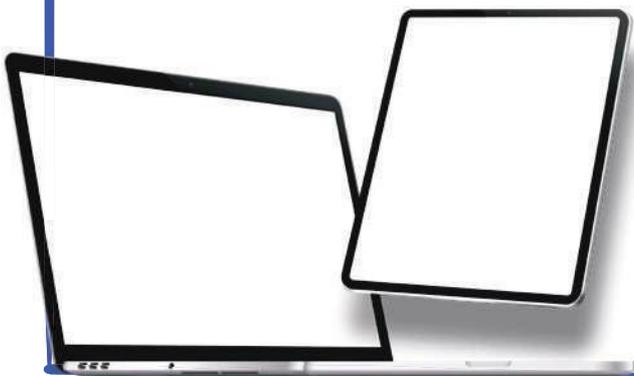
Цената на еден таблет е 18 505 денари, а цената на еден лаптоп е 21 505 денари. Колку илјади денари се потребни за да се купи таблет и лаптоп?

Прво да ги заокружime цените, па потоа да го најдеме збирот или прво да го најдеме збирот, а потоа да заокружime? Зошто?



Што ако цената на таблетот е 18 495 денари, а цената на лаптопот е 21 495 денари?

Што ја прави разликата?



# 1

## ПОДРЕДУВАЊЕ И СПОРЕДУВАЊЕ БРОЕВИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да подредуваш и споредуваш природни броеви користејќи ги знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$ .



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Што е споредување броеви?

Што е подредување броеви?

### ПРИМЕР:

Која производ има највисока, а кој има најниска цена. Подреди ги по големина цените.



### Објаснување

Цифрите од повисоките класи имаат поголема вредност. При споредување на броевите прво ги споредуваме највисоките класи. Ако тие се еднакви, тогаш ги споредуваме пониските класи од броевите.

$256\ 987 > 132\ 999$ , бидејќи 256 илјади е повеќе од 132 илјади (ја споредуваме само класата илјади).

$148\ 987 < 148\ 999$ , во класата илјади и двата броја имаат 148, па затоа ја споредуваме класата единици.

$32\ 308\ 547 < 232\ 625\ 432$  бидејќи 32 милиони е помалку од 232 милиони (ја споредуваме само класата милиони).

1. Спореди ги броевите користејќи ги знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$

а) 305 984 и 99 476

б) 3 259 598 и 2 998 998

в) 309 268 и 1 299 478

### ПРИМЕР

Подреди ги по големина броевите 28 369, 387 000, 3 478 и 28 520 (почнувајќи од најмалиот).

Прво ги споредувам високите класи, доколку имаат исти вредности, во највисоката класа ги споредуваме следните: **3 478 < 28 369 < 28 520 < 387 000.**

2. Подреди ги по големина дадените броеви почнувајќи од најмалиот:

а) 2 891, 36 280, 598, 67 777 и 6 777

б) 300 003, 33 033, 300 033, 3 333, 33 000

3. Од цифрите 4, 5, 6 состави ги најмалиот и најголемиот шестцифрен број (дозволено е да се повторува некоја од цифрите најмногу три пати).

Провери  
дали разбра

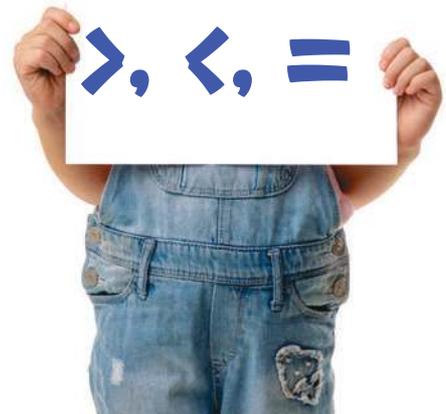
- Објасни на кој начин споредуваш/подредуваш броеви?
- Користејќи ги знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$  спореди ги броевите:
  - 255 889 и 39 322
  - 500 302 и 500 203
  - 399 999 и 99 993

### Вежбај

- Спореди ги броевите користејќи ги знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$ 
  - 58 369 и 99 002
  - 3 568 236 и 14 200 003
  - 33 505 и 5 335
- Подреди ги по големина дадените броеви почнувајќи од најмалиот:
  - 69 289, 59 289, 322 125 и 69 289
  - 4 004, 44 000, 4 444, 40 404 и 4 044
- Броевите 35278, 416278, 23789, 44968, 3489, 37894, 26835 распореди ги во дадениот Каролов дијаграм

	Бројот е помеѓу 35 000 и 45 000	Бројот не е помеѓу 35 000 и 45 000
Бројот има парна цифра на позиција стотки		
Бројот нема парна цифра на позиција стотки		

- На местото на цртите  $\square 825 < \square \square 26$   
распореди ги цифрите 5, 6, 8 за да добиеш точен исказ.  
Колку различни распоредувања можеш да направиш?
- Кои три последователни цифри во бројот 275 276 236  
ќе ги избришеш за да добиеш најголем можен  
шестцифрен број.



# 1

## НИЗИ ОД ПРИРОДНИ БРОЕВИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да откриваш правило за да дополниш или да продолжиш низа од природни броеви.



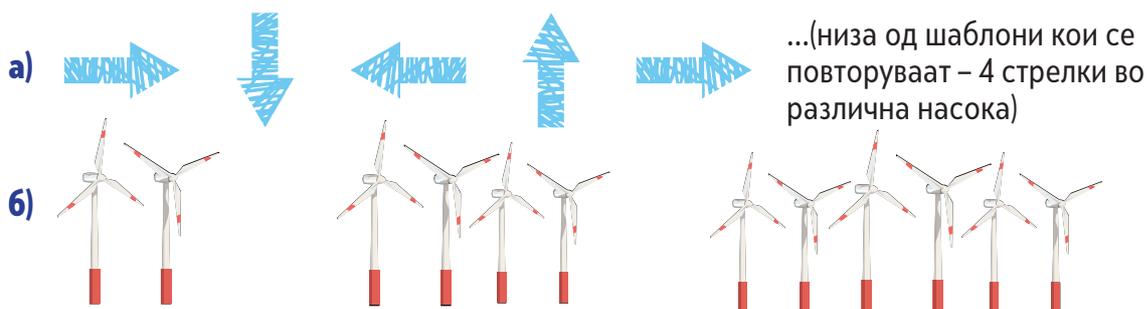
**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Почни од 18 и зголемувај за 5.

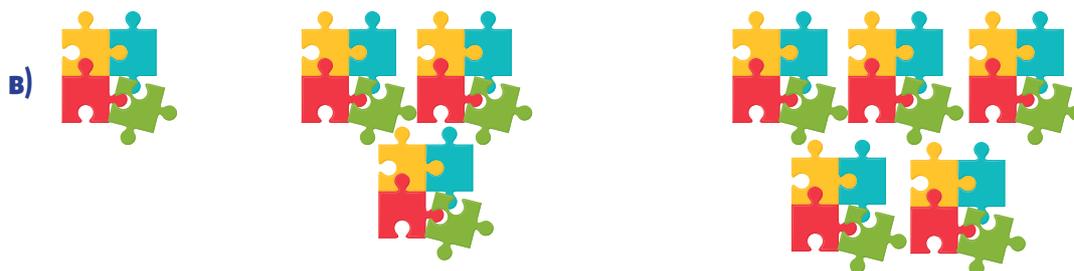
Почни од 258 и намалувај за 3.

### ПРИМЕР:

Обиди се да го откриеш и запишеш правилото според кое можеш да ги предвидиш следните членови во низите. Запиши уште три члена за секоја од нив.



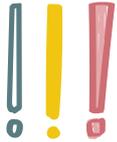
.... (низа од шаблони кои се зголемуваат – ветерници со по три перки. Може да се запише и како низа од броеви, на пример. 2, 4, 6, ... – вкупен број на ветерници или пак 6, 12, 18, ... – вкупен број на перки.)



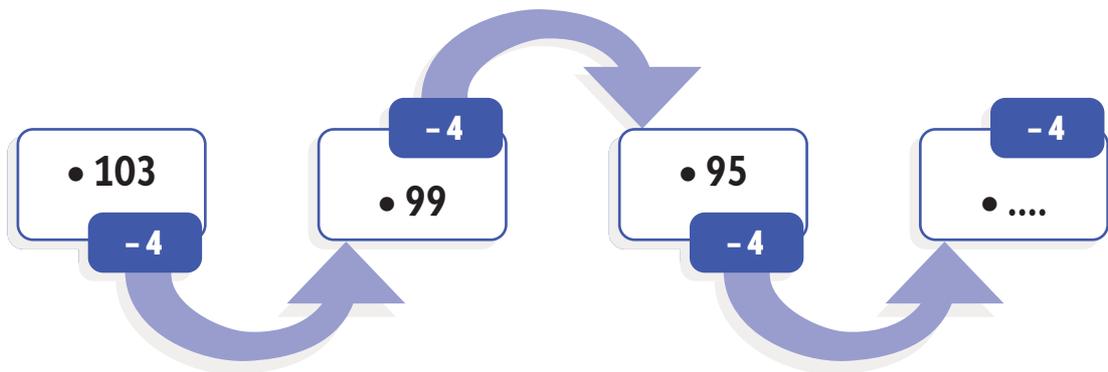
... (низа од шаблони кои се зголемуваат може да се запише како низа од броеви, на пример 1, 3, 5, ....)

г) 3, 5, 5, 4, 3, 5, 5, 4, 3, .... (низа од броеви во која се повторува група од исти членови - цифри 3, 5, 5, 4)

- д) 3, 8, 13, 18, ... (низа од броеви кои се зголемуваат за 5)  
 ф) 2, 6, 18, 54, ... (низа од броеви кои се зголемуваат 3 пати)  
 е) 103, 99, 95, 91, ... (низа од броеви кои се намалуваат за 4)  
 ж) 3, 9, 27, ... (низа од броеви кои се зголемуваат 3 пати)



Бројните низи кои се зголемуваат или намалуваат може да се претстават со дијаграм или на бројна права



### ИНФОРМАЦИЈА

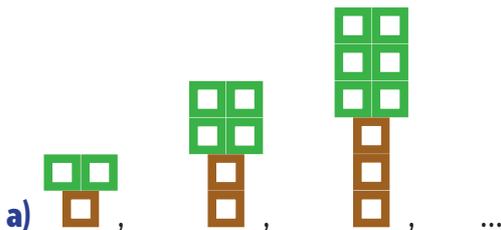
Постојат различни видови низи – низи од шаблони и низи од броеви. Низите од шаблони можат да се претстават и како низи од броеви.

Наједноставни се низите во кои се повторуваат одредена група членови и низите кај кои соседните членови се разликуваат за ист број.

### ЗАПОМНИ

За секоја низа треба да се одреди правилото со кое се добиваат членовите, за да може да се продолжи низата.

1. Запиши ги правилата со кои се добиваат членовите на следниве низи и запиши уште три нивни членови.



- б) 27, 34, 41, ...  
 в) 1 025, 926, 827, ...  
 г) 7, 14, 21, ...

2. Членовите на следниве низи се добиваат со зголемување или со намалување. Запиши ги правилата со кои се добиваат, а потоа и членовите кои недостасуваат:

- а) 4, ..., ..., 83, 95, ..., ...  
 б) ..., ..., ..., 203, 185, ...  
 в) 8, ..., ..., ..., 53, ..., ...

Објаснување

Постојат и други видови низи, на пример низи со двојни правила. Тоа се низи од кои можат да се добијат две други низи – поднизи.

### ЗАДАЧА:

Внимателно разгледај ги следниве низи и обиди се да ги продолжиш со следни членови.

- а) 7, 10, 7, 15, 7, 20, ...  
 б) 2, 9, 4, 11, 6, 13, 8, 15, ...

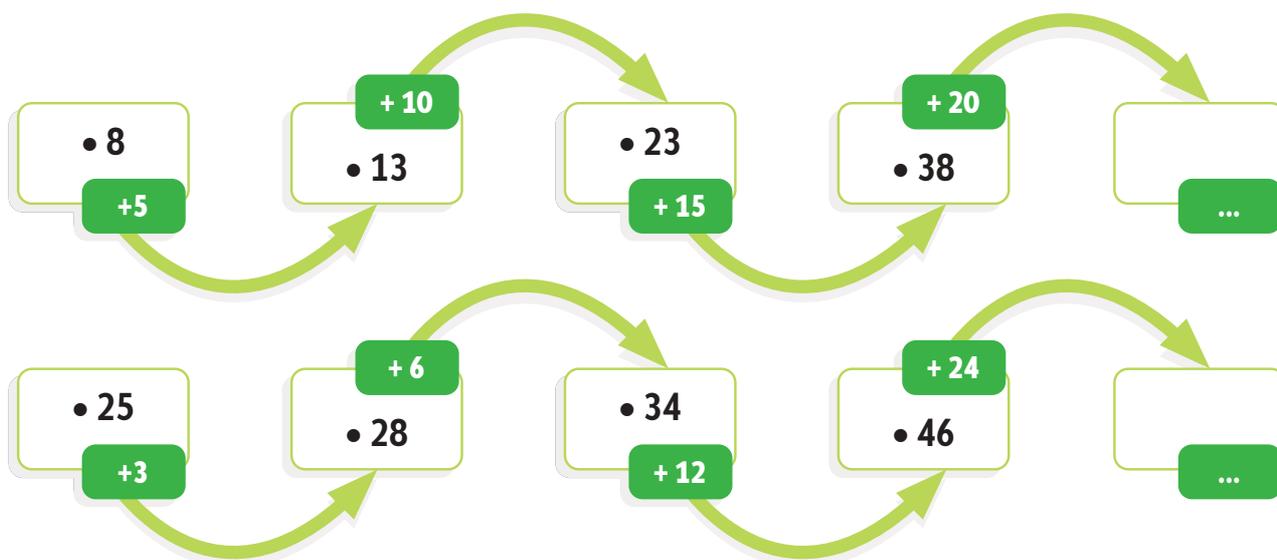
### ИНФОРМАЦИЈА



Еве уште неколку поинакви низи од природни броеви.

- а) 8, 13, 23, 38, ...  
 б) 25, 28, 34, 46, ...

(Која е разликата меѓу соседните членови? Кај овие низи разликите формираат нова низа.)



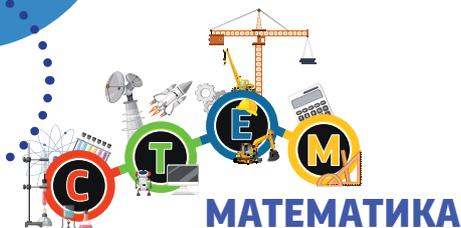
Провери  
дали разбра

1. Какви можат да бидат низите? Што е потребно да откриеш за да можеш да продолжиш една низа?
2. Запиши го правилото за низите и следните пет членови.
  - а) 56, 45, 34, .....
  - б) 1 205, 1 306, 1 407,.....
  - в) 3 005, 1, 2 905, 2, 2 805, 3, ...

Вежбај

1. Запиши го правилото за низите и следните пет членови.
  - а) 33, 45, 57, ....
  - б) 125, 114, 105, ...
  - в) 2 125, 2 119, 2 113,...
  - г) 302, 11, 3 012, 12, 322, 13, ...
  - д) 45, 62, 55, 67, 65, 72, ...
  - ф) 55, 57, 61, 67, ...
  - е) 118, 98, 80, 74, ....
2. Запиши го правилото за низите и непознатите членови.
  - а) ..., ..., ..., 1 098, 2 018, ..., ...
  - б) ..., ..., ..., , ..., ..., 17, 1
  - в) ..., ..., ..., 49, ..., 57, ..., ...
  - г) ..., ..., ..., 655, ..., ..., ..., 743
3. Во секоја од дадените низи еден член не припаѓа. Прецртај го погрешниот член и запиши го правилото за членовите на низата.
  - а) 68, 72, 76, 78, 80, 84, 88
  - б) 109, 107, 104, 101, 98, 95
  - в) 19, 24, 29, 34, 49, 69, 94
  - г) 25, 19, 35, 17, 16, 45, 15, 55, 13, 65, 11
4. Дали низата 24, 28, 32, 36, ... може за член да го има бројот 743? Запиши го правилото за низата и образложи го твојот одговор.
5. Намалуваш по 9 почнувајќи од 100. Дали бројот 0 ќе биде член на низата?
6. Зголемуваш по 7 почнувајќи од 0. Дали 10 000 ќе биде член на низата?



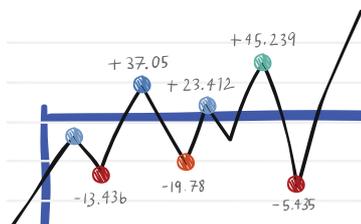


## МАТЕМАТИКА

Автомобил ја зголемува својата брзина за  $9 \text{ km/h}$  секоја наредна секунда. Ако вози со брзина  $30 \text{ km/h}$ , за колку секунди неговата брзина ќе биде  $138 \text{ km/h}$ ?

При кочење, пак, во секоја секунда ја намалува брзината за  $12 \text{ km/h}$ . Ако автомобилот вози со брзина од  $190 \text{ km/h}$  колку секунди му се потребни за да ја намали до  $82 \text{ km/h}$ ?

(Менувањето на брзината на автомобилот запиши го како бројна низа.)



## ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

Мерт во јануари имал заштеда од  $15\,000$  денари. Секој месец, во текот на цела година додава на заштедените пари по  $1\,200$  денари. Но, во јуни резервирал за летување кое го исплаќал од заштедата на  $5$  рати по  $2\,000$  денари.

Запиши како се зголемувала заштедата на Мерт за секој од месеците, од јануари до јуни.

Колкава е заштедата на Мерт во август и во октомври?  
Колку денари е неговата заштеда на крајот од годината?

(Менувањето на заштедата на Мерт запиши го како бројна низа.)



## ЌЕ НАУЧИШ:

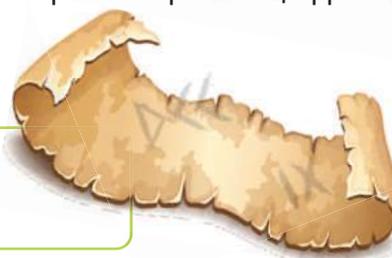
Да ги препознаваш римските цифри I, V, X, L, C, D, M и да ја искажуваш нивната вредност.

Цифрите со кои досега ги запишувавме броевите се наречени арапски цифри.

Римските цифри имаат 7 основни форми:

**I група: I = 1, X = 10, C = 100, M = 1 000.**

**II група: V = 5, L = 50, D = 500.**



За пишување на броевите со римски цифри и за читање на броевите напишани со римски цифри ги имаме овие основни правила:

**a)** Ако се повторуваат истите цифри или ако цифра со помала вредност се наоѓа десно од цифрата со поголема вредност, тогаш вредностите се собираат.

III = 3, CC = 200, VIII = 8, CLVII = 157,

XX = 20, CCC = 300, VII = 7, LX = 60, MC = 1100,

XXX = 30, MM = 2000, XI = 11, CXX = 120, MCCLII = 1252.

**b)** Ако цифра со помала вредност стои лево пред цифра со поголема вредност, тогаш вредноста на помалата цифра се одзема од поголемата.

IV = 4, XC = 90,

IX = 9, CD = 400,

XL = 40, CM = 900.



Постојат и други помошни правила:

**в)** Ако цифрата (бројката) се наоѓа меѓу две цифри со поголеми вредности, тогаш таа оди со бројката што ѝ е од десната страна.

XIX = 19, CXL = 140.

**г)** Не треба да се пишуваат повеќе од три еднакви цифри една до друга.

Не се пишува XXXIII, туку XXXIV = 34

**д)** Од левата страна на која било цифра треба да се пишува само една цифра со помала вредност, а таа цифра со помала вредност никако не смее да биде V, L и D.

Правилно е CM = 900, но не е правилно VC = 95, исто така 8 не се пишува IIX, туку VIII.

**ѓ)** Цифрата I не се пишува лево од цифрата L, C, D и M ниту цифрата X се пишува лево од D и M.

XLIX = 49, а не се пишува IL, CDXC = 490, а не XD, CML = 950, а не LM.



Римските цифри не се згодни за пишување броеви. Уште поголем недостаток е што со нив не можеме писмено да сметаме.

Римската цифра има иста вредност без разлика дали се наоѓа на почетокот, во средината или на крајот од бројот.

**Декадниот систем е изграден од 10 цифри: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.**

Затоа декадниот систем за пишување, читање сметање со броевите е многу полесен, поедноставен и поусовршен отколку римскиот броен систем.



## Вежбај

1. Пополни ја табелата:

Римска цифра	I		C			L	D
Вредност		10		5	1 000		

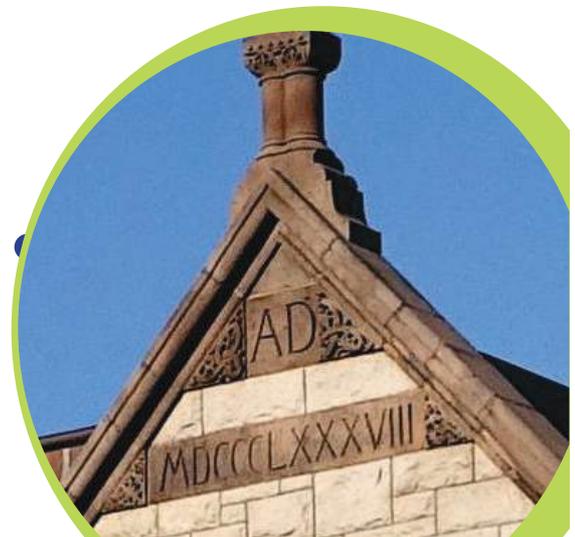
2. Прочитај и напиши со арапски цифри: XXXIII, XLIV, LV, LXXXIX, CCII, DCC, MDXXI, MDCCLXVIII.

3. Прочитај и напиши со арапски цифри: IX, XIX, LIX, LXV, CIX, CXI, MCCXC, MDX, MXL, DIX, MDIX.

4. Напиши ги со римски цифри следниве броеви: 108, 127, 207, 210, 333, 645, 755, 889.

5. Напиши ги со римски цифри следниве броеви:

1 231, 1 914, 444, 1 111, 1 648, 244, 2 890, 1 550.



# 1

## ПРИМЕНА НА РИМСКИ ЦИФРИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

- Да го објаснуваш читањето и запишувањето на римските броеви.
- Да ги користиш римските броеви за бележење бројни придавки (лични имиња, месеци, настани од историско значење...).

### ПРИМЕР

Во следниве равенства, преместете само по едно дрвце, за да добиете еднакви страни.

- а)**  $I - III = II$ , решение:  $(I = III - II)$ ;
- б)**  $VIII - II = XI$ , решение:  $(VIII + II = X)$ ;
- в)**  $\frac{I}{VII} = \frac{I}{III}$ , решение:  $(\frac{II}{VI} = \frac{I}{III})$ ;
- г)**  $IX \cdot III = XVII$ , решение:  $(IX \cdot II = XVIII)$ .

Каде денес се употребуваат римските цифри?

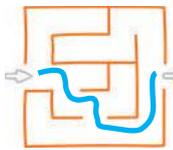
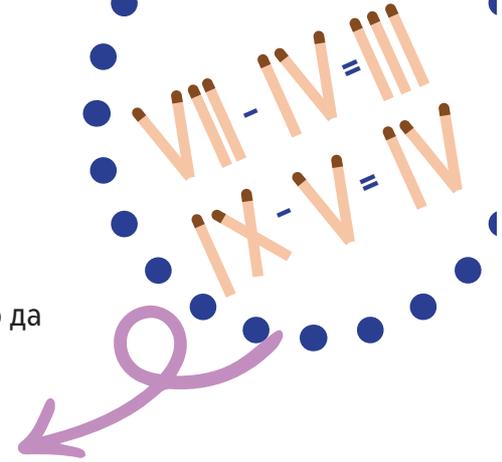
Денес римските цифри ги употребуваме најчесто:

- при запишување на јубиларните датуми,
- при именување разни конгреси, конференции, собранија и состаноци,
- при запишување на месеците во датумот,
- при именување на одделенијата и паралелките во училиштата,
- при нумерирањето на некои страници, глави и делови во книги, итн.



## Вежбај

1. Напиши ја годината во која се наоѓаме со римски цифри.
2. Напиши ја со римски цифри годината на твоето раѓање.
3. Напиши ги со римски цифри годините во оваа реченица:  
Ленин се родил во 1870 година, а умрел во 1924 година.
4. На некој споменик е напишано: 7-VIII-MDCCCXLIX. Кој месец и година се напишани?
5. Напиши ги со римски цифри следниве датуми:
  - а) 2 август 1903 год. ,
  - б) 11 октомври 1941 год. ,
  - в) 26 јули 1963 год.,
  - г) 11 ноември 1944 год.
6. На сликата премести едно кибритно дрвце, така што равенството да остане точно.
  - а) VII - IV = III
  - б) IX - V = IV

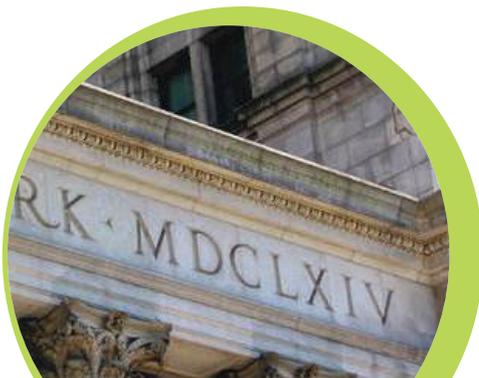


## Предизвик:

Кој е најмалиот број на преместувања на кибритчиња за да формирате равенство. (Знаците за операции не се од дрвца).

$$XI + I = X$$

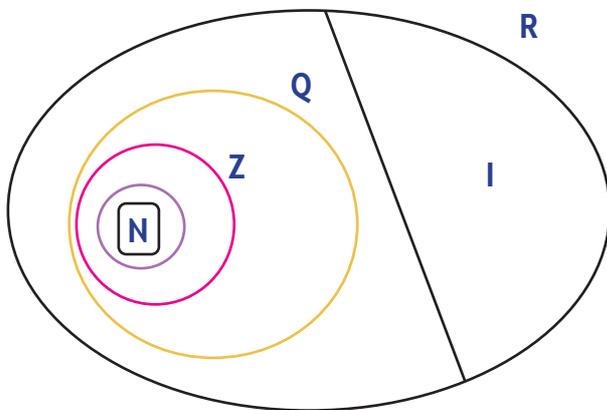
Од историска енциклопедија најди поими кои се означени со римски цифри.



**ЌЕ НАУЧИШ:**

- Да го запишуваш множеството цели броеви (**Z**).
- Да го објаснуваш заемниот однос меѓу множествата **N**, **N<sub>0</sub>**, **Z<sup>+</sup>**, **Z<sup>-</sup>** и **Z**.

Денес не можеме да го замислиме секојдневниот живот без употреба на природни броеви. Со природните броеви искажуваме колку ученици има во одделението, колку книги има во библиотеката, колку автомобили се регистрирани во градот итн.



Множеството на природните броеви го означуваме со **N** и запишуваме:

$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ , каде со три точки означуваме дека низата нема крај.

Бројот нула веќе ни е познат и знаеме со него да пресметуваме иако не припаѓа на множеството природни броеви **N**. Множеството кое е составено од сите природни броеви и нулата се означува со **N<sub>0</sub>**, го нарекуваме проширено множество на природните броеви и запишуваме:

$$\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0\} \cup \mathbf{N}$$

Знаеме дека множеството на природните броеви не ни е доволно за да ги опишеме сите „проблеми“ со кои се среќаваме во секојдневниот живот. Резултатите од мерење не можат секогаш да се изразат со природни броеви.

Кога ја слушаме временската прогноза за Скопје, слушаме дека температурата изнесувала „минус три“ степени, а во Прилеп „минус 5“ степени.

При искажување на температурата спомнатиот број „минус три“, кој се запишува -3 или „минус 5“ кој се запишува -5, не се наоѓа ниту во множеството на природните броеви **N** ниту во

проширеното множество на природните броеви  $\mathbf{N}_0$ .

Затоа го прошируваме множеството  $\mathbf{N}_0$  и добиваме ново множество

$$\mathbf{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Множеството  $\mathbf{Z}$  го нарекуваме множество на цели броеви, а неговите елементи се нарекуваат цели броеви. Броевите  $-1, -2, -3, \dots$  ги нарекуваме негативни броеви.

Множеството  $\mathbf{Z}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$  го нарекуваме множество на сите негативните цели броеви, а множеството од природните броеви  $\mathbf{N} = \mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$  го нарекуваме множество на сите позитивни цели броеви.

Можеме да запишеме:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbf{Z}^+, \quad \mathbf{Z}^- \cap \mathbf{Z}^+ = \emptyset.$$

Значи множеството  $\mathbf{Z}$  се состои од сите позитивни, сите негативни цели броеви и нула. Множествата  $\mathbf{Z}^-$ ,  $\mathbf{Z}^+$  и  $\{0\}$  немаат заеднички елементи. Множеството  $\mathbf{N}$  е подмножество од  $\mathbf{Z}$ ,

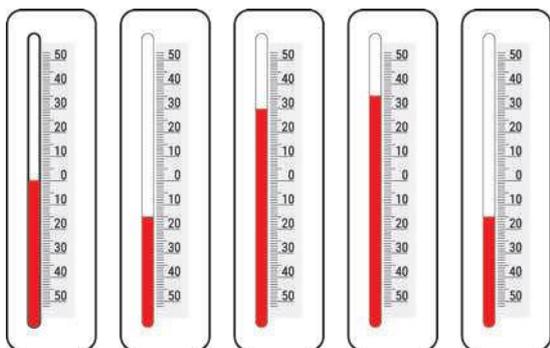
$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}.$$

Напомена: Бројот нула ниту е позитивен, ниту е негативен цел број.

## Вежбај

1. Дали знаеш каде во секојдневниот живот се користат негативните броеви?

2. Прочитај ја температурата на следниве термометри:



3. На бројна права се означени броевите  $-9$  и  $5$ . Напиши ги целите броеви, кои се наоѓаат помеѓу овие броеви.

4. Кои од броевите  $-3, -8, 0, 9, 10, 23, -16$  се позитивни, а кои се негативни?

5. Негативни броеви се:

\_\_\_\_\_.

6. Позитивни броеви се:

\_\_\_\_\_.

7. Дали е точно дека: а)  $-6 \in \mathbf{Z}$ , б)  $587 \in \mathbf{Z}$ , в)  $-32\,459 \in \mathbf{Z}$ .

8. Дали е точно дека: а)  $42,3 \in \mathbf{Z}$ , б)  $0,65 \notin \mathbf{Z}$ , в)  $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$ .

9. Дали е точно дека: а)  $\{-1, 0, 1\} \subset \mathbf{Z}$ , б)  $\mathbf{Z}^- \subset \mathbf{Z}$ , в)  $\mathbf{N}_0 \subset \mathbf{Z}$ .

# 1

## БРОЕЊЕ СО ЧЕКОР НЕГАТИВЕН БРОЈ

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да броиш нанапред и наназад со негативни цели броеви во чекори по 2, по 3, по 4, по 5,..., 10.

### ПРИМЕР

1. Почни од бројот 2. Број со 3 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: 2, 5, 8, 11, 14, 17,...

2. Почни од бројот 2. Број со 2 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10,...

1. Почни од бројот 224. Број со 2 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

2. Почни од бројот 123. Број со 2 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

3. Почни од бројот 115. Број со 5 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

4. Почни од бројот 555. Број со 5 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

5. Почни од бројот 600. Број со 10 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

6. Почни од бројот 150. Број со 10 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

7. Почни од бројот 55. Број со 5 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

а) 10, 20, 30, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;

б) 1, 4, 7, 10, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;

в) 100, 80, 60, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.

Провери  
дали разбра

Дополни ја низата

а) \_\_, \_\_, 295; \_\_, 305; 310; \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;

в) 14; 6; -2; \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.

б) 3 000; \_\_, 2 980; 2 970; \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;

г) -60; -40; \_\_; 0; \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.

## ЌЕ НАУЧИШ:

Да претставуваш цели броеви на бројна права.  
 Да препознаваш и да одредуваш спротивен број на даден цел број.

## ПРИМЕР

На бројната права нанеси ја точката A(4), B(-4), C(6), D(-6).

A (-4), читаме: Точката A со координата -4.

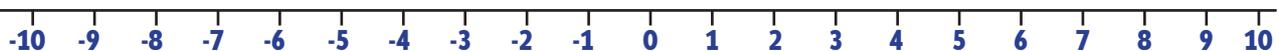


За броевите 4 и -4, 6 и -6 велиме дека се заемно спротивни броеви.

1. На бројна права нанеси ги точките M (2), N (-1), P (8), C (-5), O (0).
2. Одреди ги спротивните броеви на броевите:
  - а) 25                      б) -19                      в) 9                      г) -100
3. На бројна права се означени точките -2, -7, 0, 6, 5, -6, 7, 9, напиши ги координатите на точките и одреди кои од броевите се спротивни броеви.

## Вежбај

1. Претстави ги на бројна права броевите -8, -4, -2, 0, 1, 3, 5, 9 и нивните спротивни броеви.



2. Пополни ја табелта:

Цел број	- 1	12		55	9 876	
Спротивен број	1		- 34			-10 007



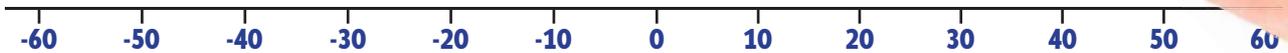
3. Дадено е множеството  $A = \{-10, 6, 0, 12, 34, -17\}$ . Запиши го табеларно множеството  $B$  чишто елементи се спротивните броеви на елементите од множеството  $A$ .

4. Одреди ги спротивните броеви на броевите:  
 а) 99                      б) -101                      в) 67                      г) -1 000

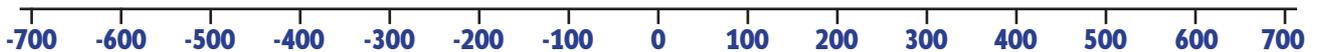
5. Претстави ги на бројна права точките:  $M(1)$ ,  $N(-1)$ ,  $P(12)$ ,  $C(-4)$ ,  $O(3)$ .

6. Запиши ги спротивните броеви на броевите: 45, -78, 120, 987, 1 076, -46, -3 490.

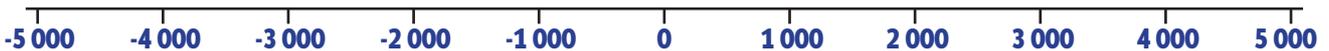
7. Претстави ги на бројна права броевите, -20, 0, 30, 10, -10, 20, -30, 50, -50 и означи ги со точки.



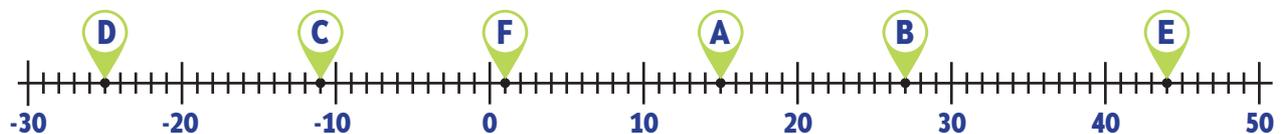
8. Претстави ги на бројна права броевите, 700, 0, -300, -200, 100, 700, 600, 300, 500 и означи ги со точки.



9. Претстави ги на бројна права точките:  $A(1\ 000)$ ,  $B(-1\ 000)$ ,  $D(0)$ ,  $X(-4\ 000)$ ,  $P(3\ 000)$ ,  $L(4\ 000)$ ,  $S(-5\ 000)$ .



10. Одреди ги координатите на точките:



## ЌЕ НАУЧИШ:

Да подредуваш и споредуваш цели броеви.

Да го наоѓаш местото на четирицифрен број на бројната низа од 0 до -10 000.

## ПРИМЕР

1. Подреди ги целите броеви: -9, 5, -4, 0, 2, -3, 7 по големина, почнувајќи од најмалиот.

**Решение** ▶ Ги подредуваме целите броеви почнувајќи од најмалиот -9, -4, -3, 0, 2, 5, 7.

2. Спореди ги целите броеви користејќи ги знаците: <, =, >.

а)  $-5$    $8$

б)  $0$    $-13$

в)  $-24$    $-25$

г)  $23$    $-23$

д)  $-9$    $10$

**Решение** ▶ а)  $-5$    $8$

б)  $0$    $-13$

в)  $-24$    $-25$

г)  $23$    $-23$

д)  $-9$    $10$

1. Спореди ги броевите, користејќи ги знаците: <, =, >.

а)  $-4$    $4$

б)  $0$    $-43$

в)  $-74$    $-125$

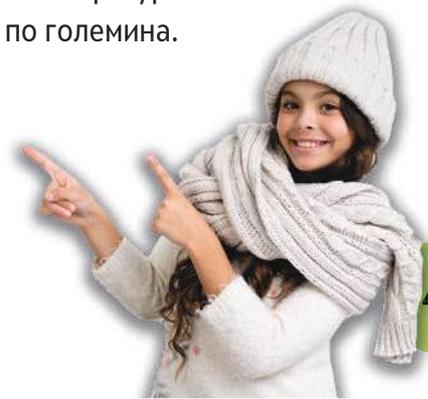
г)  $7\ 000$    $-2\ 306$

д)  $-9\ 000$    $-10\ 000$

2. Подреди ги броевите: 45, 1 002, 32, -98, 24, -456, 478, -34 по големина (почнувајќи од најмалиот).

3. Временската прогноза за одредени градови е дадена со следниве температури:  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Подреди ги температурите по големина.

4. Температурата во текот на денот била  $6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , во текот на ноќта се намалила за  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Колку изнесува температурата во текот на ноќта?





## ЌЕ НАУЧИШ:

Да продолжуваш и да дополнуваш низа од цели броеви.



## ПРИМЕР

Продолжи ја и дополни ја низата:

- а) 4, 8, 16, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;  
 б) -50, -20, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.

### Решение

- а) 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1 024, 2 048.  
 б) -50, -20, 10, 40, 70, 100, 130, 160, 190.



1. Продолжи ја низата:

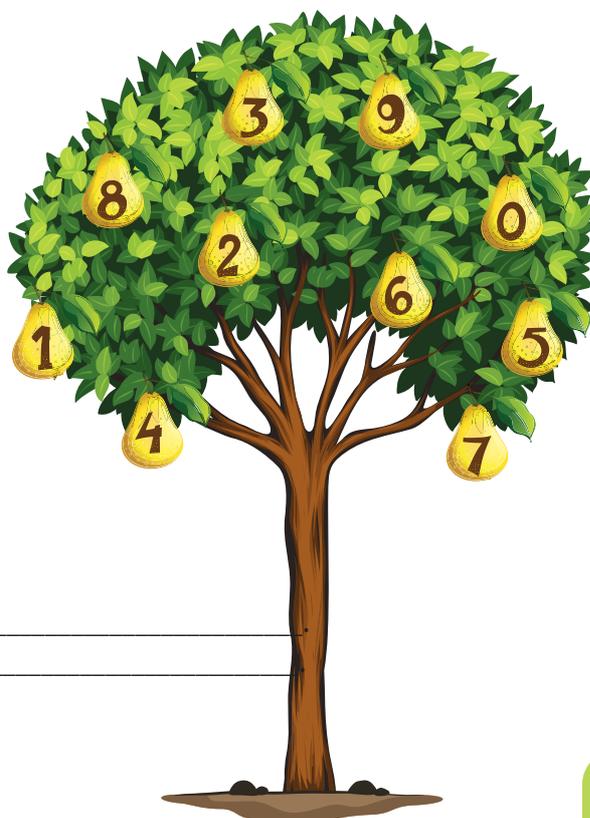
- а) 2, 4, 6, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;  
 б) 5, 10, 15, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.

2. Дополни ја низата:

- а) \_\_, \_\_, 18, \_\_, 30, 36, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;  
 б) 30, \_\_, 26, \_\_, 22, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;  
 в) 5, 3, 1, \_\_, \_\_, -5, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.

3. Ако една низа почнува со бројот нула:

- а) продолжи ја низата со по 5 чекори надесно: \_\_\_\_\_;  
 б) продолжи ја низата со по 5 чекори налево: \_\_\_\_\_.



4. Продолжи ја низата:

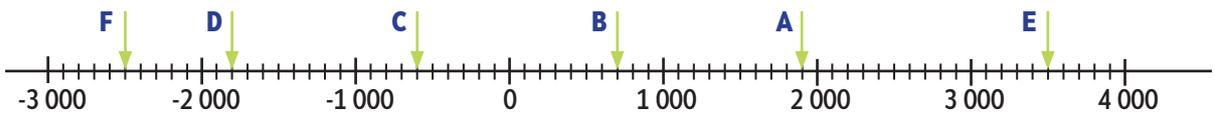
- a) 10, 30, 60, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_;  
 б) 10 000, 1 000, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, 0, 01.

5. Продолжи ја или дополни ја низата:

- a) -9, -5, \_\_, -1, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.  
 б) 16, 22, \_\_, \_\_, 40, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.  
 в) -5 000, -4 000, \_\_, \_\_, \_\_, 0, \_\_, \_\_, \_\_.  
 г) \_\_, \_\_, 300, \_\_, \_\_, 600, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.  
 д) 1 000, 100, \_\_, 0; 0, 1; \_\_, 0, 001.  
 е) 0, 07; \_\_; 7; 70, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_.



6. Која вредност ја означуваат буквите претставени на бројната права?



## ЌЕ НАУЧИШ:

Да броиш напред и назад во дробки и децимали, на пример, за 14, за 0,2, до цел број (и под нула).

## ПРИМЕР

Почни од бројот 30,5. Број со 10 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: 30,5; 20,5; 10,5; 0,5; -10,5; -20,5; -30,5, -40,5...

**1.** Почни од бројот 4. Број со 14 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**2.** Почни од бројот 1. Број со 0,2 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

**3.** Почни од бројот 5. Број со 0,2 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

**4.** Почни од бројот 2. Број со 5 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

**5.** Почни од бројот 10. Број со 0,5 чекори нанапред, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_

**6.** Почни од бројот 10. Број со 0,5 чекори наназад, по колку треба да броиш?

Напиши ги броевите: \_\_\_\_\_





## МЕСНА ВРЕДНОСТ НА ЦИФРИ ВО ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ

1

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да ја именуваш месната вредност на секоја цифра во децималните броеви со една и две децимали.

Секоја цифра покрај својата **бројна вредност**, има и соодветна **месна вредност**. Секоја месна вредност е 10 пати поголема од месната вредност којашто ѝ е од десната страна на цифрата.

За да ги одделиме целите од децималните места користиме запирка ( , ), којашто ја викаме **децимална запирка**.

Цифрите лево од децималната запирка ги викаме **цели**, а цифрите десно од децималната запирка ги викаме **децимали**.

### Забелешка

Цел број можеме да запишеме како децимален број. На пр.  $75 = 75,0 = 75,00$ .

### ПРИМЕР

Одреди ја месната вредност на цифрите од дадените децимални броеви во табелата.

илјади (И)	стотки (С)	десетки (Д)	единици (Е)	,	десетинки (д)	стотинки (с)
		5	4	,	2	7
1	9	6	2	,	3	

### Решение

**Месната вредност** на цифрите од бројот 54,27 е:

$$5Д = 50, 4Е = 4, 2 \text{ десетинки} = \frac{2}{10}, 7 \text{ стотинки} = \frac{7}{100}.$$

**Месната вредност** на цифрите од бројот 1962,3 е:

$$1И = 1\,000, 9С = 900, 6Д = 60, 2Е = 2, 3 \text{ десетинки} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ или} \\ 1962,3 = 1\,000 + 900 + 60 + 2 + 0,3$$

Помалите величини од мерките можеме да ги изразиме со помош на дробки како делови од поголемите величини.

ЕВЕ УШТЕ  
НЕКОЛКУ  
ПРИМЕРИ:

$$\text{а) } 1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm}, \quad 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$$

Значи мерните броеви се изразени со дробки чии именители се декадните единици 10, 100, 1 000,...

Дробките:  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{3}{100}$  на кои

именителите се декадни единици се викаат **децимални дробки**.

- 6) Децималните дробки можат да се запишат без именител на следниов начин:

$\frac{1}{10}$  се запишува 0,1 и се чита **нула цели и 1 десетинка**;

$\frac{3}{10}$  се запишува 0,3 и се чита **нула цели и 3 десетинки**;

$\frac{1}{100}$  се запишува 0,01 и се чита **нула цели и една стотинка**;

$2\frac{7}{100}$  се запишува 2,7 и се чита **две цели и седум стотинки**;

$1\frac{7}{100}$  се запишува 1,05 и се чита **едно цело и 5 стотинки**.

1. Запиши 5 децимални дробки.

2. Колку цели и колку децимали има децималниот број:

а) 5,6;

б) 1,47;

в) 9,03;

г) 0,08.

3. Запиши ги како децимални броеви следниве децимални дробки:

а)  $\frac{6}{10}$

б)  $\frac{2}{100}$

в)  $3\frac{5}{10}$

г)  $\frac{25}{100}$

4. Прочитај ги следниве децимални броеви:

а) 0,2;

б) 1,28;

в) 8,09;

г) 12,54.

**Вежбај**

1. Именувај ја месната вредност на секоја цифра од броевите:

- а) 4 375,1 \_\_\_\_\_;
- б) 48 271,34 \_\_\_\_\_;
- в) 324 756,29 \_\_\_\_\_;
- г) 549 893,2 \_\_\_\_\_;

2. Во секој од броевите: 75 432,12; 5 678,23; 6 985 607 колку има:

- а) Е-единици \_\_\_\_\_
- б) Д-десетки **75 432,12** \_\_\_\_\_;
- в) десетинки **5 678,23** \_\_\_\_\_;
- г) стотинки \_\_\_\_\_
- д) И-илјади. **6 985 607** \_\_\_\_\_.

3. Напиши ги следниве броеви:

- 23 цели и 7 десетинки \_\_\_\_\_;
- 4 цели, 53 стотинки \_\_\_\_\_;
- 234 цели и 8 стотинки \_\_\_\_\_.

4. Ако во децималниот број 123,4567 ја поместиме децималната запирка: а) за едно; б) за две места надесно: што ќе стане со месните вредности? Што ќе биде ако запирката се помести налево?

**123,4567**



## 1

## ЗАОКРУЖУВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

## ЌЕ НАУЧИШ:

Да заокружуваш децимален број со две децимали на една децимала или на цел број.

## ПРИМЕР

Заокружи ги броевите:



Број	Цел број	Една децимала	Две децимали
15,382	16	15,4	15,38
721,846	722	721,8	721,85

Заокружи го бројот 34,25 на една децимала.

## Решение

$34,25 \approx 34,3$ ; Знакот „ $\approx$ “ се чита „приближно“.



1. Следните децимални броеви да ги заокружиме до најблискиот цел број следејќи го примерот.

$$4,15 \approx 4$$

$$7,53 \approx 8$$

$$3,46 \approx$$

$$9,23 \approx$$

$$1,09 \approx$$

$$6,78 \approx$$



2. Следните децимални броеви да ги заокружиме на една децимала следејќи го примерот.

$$5,35 = 5,4$$

$$1,23 = 1,2$$

$$3,67 =$$

$$0,25 =$$

$$7,05 =$$

$$8,37 =$$

3. Бројот 12,763 заокружи го:

**а)** на цел број;

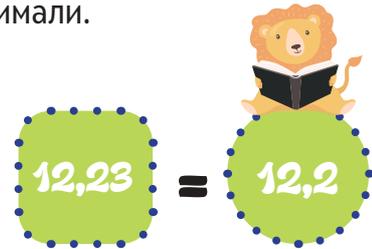
**б)** на 1 децимала

**в)** на 2 децимали.

4. Заокружи ги децималните броеви:

**а)** 2,34; 0,239; 17,438; 1,078 на 1 децимала.

**б)** 1,589; 5,374; 479,028; 1 000,546 на 2 децимали.



5. На местото со \* запиши ја потребната цифра за да биде точно заокружувањето:

**а)**  $5,46 \approx 5,*$ ;

**г)**  $1\ 200,*1 \approx 1\ 200,2$ ;

**б)**  $23,456 \approx 23,4*$ ;

**д)**  $90,1*4 \approx 90,18$ .

**в)**  $101,43 \approx 101,*$ ;

6. Броевите 5,671 и 8,793 заокружи ги на две децимали и потоа пресметај го нивниот збир.



# 1

## МЕШАН БРОЈ КАКО ДРОПКА

### ЌЕ НАУЧИШ:

- Да претвораш цел број во дробка.
- Да претвораш мешан број во дробка.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Што е дробка?

Што покажуваат броителот и именителот на дробката?

Од кој вид може да биде една дробка?

### ПРИМЕР

На Деспина ѝ беше роденден и честеше крем-банани во одделението. За секој имаше по една. Таа потроши 3 цели пакувања и  $\frac{3}{10}$  од четвртото пакување. Можеш ли да откриеш колку ученици беа присутни во училиште тој ден?

### Решение

Што можеш да откриеш од дробката  $\frac{3}{10}$ ?

- Во оваа ситуација дробката ни кажува дека во пакетчето имало 10 крем-банани, но 3 од нив биле изедени. Значи целото е поделено на 10 еднакви делови, од кои 3 се земени.

Тогаш која ќе биде дробката која ќе го претставува целото пакетче крем-банани?

- Едно цело пакетче крем-банани може да се претстави како дробка:  $1 = \frac{10}{10}$ .

Како ќе ги претставиш трите цели пакетчиња во вид на дробка?

- Ако едно пакетче крем-банани има десет еднакви делови или  $\frac{10}{10}$ , тогаш три пакетчиња ќе имаат три пати повеќе, односно  $3 = \frac{30}{10}$ .

На крајот колку десеттини од крем-бананите биле изедени?

- Биле изедени  $\frac{33}{10}$  од крем-бананите.

Колку ученици биле денес на училиште?

### ИНФОРМАЦИЈА



Мешан број е збир од цел број и правилна дробка. Правилната дробка има вредност помала од едно цело.

**ПРИМЕР**

$$1\frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}, \quad 4\frac{5}{12} = 4 + \frac{5}{12}, \quad 2\frac{13}{100} = 2 + \frac{13}{100}$$



Претворањето мешани броеви во дробки овозможува подобро да се разбере количината и полесно да се работи со броевите. Да видиме како можеме да претвориме еден мешан број во дробка.

Мешаниот број  $2\frac{1}{4}$  претвори го во дробка.



**Решение**

Уочи дека дробката зафаќа три целини од кои две се целосно искористени.  
Уочи дека едно цело е поделено на 4 еднакви делови.

Да определиме колку четвртини содржи мешаниот број  $2\frac{1}{4}$ .

Колку четвртини содржи 1 цело?

- Едно цело содржи 4 четвртини.

Колку четвртини содржат 2 цели?

- Две цели содржат  $2 \cdot 4 = 8$  четвртини.

Колку вкупно четвртини содржи мешаниот број?

$2 \cdot 4 + 1 = 9$  четвртини.

$$2\frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{4}$$

$$2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

**ИНФОРМАЦИЈА**



Секој цел број може да се запише во вид на дробка, која се вика привидна дробка.

Броителот на оваа дробка е содржател на именителот:  $2 = \frac{8}{4}$

**ЗАПОМНИ**

**Мешан број претвораеш во дробка**, така што за да го добиеш новиот броител, именителот го множиш со бројот на цели и го додаваш броителот, а именителот останува ист. Новата дробка е неправилна дробка, таа има вредност поголема од едно цело.

**Провери дали разбра**

1. Што е мешан број?
2. Што е привидна дробка?
3. Нацртај модел на мешаниот број  $1\frac{3}{8}$  користејќи кругови. Колку осмини содржи во себе овој мешан број?
4. Мешаните броеви  $1\frac{5}{7}$ ,  $3\frac{9}{13}$ ,  $2\frac{1}{10}$  запиши ги во вид на дробка. Користи модел со ленти или манипулативи.
5. Колку петтини има во две цели?
6. Колку третини има во  $4\frac{2}{3}$ ? Нацртај модел со кругови, а потоа запиши го мешаниот број во вид на дробка.

**Вежбај**

1. Следниве мешани броеви претвори ги во дробки:

$$7\frac{1}{3}, \quad 4\frac{7}{9}, \quad 1\frac{3}{10}, \quad 13\frac{2}{5},$$

2. Броевите 1, 3, 5, 7, 10 и 13 претвори ги во:

а) третини      б) петтини      в) осмини      г) десеттини

3. Дополни за да биде точно:

$$2\frac{\square}{7} = \frac{15}{7} \quad \square\frac{2}{5} = \frac{17}{5} \quad 3\frac{4}{\square} = \frac{19}{\square} \quad 3 = \frac{15}{\square} \quad 7 = \frac{\square}{7} \quad \frac{12}{3} = \square$$

4. Мешаниот број  $4\frac{7}{8}$  претстави го како збир од:

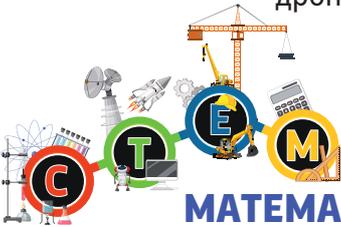
а) три дробки      б) три еднакви дробки





### ПРОШИРУВАЊЕ НА ЗНАЕЊАТА:

1. Мешаниот број  $2\frac{3}{4}$  претстави го како збир од два мешани броја со различни именители.
2. Дали е можно бројот  $4\frac{7}{8}$  да се претстави како збир од три правилни дробки? Објасни.



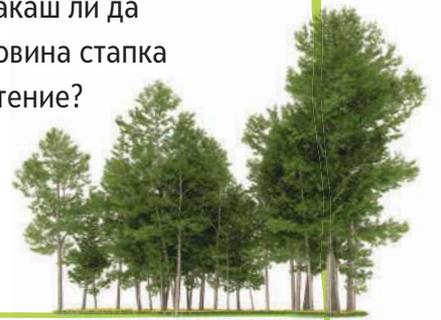
### МАТЕМАТИКА

Еден тим на истражувачи открива дека осојската зона на планината на која истражуваат има температура  $4\frac{2}{4}$  степени Целзиусови. Истовремено, тие откриваат дека на другиот крај на планината, во топлата зона, температурата е  $22\frac{3}{4}$  степени Целзиусови. Колку четвртини изнесува разликата во температурата помеѓу двата дела на планината?



### ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Во училишниот двор има растение со висина од  $3\frac{1}{2}$  стапки. Сакаш ли да откриеш колку центиметри е високо ова растение? Денес, половина стапка изнесува 15,2 центиметри. Колку центиметри е високо ова растение?



### ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА:

Елвира сака да купи фустан кој чини 6 150 денари. Таа веќе има собрано 3 400 денари, а остатокот сака да го заработи чувајќи деца. Ако за еден час ја плаќаат  $2\frac{1}{2}$  стотки денари, тогаш колку часа ќе треба да одработи за да си го купи фустанот?



## МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА

**Тема:** Дали претворањето мешан број во дробка е корисно во реалниот свет?

## ЗАДАЧА:

За оброкот што треба да се испече треба да се употребат од  $10\frac{1}{4}$  шолји брашно. Готвачот има  $\frac{23}{4}$  шолји брашно. Колку четвртини брашно треба да додаде за да го добие бараниот износ?



## Објаснување

Тимот кој го застапува претворањето мешан број во дробка треба да објасни зошто е корисно во оваа ситуација и зошто е важно да го знаат учениците ова претворање. Тимот кој ја застапува употребата на неправилната дробка треба да ги даде своите аргументи и да објасни зошто смета дека неправилната дробка е подобар избор во оваа ситуација.

МАТЕМАТИЧКА  
ДЕБАТА

## ЌЕ НАУЧИШ:

Да претвораш дробка во мешан број.



**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Што е дробка?

Што покажуваат деловите на дробката?

Каква може да биде дробката?



## ПРИМЕР

На почетокот од учебната година Петар и неговите три сестри од родителите добиле по едно кутиче со 12 моливи. Секој си користел моливи од своето кутиче. За да направат повеќе место во фиоката одлучиле да ги сместат сите моливи заедно. Во кутичето на Петар останале  $\frac{5}{12}$  од моливите, а во кутичињата на неговите сестри останале  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{4}{12}$  и  $\frac{6}{12}$ . Кој е делот на сите моливи заедно? Колку кутичиња ќе бидат потребни за да се сместат моливите?

## Решение

Колкав дел од моливите им останал на секое од четирите деца?

- На четирите деца им останале 5 дванаесеттини, 7 дванаесеттини, 4 дванаесеттини и 6 дванаесеттини.

Кој е делот на сите моливи заедно?

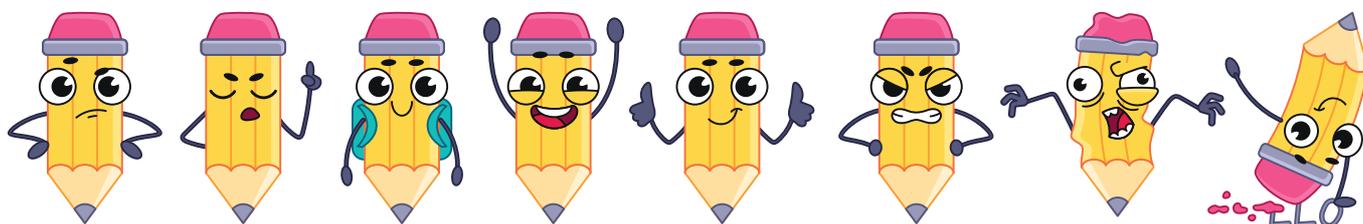
- Сите моливи заедно зафаќаат дел  $5+7+4+6=22$  дванаесеттини или  $\frac{22}{12}$ .

Колку кутичиња ќе бидат потребни за да се сместат моливите?

- Едно кутиче содржи 12 моливи. Значи едно цело е поделено на 12 еднакви делови. Сите преостанати моливи зафаќаат  $\frac{22}{12}$ , што е повеќе од едно цело, но помалку 2 цели.

$$\frac{22}{12} = 1\frac{\square}{12} \Rightarrow 22 = 12 \cdot 1 + \square = 12 + \square$$

Од 12 до 22 моливи дополнуваме со 10 моливи. Значи бројот во квадратчето мора да е 10. Можеме да заклучиме дека ќе бидат употребени две кутичиња, но ќе бидат наполнети  $1\frac{10}{12}$  кутичиња.



## ИНФОРМАЦИЈА



Само неправилна дробка може да се претвори во мешан број. Неправилната дробка има вредност поголема од едно цело или еднаква на едно цело.

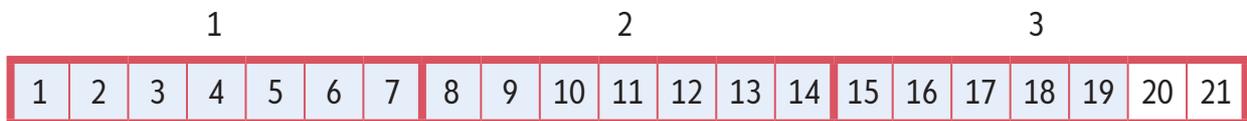
Претворањето во мешан број може да го поедностави и забрза пресметувањето, но исто така се зголемува и точноста на пресметките, односно го намалува ризикот од грешки во пресметување. Мешаните броеви, за разлика од неправилните дробки, многу пореално ги претставуваат величините.

## ПРИМЕР

Дробката  $\frac{19}{7}$  претвори ја во мешан број.

## Решение

Именителот на дробката ни кажува дека едно цело е поделено на 7 еднакви делови. Тогаш треба да откриеме колку пати 7 се содржи во 19. За ова ќе го користиме моделот лента.



## ИНФОРМАЦИЈА



Дробната црта на дробката има улога на операција делење. Дробката е количник од два природни броја.

Ако поделиме 19 со 7, ќе добиеме количник 2 и остаток 5.

$$\begin{array}{r} 19 : 7 = 2 \frac{5}{7} \\ -14 \\ \hline 5 \end{array}$$

19 е деленик = броител

7 е делител = именител

2 е бројот на целите = количникот при делењето

5 е остаток = новиот броител



Неправилна дробка претвораме во мешан број, така што го делиме броителот со именителот на дробката. Количникот ни го дава бројот на целите, додека остатокот е новиот броител. Именителот останува ист.

## ЗАДАЧА:

Поврзи ја секоја неправилна дробка со мешаниот број кој ѝ одговара. За да си помогнеш користи цртање модел на лента.

$\frac{30}{7}$	3
$\frac{15}{7}$	$4\frac{2}{7}$
$\frac{21}{7}$	$3\frac{5}{7}$
$\frac{26}{7}$	$1\frac{5}{7}$
$\frac{12}{7}$	$2\frac{1}{7}$

Провери дали разбра



1. Нацртај модел на дробката  $\frac{11}{8}$  користејќи лента. Колку цели содржи оваа дробка?
2. Дробките  $\frac{12}{7}$ ,  $\frac{48}{13}$ ,  $\frac{21}{10}$  запиши ги во вид на мешан број. Користи модел со ленти или манипулативи.
3. Колку цели има во 32 четвртини?
4. Колку цели се потребни за да се претстави дробката  $\frac{22}{3}$ ? Нацртај модел со ленти, а потоа запиши ја дробката како мешан број.

## Вежбај

1. Запиши три дробки со именител 9 поголеми од 1.
2. Следните дробки претвори ги во мешани броеви.

а)  $\frac{53}{3}$    б)  $\frac{107}{9}$    в)  $\frac{71}{10}$    г)  $\frac{32}{5}$

3. Која е вредноста на дробките?

а)  $\frac{56}{7}$    б)  $\frac{91}{91}$    в)  $\frac{0}{12}$    г)  $\frac{51}{17}$





## ПРОШИРУВАЊЕ НА ЗНАЕЊАТА:

1. Дропката  $\frac{83}{40}$  претстави ја како збир од два мешани броја.

### ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Еден пчелар собрал  $\frac{122}{4}$  l мед од една кошница, а друг пчелар собрал  $\frac{97}{4}$  l мед од својата кошница. Колку вкупно литри мед собрале од двете кошници заедно? Потоа, пчеларите решиле да го спакуваат медот во тегли со зафатнина 1 l. Колку тегли ќе им бидат потребни за да го спакуваат вкупниот мед што го собрале? Колку тегли ќе наполнат?



### МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА

**Тема:** Што е поедноставно, користењето на неправилни дропки или користењето на мешани броеви?

**Тим 1:** Користењето на неправилни дропки е поедноставно, бидејќи не е потребно да се вршат претворања.

**Тим 2:** Користењето на мешани броеви е поедноставно, бидејќи е подобар начин за разбирање на вистинската вредност на бројот.

### МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА



## МЕШАН БРОЈ НА БРОЈНА ПРАВА

1

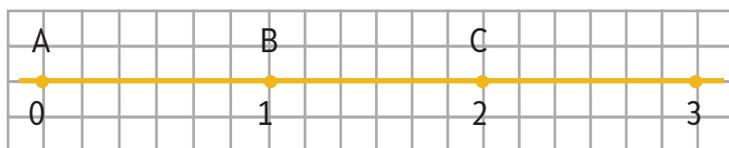
### ЌЕ НАУЧИШ:

- Да ја одредиш точката на бројната права која одговара на даден мешан број.
- Да го прочиташ мешаниот број означен со точка на бројната права.
- Да одредуваш помеѓу кои два природни броја се наоѓа даден мешан број.

### ИНФОРМАЦИЈА

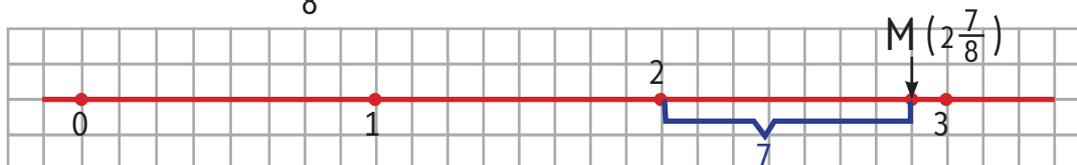


На една права да означиме две различни точки А и В. Отсечката  $\overline{AB}$  ќе ја наречеме единична отсечка. На точката А ќе ѝ го придружиме бројот 0, а на точката В ќе ѝ го придружиме бројот 1. На овој начин е определена бројна права. Бројот 2 ќе биде придружен на точка С, така што ќе важи  $\overline{AB} = \overline{BC}$ .



### ПРИМЕР

Во тетратката нацртај една права. Левозначи точка на која ќе ѝ го придружиш бројот 0. Десно од неа изброј 8 квадратчиња изначи точка на која ќе ѝ го придружиш бројот 1. На истиот начин продолжи да ги нанесуваш броевите 2 и 3. Сегазначи точка М која ќе одговара на бројот  $2\frac{7}{8}$ .



### Решение

- Помеѓу кои два цели броеви се наоѓа точката М?
- Колку квадратчиња зафаќа дропката  $\frac{1}{8}$  ?
- Без да броиш, можеш ли да кажеш колку квадратчиња зафаќа мешаниот број  $2\frac{7}{8}$  ?
- Ако треба дазначиш точка Р на која ќе ѝ одговара бројот  $1\frac{1}{2}$ , што ќе направиш? – Растојанието помеѓу 1 и 2 ќе го поделиш на половина и во таа точка ќезначиш Р.

Ако треба да означеш точка X на која ќе ѝ одговара бројот  $1\frac{3}{4}$ , што ќе направиш? – Растојанието меѓу 1 и 2 ќе го поделиш на 4 еднакви делови (секој дел ќе содржи 2 квадратчиња). Точката ќе ја означеш на крајот од третиот дел.

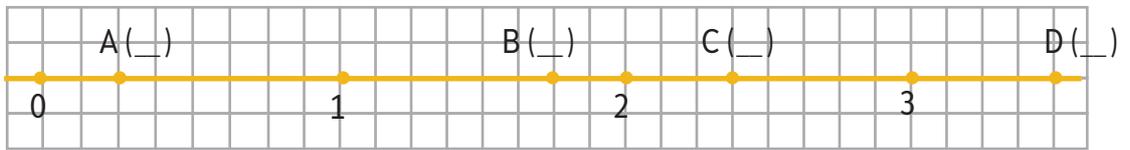
ИНФОРМАЦИЈА



За секоја дробка постои единствена точка од бројната права.

ЗАДАЧА:

На секоја од означените точки придружи ѝ го соодветниот број.

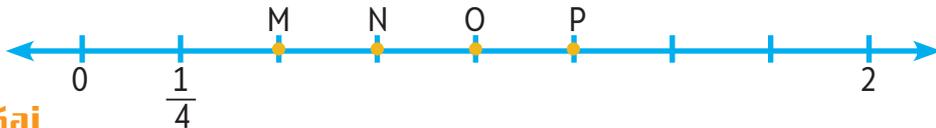


- Кои точки се наоѓаат помеѓу броевите 1 и 3?
- Помеѓу кои природни броеви се наоѓа точката D?



Провери дали разбра

1. Колку пати треба да ја пренесеш единичната отсечка на бројната права почнувајќи од бројот 2 за да добиеш точка што одговара на бројот 11?
2. Во тетратката нацртај бројна права со единична отсечка од 6 квадратчиња. Потоазначи ги точките A( $2\frac{1}{6}$ ), B( $1\frac{5}{6}$ ), C( $\frac{21}{6}$ ), D( $\frac{12}{6}$ ), E( $3\frac{4}{6}$ )
3. Од бројната права определи ги дробките кои одговараат на означените точки.



Вежбај

1. На бројна права определи ги точките кои одговараат на броевите:  $\frac{12}{5}$ ,  $1\frac{3}{10}$  и  $3\frac{11}{20}$ . Колку квадратчиња ќе одбереш да биде долга единичната отсечка?
2. Кои дробки одговараат на точките од бројната права?





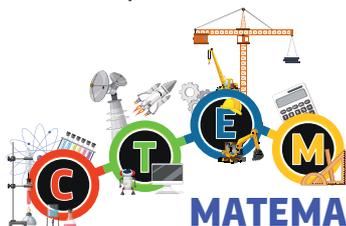
## ПРОЦИДУВАЊЕ НА ЗНАЕЊАТА:

1. Користејќи дел од бројна права означи точки кои одговараат на дропките:

$$\frac{77}{3}, \frac{235}{9}, \frac{218}{9}, \frac{83}{3}.$$

Помеѓу кои природни броеви се наоѓаат овие дропки на бројната права?

Кои дропки се лево од 25?



## МАТЕМАТИКА: Изградба на пат

Градежната компанија „Гранит“, заедно со друга компанија, треба да изгради нов пат во планинската област. Патот ќе биде изграден во две фази. Во првата фаза, придонесот на тимот на „Гранит“ ќе биде  $\frac{3}{5}$  од должината на патот, а во втората фаза, придонесот на другите работници ќе биде  $\frac{2}{3}$  од должината на патот.

1. Покажи, користејќи бројна права, колкав пат ќе изгради тимот на „Гранит“ во првата фаза.
2. Покажи, користејќи бројна права, колкав пат ќе изградат другите работници во втората фаза?

## ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА Енергетска ефикасност на соларен панел

Петар сака да ги намали своите емисии на јаглерод диоксид и да ги користи зелените извори на енергија. Затоа, тој се одлучува да инсталира фотоволтаични панели на својата куќа. Петар инсталира 12 панели, секој со капацитет од  $\frac{3}{4}$  MW (мегавати). Од јануари до јуни, во текот на 6 месеци, Петар произведува електрична енергија со своите панели.

1. Користејќи бројна права, покажи колку мегават-часови (MWh) енергија произведува Петар со своите панели во текот на 6 месеци?
2. Доколку Петар продаде  $\frac{3}{5}$  од својата произведена енергија на енергетската мрежа, тогаш покажи, користејќи бројна права, колку енергија ќе му остане нему?



**ЌЕ НАУЧИШ:**

- Што е конечен децимален број.
- Кои својства важат за децималните броеви.
- Да претвораш дробка во конечен децимален број преку делење на броителот со именителот и користење на својствата за децимални броеви.
- Да претвораш мешан број во конечен децимален број.

**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Што е децимален број?

Од кои делови е составен децималниот број?

Како се претвора децимална дробка во децимален број?

Како се претвора децимален број во децимална дробка?

Која е улогата на дробната црта во дробката?

**ПРИМЕР**

$$\frac{7}{10} = 0,7$$

$$\frac{125}{100} = 0,125$$

$$\frac{74}{1000} = 0,074$$

$$\frac{17}{10} = 1,7$$

$$\frac{38}{100} = 0,38$$

**Решение**

Децималната дробка преминува во децимален број, така што на броителот му се одвојуваат онолку децимали колку што има нули во именителот.

**ИНФОРМАЦИЈА**

За децималните броеви важат следните својства:

1. Децималниот број нема да ја промени својата вредност ако на крајот од децималниот дел му се допишат колку било нули.  $0,34 = 0,3400\dots$
2. Децималниот број нема да ја промени својата вредност ако од крајот на децималниот дел се изостават сите нули што се последни.  $2,500 = 2,5$
3. Секој природен број може да се запише како децимален број ако се оддели со запирка и му се допишат нули како децимали.  $5 = 5,0\dots$

## ПРИМЕР

Дропките  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{5}{2}$  и  $\frac{7}{4}$  претвори ги во децимален број, така што ќе го поделиш броителот со именителот.

## Решение

За да ја претвориме дропката  $\frac{4}{5}$  го делиме 4 со 5. Бидејќи 5 не се содржи ниту еднаш во 4, во количник запишуваме 0 и ја внесуваме децималната запирка. Својството за децимални броеви дозволува да допишуваме онолку нули колку што ќе ни биде потребно за да продолжиме со делењето, па делењето продолжува.

$$\frac{4}{5} = 4,00\dots : 5 = 0,8$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \underline{-0} \\ 40 \\ \underline{-40} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{5}{2} = 5,00\dots : 2 = 2,5$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{-4} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{7}{4} = 7,00\dots : 4 = 1,75$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \underline{-4} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

При делењето забележа дека за дропките  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{5}{2}$  и  $\frac{7}{4}$  делењето даде остаток 0. Затоа децималните броеви што ги доби во овие делења се викаат конечни децимални броеви.

Прошири  
ги своите  
знаења:

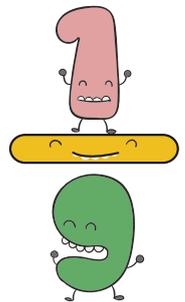
Дропките  $\frac{5}{6}$  и  $\frac{2}{11}$  претвори ги во децимален број, така што ќе го поделиш броителот со именителот.

$$\frac{2}{11} = 2,00\dots : 11 = 0,181\dots$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \underline{-0} \\ 20 \\ \underline{-11} \\ 90 \\ \underline{-88} \\ 20 \\ \underline{-11} \\ 90 \end{array}$$

$$\frac{5}{6} = 5,00\dots : 6 = 0,833\dots$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{-0} \\ 50 \\ \underline{-48} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 2 \end{array}$$



При делењето за дропките  $\frac{2}{11}$  и  $\frac{5}{6}$ , колку и да продолжуваш заклучуваш дека нема да добиеш остаток 0. Затоа ваквите децимални броеви се викаат бесконечни децимални броеви.



## ИНФОРМАЦИЈА



Ако именителот на дропката е содржател само на 2 и/или на 5, тогаш таа дропка може да се претвори во конечен децимален број. Така на пример дропката  $\frac{7}{15}$  не може да се претвори во конечен децимален број, затоа што нејзиниот именител е производ од 3 и 5.

**Провери дали разбра**

1. Дропките  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{12}{25}$  и  $\frac{19}{8}$  претвори ги во децимален број.
2. Претвори ги мешаните броеви  $2\frac{5}{16}$ ,  $5\frac{1}{4}$  и  $3\frac{13}{30}$  во конечни децимални броеви?

**Вежбај**

1. Следните дропки претвори ги во децимален број.

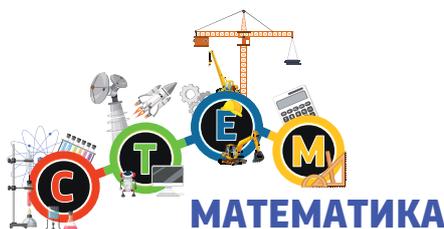
$$\frac{102}{16}, \frac{23}{25}, \frac{7}{8}, \frac{21}{5}, \frac{11}{4}.$$

2. Без да делиш определи кои од следниве дропки може да се претворат во конечен децимален број?

$$\frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{5}{18}, \frac{15}{32}, \frac{4}{25}.$$

3. Следните мешани броеви претвори ги во децимални броеви.

$$2\frac{1}{2}, 1\frac{7}{16}, 3\frac{12}{25}, 124\frac{3}{8}, 36\frac{9}{20}.$$



Во лабораторијата има  $\frac{4}{5}$  литри од една хемикалија и  $\frac{3}{4}$  литри од друга хемикалија. Изрази ги количините во стотинки.



## ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

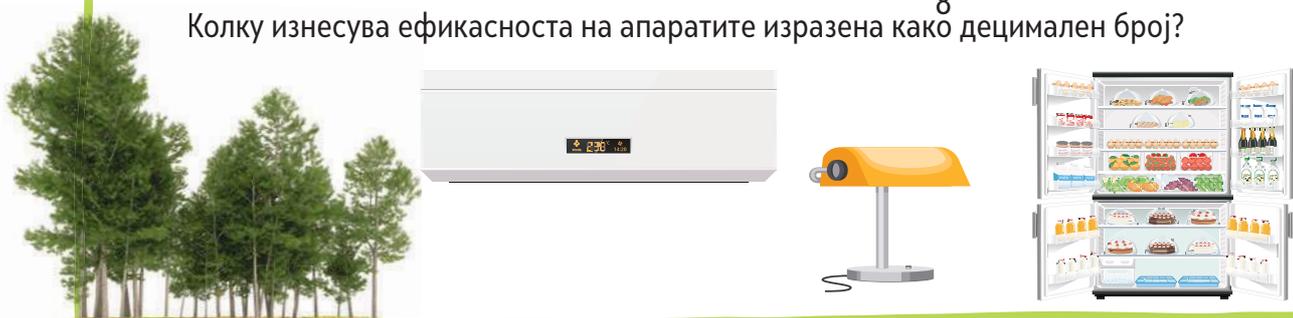
Дадени се следните податоци за енергетска ефикасност на различни електрични апарати:

- климатизер - коефициент на енергетска ефикасност од  $\frac{4}{5}$

- ламба - коефициент на енергетска ефикасност од  $\frac{3}{10}$

- ладилник - коефициент на енергетска ефикасност од  $\frac{7}{8}$

Колку изнесува ефикасноста на апаратите изразена како децимален број?



## МАТЕМАТИЧКА ДЕБАТА

**Тема:** Претворање дропки во децимални броеви во секојдневни ситуации

**Опис на темата:** Во оваа дебата, учениците ќе разгледуваат и дискутираат за претворањето дропки во децимални броеви во секојдневни ситуации. Тие можат да истражат различни аспекти на оваа тема, како што се:

1. Купување храна и напитки - Колку вода има во напиток со етикета која покажува дека содржи  $\frac{3}{4}$  од 1 литар вода?
2. Претворање мерни единици - Колку метри има една лента која е долга  $\frac{7}{8}$  од 1 метар?
3. Проенти - Колку проценти претставува  $\frac{2}{5}$  од целосниот буџет на една организација?
4. Долгови и кредити - Колку отплата треба да се направи за да се плати  $\frac{3}{10}$  од долгот за хипотеката на куќата?

Учениците можат да разгледуваат и други слични ситуации, и да ги истражат различните начини на претворање дропки во децимални броеви. Можат да ги дискутираат предностите и предизвиците при користење децимални броеви во секојдневни ситуации, и да го истражат влијанието на точноста на резултатот во одредени ситуации.

## 1

## ПРОШИРУВАЊЕ ДРОПКИ

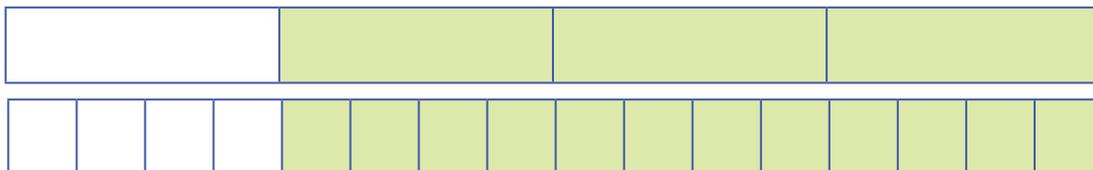
**ЌЕ НАУЧИШ:**

Да прошируваш дробка со природен број

Што значи проширувањето дробка во реален контекст.

**ПРИМЕР**

Денес бев кај баба ми, ми ја покажа нејзината колекција од лажички за кафе. Рече дека сака  $\frac{3}{4}$  од нив да ми подари, а остатокот да го подари во музеј. Си помислив, колку би било убаво мојот дел да го поделам со моите 11 братучеди и братучетки. Колкав дел од колекцијата би добил секој од нас? Колкав дел од колекцијата е нашиот дел?

**Решение**

Колекцијата е поделена на 4 еднакви делови од кои 3 ќе ми припаднат на мене, а 1 на музејот. За да ги поделам лажичките со моите братучеди, треба да го поделам мојот дел на помали делови, со што ќе добијам повеќе делови. За да добијам 12 дела секој дел ќе го поделам на 3 помали еднакви делови. Така секој од нас би добил  $\frac{1}{16}$  од колекцијата. Сега нашиот дел изнесува  $\frac{12}{16}$  од колекцијата.

**ИНФОРМАЦИЈА**

Проширувањето дробка значи броителот и именителот на дробката да се помножат со ист природен број. Во реалноста тоа значи деловите на целината да се иситнат, но нивниот број да се зголеми, со што количината што ја претставува дробката не се менува.

**ПРИМЕР**

$$\frac{3}{4} \stackrel{4}{=} \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$$

Ако дробката  $\frac{3}{4}$  се прошири со бројот 4 (еднаквите делови се намалат 4 пати, но нивниот број се зголеми 4 пати) тогаш се добива дробката  $\frac{12}{16}$ .

Провери  
дали разбра

- Прошири ја дробката  $\frac{3}{4}$  со 3, 5, 7 и 10.
- Одреди дробка која се добива со проширување на дробката  $\frac{3}{7}$  и има именител:
 

а) 14,            б) 49,            в) 84,            г) 105.
- Одреди дробка која се добива со проширување на дробката  $\frac{7}{9}$  и има броител:
 

а) 14,            б) 49,            в) 84,            г) 105.
- Одреди колку 50-тинки има секоја од дробките:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{10}, \frac{17}{25}$$

Вежбај

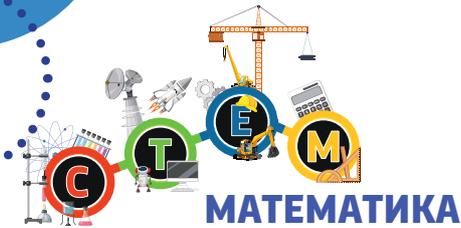
- Прошири ги дробките  $\frac{5}{7}$  и  $\frac{11}{12}$  со 2, 5, 7 и 11.
- Со кој број треба да се прошири дробката  $\frac{6}{13}$  за да се добие дробката  $\frac{54}{117}$ ?
- Со кој број треба да ја прошириш дробката за да го пополниш празното место?

$$\frac{5}{9} = \frac{45}{\square} \quad \frac{7}{11} = \frac{\square}{55}$$

- Одреди колку стотинки има секоја од дробките:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{17}{20}, \frac{13}{25} \text{ и } \frac{31}{50}$$





## МАТЕМАТИКА

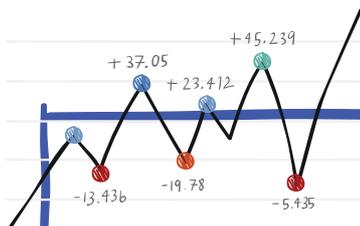
Во еден инженерски тим има голема количина компјутери кои се користат за развој на нов софтвер. Менаџерот на тимот одлучува да подели  $\frac{2}{3}$  од компјутерите на програмерите, како инвестиција во нивните проекти, а останатите  $\frac{1}{3}$  да ги користи за обука на студенти од локалниот технички факултет.

Ако има 8 програмери во тимот и 60 студенти на факултетот, колкав дел од компјутерите ќе добие секој од програмерите и студентите?



## ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Во еден еколошки центар има дрва кои се садени за одржување на биодиверзитетот во регионот. Управителот на центарот одлучува да подели  $\frac{3}{4}$  од дрвата на локалната заедница за да ги засадат во училиштата и јавните простори, а останатите да ги задржи. Ако има 9 училишта во регионот, колкав дел од дрвата ќе добие секој од нив?



## ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

Управителот на една компанија одлучува да подели  $\frac{3}{5}$  од акциите на вработените како награда за нивниот труд и креативност, а останатите  $\frac{2}{5}$  да ги задржи во своја сопственост. Ако во компанијата работат 51 вработен, колкав дел од акциите ќе добие секој од нив?





## ПРИМЕР

Покажи скратување на дробката  $\frac{18}{48}$  на повеќе начини.

## Решение

Дробката може да се скратува на повеќе начини:

- Постепено скратување (користи ги признаците за деливост).

$$\frac{18}{48} \stackrel{\cdot 2}{=} \frac{9}{24} \stackrel{\cdot 3}{=} \frac{3}{8}$$

- Скратување со разложување на прости множители.

$$\frac{18}{48} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{3}{8}$$

- Скратување со НЗД на броителот и именителот.

$$\frac{18}{48} \stackrel{\cdot \text{НЗД}(18, 48)}{=} \frac{18 \cdot 6}{48 \cdot 6} = \frac{3}{8}$$

Провери  
дали разбра

1. Што е нескратлива дробка?
2. Со кои броеви може да се скрати дробката  $\frac{24}{36}$ ?
3. Скрати ја дробката  $\frac{24}{36}$  на три начини.

## Вежбај

1. Скрати ги дробките  $\frac{72}{108}$  и  $\frac{198}{252}$  со а) 9 б) до нескратлива дробка.
2. Скрати ја дробката  $\frac{78}{390}$  до нескратлива дробка.
3. Со кој број треба да ја скратиш дробката за да го пополниш празното место?

$$\frac{35}{42} = \frac{5}{\square} \quad \frac{16}{28} = \frac{\square}{7}$$

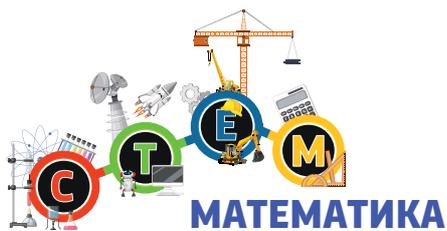
4. Кои броеви треба да стојат на празните места?

$$\frac{12}{15} = \frac{\square}{5} = \frac{20}{\square}$$

5. Скрати ја дробката до нескратлива дробка:

$$\frac{8 \cdot 15}{24 \cdot 5} \quad \frac{35 \cdot 88 \cdot 24}{25 \cdot 55 \cdot 42}$$





Стефан има 36 чоколадни бонбони кои сака да ги подели на своите 12 пријатели. Но, само 8 од нив можат да јадат чоколадни бонбони поради алергија. Значи, само 8 пријатели ќе добијат бонбони, а останатите 4 нема да можат да јадат бонбони. Колкав дел од бонбоните на Стефан ќе ги добијат пријателите кои можат да јадат чоколадни бонбони?

а)  $\frac{1}{2}$ ,

б)  $\frac{1}{3}$ ,

в)  $\frac{2}{9}$ ,

г)  $\frac{1}{9}$ ,



### ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

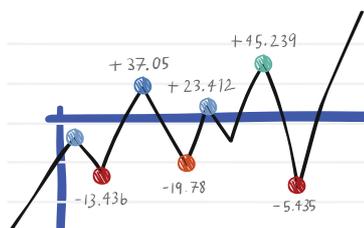
Во градината имаме  $\frac{36}{48}$  од капацитетот на резервоарот за вода исполнет со дождовна вода. Водата треба да се искористи за наводнување на леите со зеленчук.

За секоја леа се користи по  $\frac{1}{12}$  од водата?  
Колку леи ќе бидат наводнети?



### ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА

Во продавницата за компјутери имаат на залиха  $\frac{35}{50}$  од својата вообичаена бројна состојба на процесори. Претходно направиле пресметка за добивка од продадени  $\frac{1}{10}$  од процесорите и сакаат да откријат колкава ќе им биде добивката ако ги продадат сите процесори што ги имаат на залиха. Можеш ли да им помогнеш да откријат колку десеттини имаат на залиха?



# 1

## ЕКВИВАЛЕНТНИ ДРОПКИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

Што се еквивалентни дробки

Да проверуваш еднаквост на дробки.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Што е проширување (скратување) на дробки?

Какви се меѓу себе дадената дробка и проширената (скратената) дробка?

### ПРИМЕР

Анализирај го сидот на дробки.

Со помош на линијар пронајди еднакви делови по должина.

Црвената линија покажува дека

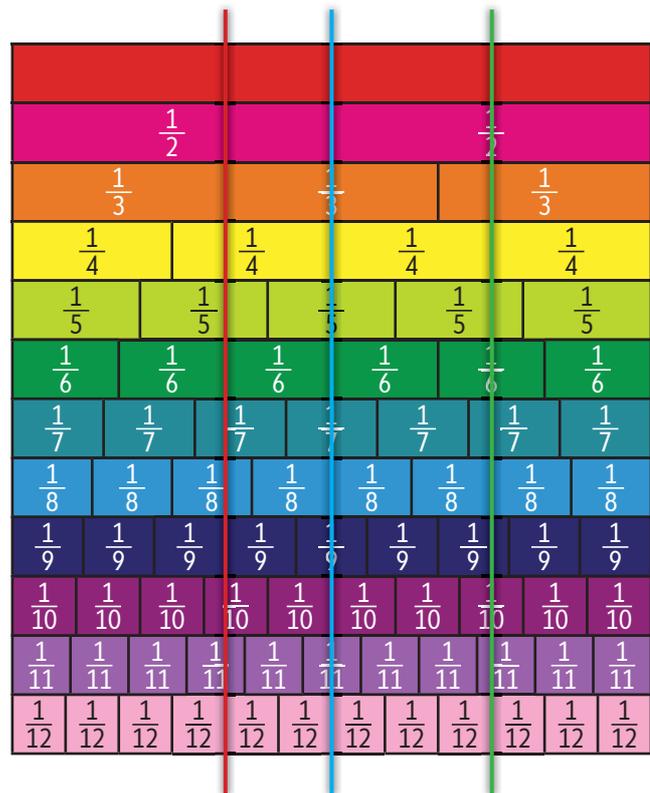
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

Сината линија покажува дека

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

Зелената линија покажува дека

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$



### ИНФОРМАЦИЈА



Дробките кои имаат еднаква вредност се викаат **еквивалентни дробки**.

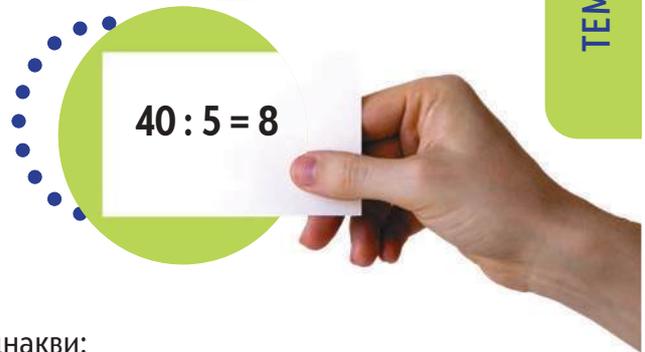
Две дробки се еквивалентни ако производот од броителот на првата и именителот на втората дробка е еднаков на производот од броителот на втората и именителот на првата дробка.

**ПРИМЕР**

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{12} \Rightarrow 3 \cdot 12 = 9 \cdot 4$$

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{20} \Rightarrow 2 \cdot 10 = 40 = \square \cdot 5$$

Во празното квадратче треба да стои бројот **8**.



**Провери  
дали разбра**

**1.** Кои од следниве дробки се еднакви:

$$\frac{3}{8} \text{ и } \frac{4}{5}; \frac{3}{8} \text{ и } \frac{6}{16}; \frac{4}{28} \text{ и } \frac{5}{5}; \frac{5}{5} \text{ и } \frac{7}{7}.$$

**Вежбај**

**1.** Кои од дробките имаат еднакви вредности:

**а)**  $\frac{3}{8}, \frac{3}{5}, \frac{9}{32}, \frac{15}{25}, \frac{21}{49}, \frac{3}{7}$ .

**б)**  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{6}, \frac{10}{15}, \frac{4}{11}, \frac{20}{30}$ .

**2.** Со правилото за еквивалентни дробки определи кој број треба да стои на празното место:

**а)**  $\frac{21}{45} = \frac{\square}{30} = \frac{3}{\square}$ ;

**б)**  $\frac{11}{13} = \frac{\square}{39}$ ;

**в)**  $\frac{6}{7} = \frac{20 + \square}{28}$

**г)**  $3 \cdot \frac{34}{\square} = \frac{\square}{12}$

**3.** Напиши ги дробките кое се еквивалентни на  $\frac{5}{13}$  и имаат именители 26, 65, 39, 78 и 52.

**4.** Напиши ги сите дробки кои се еквивалентни на дробката  $\frac{9}{20}$ , чишто именители се броеви помеѓу 50 и 150.

**5.** Определи дробка еквивалентна на дробката  $\frac{3}{4}$ , чиј броител и именител се разликуваат за 5.



# 1

## СПОРЕДУВАЊЕ ДРОПКИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

- Да споредуваш дробки со исти именители.
- Да споредуваш дробки со исти броители.
- Да споредуваш дробки со различни именители и различни броители.
- Да подредуваш дробки по големина.



**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

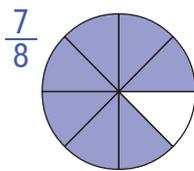
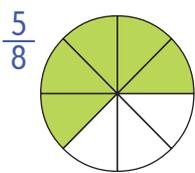
Што е НЗС?

### ПРИМЕР

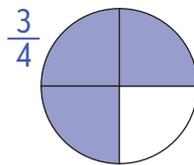
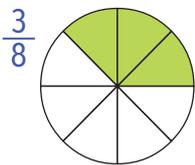
Ѓорѓи и Назми се соседи кои секој понеделник заедно ја посетуваат локалната буреќилница. Овој понеделник Ѓорѓи купил 5 осмини буреќ, а Назми купил 7 осмини буреќ. Минатиот понеделник Ѓорѓи купил 3 осмини буреќ, а Назми купил 3 четвртини буреќ. Пред минатиот понеделник Ѓорѓи купил 6 осмини буреќ, а Назми купил 2 четвртини буреќ. Одреди кој купувал повеќе буреќ за секој понеделник одделно.



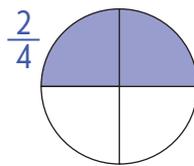
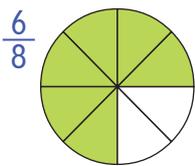
### Решение



Овој понеделник повеќе буреќ купил Назми. Двете пати буреќ се поделени на еднакви парчиња, но Назми купил повеќе такви парчиња.  $5 < 7 \Rightarrow \frac{5}{8} < \frac{7}{8}$



Минатиот понеделник повеќе буреќ купил Назми. Двајцата купиле ист број парчиња, но парчињата на Назми се поголеми (затоа што целото е поделено на помалку делови).  $8 > 4 \Rightarrow \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$



Пред минатиот понеделник повеќе буреќ купил Ѓорѓи. Двајцата купиле различен број парчиња со различна големина. Ако ги преполовине парчињата на Назми (ја прошириме дробката со 2) ќе добиеме 4 осмини буреќ. Сега е лесно:

**ЃОРЃИ**

**НАЗМИ**

$$\text{нзд}(8, 4) = 8 \quad \text{и} \quad \frac{2}{4} \stackrel{\cdot 2}{=} \frac{4}{8} \Rightarrow \frac{6}{8} > \frac{4}{8}$$

## ИНФОРМАЦИЈА



Се споредуваат само дробки со исти броители или исти именители. Дробките кои имаат различни броители и различни именители се сведуваат на **најмал заеднички именител** или најмал заеднички броител (преку НЗС).

## ПРИМЕР

Подреди ги дробките  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{5}$  по големина, почнувајќи од најмалата, на два начина.

## Решение

Првиот начин е преку сведување на најмал заеднички именител.  $\text{НЗС}(6, 3, 5) = 30$

$$\frac{5}{6} \stackrel{\times 5}{=} \frac{25}{30} \quad \frac{2}{3} \stackrel{\times 10}{=} \frac{20}{30} \quad \frac{3}{5} \stackrel{\times 6}{=} \frac{18}{30} \Rightarrow \frac{18}{30} < \frac{20}{30} < \frac{25}{30} \quad \text{односно} \quad \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Вториот начин е преку сведување на најмал заеднички броител.  $\text{НЗС}(5, 2, 3) = 30$

$$\frac{5}{6} \stackrel{\times 6}{=} \frac{30}{36} \quad \frac{2}{3} \stackrel{\times 15}{=} \frac{30}{45} \quad \frac{3}{5} \stackrel{\times 10}{=} \frac{30}{50} \Rightarrow \frac{30}{50} < \frac{30}{45} < \frac{30}{36} \quad \text{односно} \quad \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Провери  
дали разбра

1. Која од дадените дробки е помала?

$$\frac{3}{10} \text{ или } \frac{7}{10}; \quad \frac{8}{10} \text{ или } \frac{8}{11}; \quad \frac{7}{9} \text{ или } \frac{5}{9}; \quad \frac{3}{5} \text{ или } \frac{3}{4}.$$

2. Која од дробките е поголема?

$$\frac{4}{13} \text{ или } \frac{7}{13}; \quad \frac{7}{15} \text{ или } \frac{7}{17}; \quad \frac{15}{7} \text{ или } \frac{17}{7}; \quad \frac{5}{8} \text{ или } \frac{5}{7}.$$

3. Сведи ги дробките на најмал заеднички именител, а потоа спореди ги?

## Вejбај

1. Дадените дробки сведи ги на заеднички именител, а потоа спореди ги.

$$\frac{1}{3} \text{ и } \frac{8}{21}; \quad \frac{3}{5} \text{ и } \frac{8}{15}; \quad \frac{7}{30} \text{ и } \frac{3}{10}; \quad \frac{17}{60} \text{ и } \frac{5}{12}.$$

2. Одреди кои броеви може да се најдат на празното место.

$$\frac{12}{17} = \frac{\square}{17} = \frac{16}{17}; \quad \text{и} \quad \frac{15}{36} = \frac{\square}{36} = \frac{21}{36}.$$



3. Подреди ги дробките по големина, почнувајќи од најголемата.

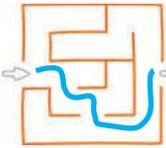
$$\frac{5}{12}, \frac{7}{8}, \frac{9}{20}, \frac{3}{4} \text{ и } \frac{2}{5}$$

4. Скрати ги дробките, а потоа подреди ги по големина, почнувајќи од најмалата.

$$\frac{25}{45}, \frac{14}{35}, \frac{33}{44}$$

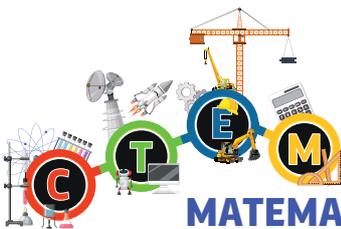
5. Пополни со бројот кој одговара.

$$\frac{\square + 2}{7} = \frac{5}{7}, \quad \frac{17 - \square}{15} = \frac{11}{15}, \quad \frac{2 - \square}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{\square - 3}{3} = \frac{4}{6}, \quad \frac{2 + \square}{4} = 4$$



### Предизвик:

1. Дали можеш да откриеш барем две дробки кои се поголеми од  $\frac{1}{3}$ , но помали од  $\frac{2}{3}$ ?
2. Една цевка сама го полни базенот за 12 часа, а друга за 16 часа. Ако првата цевка била отворена 5 часа, а втората цевка била отворена 6 часа, која од цевките наполнила поголем дел од базенот?



## МАТЕМАТИКА

Се размислува за изградба на нова хидроелектрана на река. Претходните истражувања покажуваат дека еден дел од реката може да генерира енергија во износ од  $\frac{2}{3}$  од максималното можно производство на енергија. Дали таа река е подобра локација за изградба на хидроелектрана во однос на другите достапни опции:

- a) Река која може да генерира енергија во износ од  $\frac{3}{4}$  од максималното можно производство на енергија.
- б) Река која може да генерира енергија во износ од  $\frac{5}{8}$  од максималното можно производство на енергија.



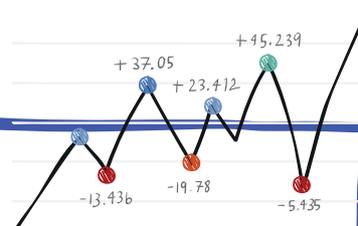
**ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА**

Се разгледува влијанието на две различни методи за прочистување на реката. Првата метода вклучува употреба на хемиски препарати кои ја намалуваат загаденоста на водата за  $\frac{5}{17}$ , додека втората метода вклучува регуларно чистење на реката со брод кој го собира отпадот од водата и го носи во депонијата. Оваа метода ја намалува загаденоста на реката за  $\frac{7}{18}$ . Која од методите има поголем ефект во намалување на загаденоста на реката?

**ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА**

Две различни кредитни институции, банка А и банка Б, имаат различни услови за заеми. Банката А нуди заем со годишна камата од  $\frac{2}{25}$ , која се пресметува на почетниот капитал, додека банката Б нуди заем со годишна камата од  $\frac{7}{100}$ .

Која банка на клиентот му нуди поефтино решение?

**АКТИВНОСТ**

**Тема:** Кој е поефикасниот метод за споредување дробки: сведување на заеднички именител или сведување на заеднички броител?

**Задача:** Подреди ги дробките:  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$  по големина, почнувајќи од најмалата.

**Размислувај за секој метод одделно, двата комбинирани и зависност од контекстот на задачата.**



# 1

## СПОРЕДУВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да споредуваш децимални броеви

Да споредуваш децимални броеви и дробки.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Кои се деловите на децималниот број?



### ПРИМЕР

Денес на часот по физичко скокавме во далечина. Лазар скокна 5,65 метри, Александра скокна 5,05 метри, Марио скокна 5,56 метри, Калина скокна 4,59 метри, Федерико скокна 5,5 метри, Мина скокна 4,9 метри, Влатко скокна 4,34 метри, а Гергана скокна 4,05 метри.

Ќе ми помогнеш ли да го направам списокот на учесници според должината на скокот, почнувајќи од најдолгиот?

### Решение

Реден број	Име на ученик	единици	десеттинки	СТОТИНКИ
	Лазар	5	6	5
	Александра	5	0	5
	Марио	5	5	6
	Калина	4	5	9
	Федерико	5	5	
	Мина	4	9	
	Влатко	4	3	4
	Гергана	4	0	5

За да ги наредам по големина најнапред ги споредив целите делови на децималните броеви и веднаш знаев кои ученици ќе бидат во горниот дел од списокот. Потоа го споредив децималниот дел на броевите со ист цел дел. Од два броја со ист цел дел, поголем е оној кој има поголем децимален дел.

Реден број	Име на ученик	единици	десеттинки	СТОТИНКИ
	Лазар	5	6	5
	Марио	5	5	6
	Федерико	5	5	
	Александра	5	0	5
	Мина	4	9	
	Калина	4	5	9
	Влатко	4	3	4
	Гергана	4	0	5

### Објаснување

За да можеш полесно и побрзо да ги споредуваш децималните броеви, споредувај ги по месна вредност на цифрите во соодветните позиции, почнувајќи од лево кон десно.

## ИНФОРМАЦИЈА



Ако децималните броеви што се споредуваат се со различен број цели, тогаш поголем е оној што има поголем број цели.

$$4,37 \square 8,24 \quad 4 < 8 \quad \Rightarrow \quad 4,37 \squareleftarrow 8,24$$

Ако децималните броеви што се споредуваат имаат еднаков број цели, а различен децимален дел, тогаш поголем е оној што има поголем децимален дел.

$$2,38 \square 2,29 \quad 2 = 2 \text{ и } 3 > 2 \quad \Rightarrow \quad 2,38 \squarerightarrow 2,29$$

Ако два децимални броја имаат еднаков цел дел и еднаков децимален дел, тогаш тие се еднакви.

$$5,16 \square 5,16 \quad 5 = 5, 1 = 1 \text{ и } 6 = 6 \quad \Rightarrow \quad 5,16 \square= 5,16$$

## ПРИМЕР

Спореди ги децималните броеви:

$$156,21 \square 165,21 \quad 4,1101 \square 4,1011 \quad 1,05 \square 0,15$$

Провери  
дали разбра

1. Прво најди го најмалиот децимален број меѓу броевите: 0,75; 0,82; 0,67; 0,99; 0,52. Потоа најди го најголемиот децимален број меѓу броевите: 0,63; 0,98; 0,74; 0,82; 0,57. На крајот, спореди ги најмалиот и најголемиот децимален број кои ги најде претходно и одговори на прашањето: Кој од овие два децимални броеви е поголем? Зошто?
2. Која од дробките е поголема?  
1,2; 4,5; 3; 3,1; 2,3; 4,25.  
0,1;  $\frac{7}{8}$ ; 0; 0,4;  $\frac{3}{4}$ ; 0,14.  
 $\frac{7}{10}$ ; 1,5; 1,66;  $1\frac{3}{5}$ ; 1,7; 0,68.
3. Сашка, Елена и Иван јаделе вафли. Сашка изела  $\frac{5}{8}$  од својата вафла, Елена изела  $\frac{3}{4}$ , а Иван изел 0,5. Кој изел најмногу, а кој најмалку од својата вафла?



## Вежбај

1. Спореди ги децималните броеви:

$$17,9 \square 18,1 \quad 3,003 \square 3,005 \quad 1,001 \square 0,999 \quad 4 \square 4,00 \quad 58,58 \square 58,85$$

2. Подреди ги броевите по големина, почнувајќи од најмалиот.

6,04; 6,1; 6; 6,09; 6,9; 6,99; 6,2; 6,37.

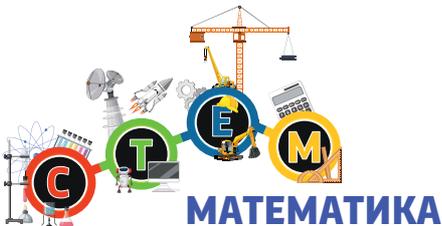
3. Подреди ги броевите по големина, почнувајќи од најголемиот

13,518; 0,135; 130,18; 1,301; 1,351; 135,18; 0,130.

4. На бројна права претстави ги броевите:

5,8;  $\frac{450}{100}$ ; 7,2;  $\frac{66}{10}$ ; 8,1;  $\frac{9\,000}{1\,000}$ ; 2,200;  $\frac{13}{4}$ ; 1,10000

5. Направи табела според постигнатиот резултат на натпреварувачите што учествувале на турнир во фрлање копје, ако натпреварувачот Ѓатовски фрлил 78,25 метри, Петков фрлил 76,24 метри, Дамјаноски фрлил 79,25 метри, Имери фрлил 77,56 метри и Јокиќ фрлил 78,91 метар. Кој победил?



Истражувач ги мери брзините на две различни бактериски култури кои растат во различни услови. Податоците за брзината на растеж на бактериските култури се дадени со следниве децимални броеви:

**култура А:** 0,45; 0,82; 0,36; 0,57; 0,63

**култура Б:** 0,56; 0,64; 0,72; 0,68; 0,59

Најди која култура има побрз растеж и образложи го твојот одговор. Спореди ги децималните броеви и заклучи која култура има поголеми броеви што ги означуваат брзините на растеж. Зошто сметаш дека таа култура има најбрз растеж во однос на другата култура?



## ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Научниците ги анализираат резултатите од мерењата на загадувањето на вода во три различни реки во една општина. Резултатите за нивото на загадување на водата се дадени во следниве децимални броеви:

река 1: 0,36; 0,28; 0,41; 0,32; 0,25

река 2: 0,42; 0,36; 0,29; 0,47; 0,38

река 3: 0,29; 0,35; 0,42; 0,33; 0,27

Најди која река има најголемо загадување на водата и образложи го твојот одговор. Спореди ги децималните броеви и заклучи која река има најголеми броеви што ги означуваат нивните нивоа на загадување. Зошто сметаш дека таа река има најголемо загадување на вода во однос на другите реки?



## АКТИВНОСТ

**Тема:** Најчести грешки при споредување децимални броеви и како да се избегнат

**За:**

- 1: Грешки во препознавање на бројот на децимали:** Учениците често прават грешки во препознавањето на бројот на децимали кога се споредуваат децимални броеви. На пример, можат да погрешат при препознавање на бројот на децимали на два броја, што може да води до неточни споредби.
- 2: Грешки во читањето на децималните цифри:** Учениците можат да направат грешки во читањето на децималните цифри, особено кога се работи со големи броеви со многу децимали. На пример, можат да го препознаат 0,05 како 0,5, што може да доведе до неточни споредби.
- 3: Грешки во споредување на мали промени во децималните делови:** Учениците можат да имаат тешкотии во препознавањето на мали промени во децималните делови при споредување на децимални броеви. На пример, можат да не забележат многу мали промени за 0,001 или за 0,0001, што може да ги доведе до неточни споредби.

**Против:**

- 1: Внимателно читање и проверка:** Учениците можат да ги избегнат грешките во препознавањето на броевите на децимали со внимателно читање на броевите и проверка на бројот на децимали пред споредбата.

**АКТИВНОСТ ПРОДОЛЖУВА...**



**АКТИВНОСТ (продолжува)**

- 2: **Вежба и тренинг:** Учениците можат да ги подобрат своите способности за споредување на децималните броеви преку вежба и тренинг. Вежбањето на редовни математички задачи и примери кои вклучуваат споредување децимални броеви може да им помогне на учениците да ја развијат својата вештина за прецизно споредување.
- 3: **Разбирање на концептот на децимални броеви:** Важно е учениците да го разберат концептот на децимални броеви и како се работи со нив. Ако имаат разбирање за тоа како функционираат децималните броеви, учениците можат да ги избегнат грешките во споредувањето
- 4: **Користење на визуелни помошни средства:** Учениците можат да користат визуелни помошни средства, како на пример графички прикази или дијаграми, за да го визуелизираат споредувањето на децимални броеви и да ги избегнат грешките.
- 5: **Проверка на работата:** Учениците треба да бидат навикнати да ги проверуваат своите решенија и да ги исправат грешките пред да ги приложат како финални. Прегледот на нивните решенија и употребата на калкулатор за проверка или други алатки може да помогне да се избегнат грешките при споредување на децималните броеви.

**Тек на дебатата:**

- Противник 1:** Аргументирај за грешките во препознавање на бројот на децимали и нивните можни последици.
- Противник 2:** Аргументирај за грешките во читањето на децималните цифри и нивните можни последици.
- Противник 3:** Аргументирај за грешките во споредување на мали промени во децималните делови и нивните можни последици.

**Време за одговорите на противниците и за меѓусебно дебатирање.**

**Време за заклучок и резиме на дебатата, вклучувајќи ги најважните аргументи изаклучоци на дебатата.** Можат да се обидат да се идентификуваат најзначајните грешки кои можат да се јават при споредување на децимални броеви, како на пример грешки во читањето и препознавањето на бројот на децимални цифри, грешки во споредувањето на мали промени во децималните делови, и можните последици од таквите грешки. Заклучокот може да го истакне значењето на вежбање, тренинг и разбирање на концептот на децимални броеви за избегнување грешки при споредувањето и за точно и прецизно работење со децимални броеви.

- Дебатата може да биде структурирана, со точно определено време за секој дебатер да ги аргументира своите ставови, и да им се даде можност на сите учесници да изразат свои мислења и заклучоци. Наставникот може да ја води дебатата и да го контролира времето, да поставува прашања и да го одржува редот во дебатата.
- Целта на оваа дебата е да ги поттикне учениците да размислуваат и да аргументираат за можните грешки при споредување на децимални броеви, да ги поттикне да развиваат своја критичка мисла и да стекнат длабоко разбирање за овој математички концепт.

## ОД МАТЕМАТИЧКАТА ИСТОРИЈА:



Процентот е математички поим кој се користи за да се изрази дел од целото во однос на 100. Зборот „процент“ потекнува од латинскиот израз „per centum“ што буквално значи „по сто“ или „за сто“.

Концептот на процентот има долга историја и се наоѓа во различни култури и временски периоди. Во Стариот Египет, околу 2000 година пр. н. е., пресметувањето на даноците вклучувало употреба на проценти. Во древното Римско Царство, процентот бил користен за финансиски трансакции и заеми.

Сепак, современото употребување на процентот има корени од 15-тиот век во Европа. Италијанскиот математичар Филипо Бергамо (Фибоначи) го вовел концептот на процентот во својата книга „Либерабаки“ (1202 година) каде ги прикажал различните примери на проценти и нивната употреба во трговијата.

Во 17 и 18 век, процентот се развил како важен концепт во областа на финансиите, инвестициите, заемите и во сферата на економијата воопшто.

Денес, процентот е универзално користен и важен математички поим во различни области на секојдневниот живот, вклучувајќи ги финансите, економијата, банкарството, статистиката, прометот, науката и многу други. Процентите се користат за да се пресметаат проценти на раст или намалување, за да се споредуваат и анализираат податоците и за да се донесуваат одлуки во различни контексти.

### ЌЕ НАУЧИШ:

- Да претвораш дропки во проценти.
- Да претвораш процент во дропка.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Можеш ли да кажеш на колку еднакви делови е поделена целината ако дел од неа е претставен со:

а) дропка?



б) децимален број?

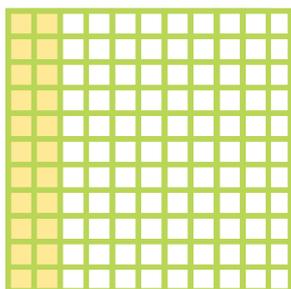


в) процент?



## ПРИМЕР

- Која дробка го претставува обоениот дел од квадратната мрежа?
- Кој децимален број го претставува обоениот дел од квадратната мрежа?
- Колку проценти од квадратната мрежа се обоени?



## Решение

- Обоениот дел од квадратната мрежа е еден од пет еднакви делови на кои е поделен квадратот. Нему му одговара дробката  $\frac{1}{5}$ .
- Оваа дробка со делење на броителот и именителот може да се претстави како децимален број:  $1 : 5 = 0,2$ .
- Оваа дробка, проширена со природниот број 20, станува дробка која изразува број на стотинки:  $\frac{20}{100}$ .
- Бројот на стотинки го дава процентот на обоениот дел од квадратната мрежа: 20 стотинки  $\rightarrow 20\%$ .

## ИНФОРМАЦИЈА



Со процентот се изразува стоти дел од целото.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

## ПРИМЕР

Процентите 2 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 75 % и 100 % претворени во нескратливи дробки ќе бидат:

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}, \quad 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}, \quad 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}, \quad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4},$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, \quad 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Провери  
дали разбра

1. Запиши ги дробките во проценти: а)  $\frac{13}{100}$ ; б)  $\frac{8}{100}$ ; в)  $\frac{2}{5}$ ; г)  $\frac{3}{25}$
2. Запиши ги во дробка процентите: а) 6%; б) 17%; в) 125%; г) 200%
3. Кирил потрошил 25% од парите.  
Колку проценти од парите му останале?



Вежбај

1. Секоја дробка поврзи ја со процентот што ѝ одговара.

$\frac{8}{25}$	$\frac{23}{100}$	$\frac{33}{50}$	$1\frac{2}{100}$	$\frac{30}{10}$
102%	32%	300%	23%	66%

2. Запиши ја количината во дробка, а потоа претвори ја во процент.

- Од 25 бонбони во кутијата, останале само 6.
- Од 32 ученици во одделението, 8 се одлични.
- Во училишниот двор има 25 борови од вкупно 75 дрва.
- Од 3600 денари ми останаа само 900 денари.
- Пишуваат само 14 од 70 фломастери.

3. Во слаткарницата има 25% еклери,  $\frac{7}{10}$  индијанки и 0,05 падобранци. Користи претворање во дробки, а потоа во проценти, и подреди ги количините по големина почнувајќи од најголемата.

# 1

## ДРОПКА КАКО ПРОЦЕНТ

### ЌЕ НАУЧИШ:

Што е процент

Да претвораш дробки во проценти

Да претвораш процент во дробка.



Можеш ли да кажеш на колку еднакви делови е поделена целината ако дел од неа е претставен со:

**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

**а)** дробка,

**б)** децимален број,

**в)** процент.

### ИНФОРМАЦИЈА

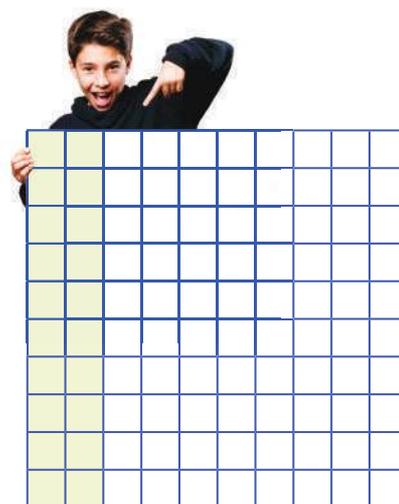


Со процентот се изразува стоти дел од целото.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

### ПРИМЕР

- Која дробка го претставува обоениот дел од квадратната мрежа?
- Кој децимален број го претставува обоениот дел од квадратната мрежа?
- Колку проценти од квадратната мрежа се обоени?



### Решение

- Обоениот дел од квадратната мрежа е еден од пет еднакви делови на кои е поделен квадратот. Нему му одговара дробката  $\frac{1}{5}$ .
- Оваа дробка со делење на броителот и именителот може да се претстави како децимален број:  $1 : 5 = 0,2$ .
- Оваа дробка, проширена со природниот број 20, станува дробка која изразува број на стотинки:  $\frac{20}{100}$ .
- Бројот на стотинки го дава процентот на обоениот дел од квадратната мрежа: 20 стотинки  $\rightarrow 20\%$ .

ЕВЕ УШТЕ  
НЕКОЛУ  
ПРИМЕРИ:

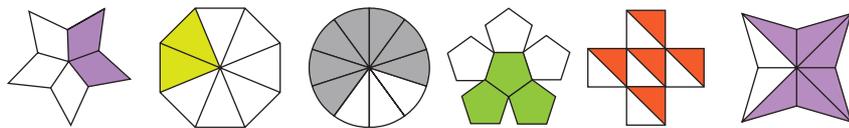
Процентите 2 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 75 % и 100 % претворени во нескратливи дробки ќе бидат:

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}, \quad 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}, \quad 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}, \quad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4},$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, \quad 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Провери  
дали разбра

1. Одреди колкав процент претставува обоениот дел на секоја од формите:



2. Запиши ги дробките во проценти:

а)  $\frac{13}{100}$ ; б)  $\frac{8}{100}$ ; в)  $\frac{2}{5}$ ; г)  $\frac{3}{25}$

3. Запиши ги во дробка процентите:

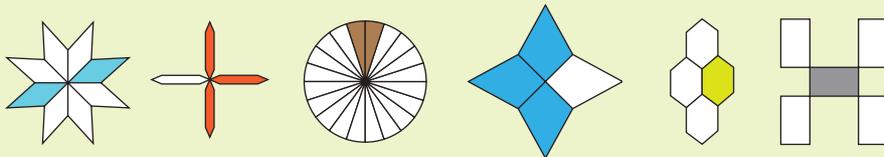
а) 6%; б) 17%; в) 125%; г) 200%

4. Кирил потрошил 25 % од парите. Колку проценти од парите му останале?



Важбај

1. Одреди колкав процент претставува обоениот дел на секоја од формите:



2. Секоја дробка поврзи ја со процентот што ѝ одговара.

$$\frac{8}{25}$$

$$\frac{23}{100}$$

$$\frac{33}{50}$$

$$1\frac{2}{100}$$

$$\frac{30}{10}$$

$$102\%$$

$$32\%$$

$$300\%$$

$$23\%$$

$$66\%$$



3. Запиши ја количината во дробка, а потоа претвори ја во процент.

- Од 25 бонбони во кутијата, останале само 6.
- Од 32 ученици во одделението, 8 се одлични.
- Во училишниот двор има 25 борови од вкупно 75 дрва.
- Од 3600 денари ми останаа само 900 денари.
- Пишуваат само 14 од 70 фломастери.



4. Дополни:

30 е  % од 120

35 е  % од 250

156 е  % од 520.



5. Марко поминал една четвртина од патот. Уште колку проценти му преостанале од патот?

6. Мина изела 20 % од пицата, уште колкав дел ѝ останал да изеде?



7. Во слаткарницата има 25 % еклери,  $\frac{7}{10}$  индијанки и 0,05 падобранци. Користи претворање во дробки, а потоа во проценти, и подреди ги количините по големина почнувајќи од најголемата.



## ЌЕ НАУЧИШ:

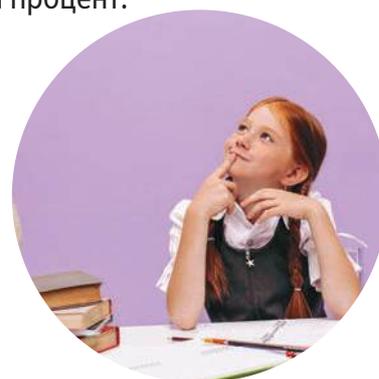
- Да одредуваш колку изнесува процент од дадена количина
- Да одредиш од која количина е пресметан износот според даден процент.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Што е процент?

Колку проценти изнесува едно цело?



## ПРИМЕР

Ерџан има заштедено 2 400 денари. Тој сака 20 % од своите пари да донира за лекување на своето болно другарче од одделението. Колку пари ќе треба да одвои од својата заштеда?

### Решение

Целината изнесува 2 400 денари или 100 %.

**Прв начин:** со постепено доближување до износот на 16 %.

- За подобра прегледност се користи табела.
- Во табелата дозволени операции се множење на редиците и собирање на колоните.

**Втор начин:** преку наоѓање на износот на 1 %.

- За да одредиме колку изнесуваат 16 %, прво ќе треба да одредиме колку изнесува 1 %.
- 1 % е 100 пати помалку од 100 %. Значи ако поделиме  $2\,400 : 100 = 24$ , го добиваме износот на 1 % колоните.
- За да добиеме колкав е износот на 16 % треба само да помножиме  $16 \cdot 24 = 384$ .
- Ерџан за лекување на болното другарче ќе донира 384 денари.

Број на ред	Денари	Проценти	Операција
1	2 400	100	
2	240	10	Ред 1 намален 10 пати
3	120	5	Ред 2 намален 2 пати
4	24	1	Ред 1 намален 100 пати
5	384	16	Збир на ред 2, 3 и 4

Провери  
дали разбра

1. Колку изнесуваат 20 % од 90 метри?
2. Од 80 деца, 25 % се \_\_\_\_.
3. 65 % се \_\_\_\_ грама од 900 грама.
4. Што е поголемо 30 % од 40 или 40 % од 30?



### Вejбaj

1. Обој 40 % од дадената форма.

2. Дополни:

Ако 10 % од 50 е \_\_\_\_, тогаш 20 % од 50 е \_\_\_\_.

Ако 10 % се 15, тогаш 30 % се \_\_\_\_.

Ако 1 % е 4, тогаш 100 % се \_\_\_\_.

Ако 40 % се 56, тогаш 100 % се \_\_\_\_.

3. Пресметај го износот на процентот за секоја од количините во табелата.

	20%	50%	70%	30%	10%
2 060					
700					
990					
1 400					

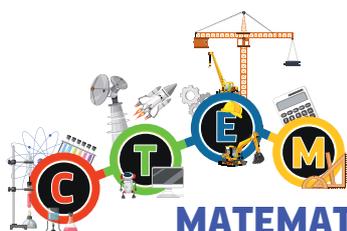
4. Колку е:

- 99 % од 200,
- 11 % од 300,
- 5 % од 500,
- 95 % од 400?

5. Од сите книги на полицата 15 % се од жанрот научна фантастика и ги има 45 на број. Колку книги има на полицата?

6. Ако 45 % од некој број се 540, тогаш колку ќе бидат 65 % од истиот број?





## МАТЕМАТИКА

1. Во лабораторија се работи на истражување на лек против рак. Претпоставката е дека лекот ќе биде ефикасен на 60 % од случаите. Ако се пријавиле 200 доброволци, колку од нив треба да бидат успешно тестирани со лекот за да се добие репрезентативен примерок?
2. Во одреден град, 35 % од децата помлади од 18 години имаат алергии. Во едно одделение со 30 ученици, колку ученици може да очекуваме дека имаат алергии?
3. Ако бројот на заразени со опасен вирус во една земја се зголеми за 30 % од минатата недела, а во минатата недела бројот беше 500, колку нови заразени има?



### ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА:

На земјоделскиот пазар оваа сезона грашокот е со попуст од 30 %, што значи дека цената е намалена за 3,5 денари по килограм. Колку изнесувала основната вредност на грашокот пред попустот?



### ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Во езерото има 5 000 литри вода, што е 40 % од капацитетот на езерото. Колку литри вода може да влезат во езерото?



**АКТИВНОСТ**

**Тема:** Што е подобро да се примени при пресметување дел од цело: дробка или процент?

**Вовед:** Опишете ја темата на дебатата и изложете ги основните концепти на делот од цело, дробките и процентите.

Претставување на аргументите

а) За употребата на дробки: Објаснете зошто дробките можат да бидат ефективни за пресметување дел од цело и дадете примери за тоа како можат да бидат корисни во различни ситуации. Поддржете го својот аргумент со примери и илустрации.

б) За употребата на проценти: Објаснете зошто процентите можат да бидат ефективни за пресметување дел од цело и дадете примери за тоа како можат да бидат корисни во различни ситуации. Поддржете го својот аргумент со примери и илустрации.

Контра аргументи:

а) Против употребата на дробки: Изнесете ги причините зошто дробките можат да бидат проблематични и објаснете во кои ситуации можат да се јават грешки. Поддржете го својот аргумент со примери и илустрации.

б) Против употребата на проценти: Изнесете ги причините зошто процентите можат да бидат проблематични и објаснете во кои ситуации можат да се јават грешки. Поддржете го својот аргумент со примери и илустрации.

Расправа: Дискусија и размена на мислења помеѓу противниците на дебатата. Поставувајте прашања, давајте коментари и дополнителни докази.

Заклучок: Сумирајте ги аргументите и контра аргументите и објаснете го својот заклучок. Поддржете го со најсилните докази и илустрации.



**ЌЕ НАУЧИШ:**

Што е размер.

Да го делиш целото во делови во сооднос што ќе го уочиш или според некое својство на деловите.

Да одредуваш дел од целото.

**ИНФОРМАЦИЈА**

Во потесна смисла, размер е сооднос меѓу два или повеќе составни делови на една целина. Сите составни делови ја сочинуваат целината. Соодносот на делот и целината се вика дел од цело. Во поширока смисла, размер е сооднос меѓу две или повеќе истородни величини.

**ПРИМЕР**

Во одделението се гласа за избор на филм за проекција. Учениците треба да изберат помеѓу документарен филм и анимиран филм. Од нив 12 гласале за документарен филм, а 18 гласале за анимиран филм. Немало воздржани ученици.

- Колку ученици гласале за избор на филм?
- Кој е соодносот на ученици кои гласале за документарен, наспрема учениците кои гласале за анимиран филм?
- Колкав дел од учениците гласале за документарен филм?
- Колкав дел од учениците гласале за анимиран филм?

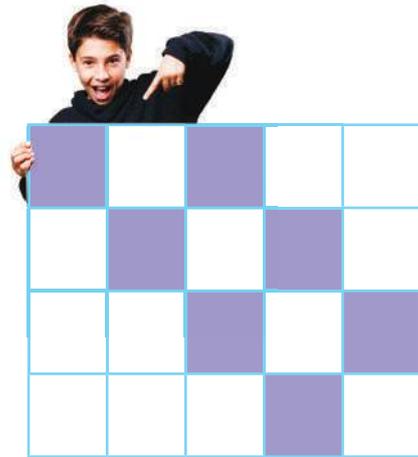
**Решение**

- Гласале  $12+18=30$  ученици.
- Гласовите за документарен (Д) наспрема анимиран (А) филм се 12 наспрема 18. Запишуваме  $Д : А = 12 : 18$ . Велиме дека размерот е  $12 : 18$ .
- За документарен филм гласале 12 од 30 ученици. Значи делот гласови за документарен филм од сите гласови е  $12 : 30$ .
- Делот гласови за анимиран филм е  $18 : 30$ .



Провери  
дали разбра

1. Запиши го со размер
  - Бројот на обоени наспрема бројот на необоени полиња на сликата.
  - Делот на необоените полиња на сликата.



ИНФОРМАЦИЈА



Размерот е количник од два природни броја. Овој количник може да се запише и во вид на дробка. Доведувањето на оваа дробка до нескратлива се вика упростиување на размерот.

$$Д : А = 12 : 18 = \frac{12^{\cancel{6}}}{18^{\cancel{6}}} = \frac{2}{3} = 2 : 3$$

Провери  
дали разбра

1. Претвори ги размерите во дробки, а дробките во размери:

$$5 : 6 = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{7}{11} = \square : \square$$

$$8 : 14 = \frac{\square}{\square}$$

2. Упрости ги размерите:

$$4 : 6, \quad 3 : 15, \quad 12 : 64, \quad 65 : 130$$

ИНФОРМАЦИЈА



Размерот кој може да се упрости и неговиот упростен размер имаат еднаква вредност. Оваа еднаквост на размери се вика пропорција. Со проширувањето или скратувањето на еден размер правиме пропорционално зголемување или намалување на величините во размерот.

ПРИМЕР

Ако 3 килограми јаболка чинат 90 денари, тогаш колку денари чинат 8 килограми јаболка?

## Решение

Размерот на масата на јаболката е еднаков со размерот на цената на јаболката. Задачата може да се реши на неколку начини:

$$3 : 8 = 90 : \square$$

а) Преку проширување и кртење на размерот:

$$3 : 8 = 90 : 240$$

б) Со унитарен метод, преку откривање на износот на единичниот дел:

- За да откриеме колку денари чини 1 кг јаболка, ќе поделиме  $90 : 3 = 30$  и ќе откриеме дека 1 кг јаболка чини 30 денари.
- За да откриеме колку денари чинат 8 кг јаболка, ќе помножине  $8 \cdot 30 = 240$  и ќе откриеме дека 8 кг јаболка чинат 240 денари.

в) Со примена на пропорционално размислување:

Број на ред	Јаболка (кг)	Цена (ден.)	Операција
1	3	90	
2	1	30	Ред 1 намален 3 пати
3	9	270	Ред 1 зголемен 3 пати
4	8	240	Ред 3 намален за ред 2

## ПРИМЕР

Доминик сака да направи палачинки за себе и своите другари. Тој ќе го користи рецептот од баба му, според кој, за да направи 10 палачинки потребни му се следните намирници:

- 1 јајце
- 100 мл газирана вода
- 1/2 лажичка шеќер
- 150 мл млеко
- 1/4 лажичка сол
- 10 лажици брашно
- малку масло за подмачкување на тавчето.



По колку од намирниците ќе му бидат потребни на Доминик, ако тој и неговите 7 другари сакаат да изедат по а) 2, б) 3, в) 4 или г) 5 палачинки? По колку палачинки треба да има за секој, за Доминик да има најдобра искористеност на намирниците?

## Решение

Доминик и неговите другари се вкупно 8 лица. Значи треба да се направат

а) 16, б) 24, в) 32 или г) 40 палачинки.

За да се реши оваа задача најдобро е да се употреби табела за организација на решението.

Број на ред	Број на палачинки	Јајца (број)	Шеќер (лажички)	Сол (лажички)	Газирана вода (ml)	Млеко (ml)	Операција
1	10	1	$\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{1}{4}=0,25$	100	150	Ред 1 намален 10 пати
2	1	0,1	0,05	0,025	10	15	Ред 1 намален 10 пати
3	5	0,5	0,25	0,125	50	75	Ред 2 зголемен 5 пати
4	16	1,6	0,75	0,4	160	240	Збир на ред 1, 2 и 3
5	20	2	1	0,5	200	300	Ред 1 зголемен 2 пати
6	4	0,4	0,2	0,1	40	60	Ред 3 намален со ред 1
7	24	2,4	1,2	0,6	240	360	Ред 5 зголемен со ред 6
8	32	3,2	1,5	0,8	320	480	Ред 4 зголемен 2 пати
9	40	4	2	1	400	600	Ред 6 зголемен 10 пати

Најдобра искористеност на намирниците ќе има за 40 направени палачинки. Секој ќе добие по 5 палачинки.



### Провери дали разбра

1. Сандра кога со својот велосипед вози на кеј, за 60 минути поминува 18 километри, кога вози во сообраќајот, за 1 час поминува 12 километри, а кога вози на ридот за 10 минути поминува 1,2 километар. Знаејќи го ова пополни ги соодветно табелите:



На кеј	
Време (мин.)	Растојание (км)
5	
10	
30	
45	
60	18

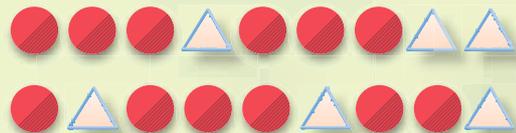
Во сообраќај	
Време (мин.)	Растојание (км)
0,5	
1	12
3	
4,5	
8	

На рид	
Време (мин.)	Растојание (км)
10	1,2
15	
30	
45	
60	

### Вежбај

1. Разгледај го цртежот десно и потоа:

- Одреди го размерот на триаголниците наспрема круговите.
- Запиши го размерот во упростена форма.



2. За време на еколошката акција во училишниот двор биле засадени 36 зимзелени дрва и 24 листопадни дрва.

- Колку дрва биле засадени?
- Кој е размерот на листопадни наспрема зимзелени дрва?
- Колкав е делот на зимзелени дрва?
- Колкав е делот на листопадни дрва?



3. Во одделението учениците тренираат три спорта: фудбал, ракомет и одбојка. Нивниот број е даден во табелата. Определи ги следниве размери:

- а) машки : женски  
 б) одбојкарки : одбојкари  
 в) фудбал : одбојка  
 г) одбојка : ракомет

	Фудбал	Ракомет	Одбојка
Машки	5	6	4
Женски	0	5	8

4. Дополни ја пропорцијата

$$32 : \boxed{\phantom{00}} = 12 : 24, \quad 30 : 36 = 5 : \boxed{\phantom{00}}, \quad \boxed{\phantom{00}} : 6 = 4 : 3, \quad 12 : 18 = \boxed{\phantom{00}} : 6$$

5. Еден автомобил за 12 часа поминал 720 километри. Колку километри ќе помине за 15 часа, движејќи се со истата брзина?

6. На подот се нареден црни и бели плочки во размер 3 : 4. Колку црни плочки се наредени ако знаеш дека бели се 56?



7. Тетка Маја прави многу вкусни и здрави колачиња. Нејзиниот рецепт е за 4 лица и се состои од:

- 100 гр бисквити
- 100 гр шеќер во прав
- 50 гр мелени лешници
- 50 гр суви сливи
- 1 лажича мед
- 1/2 лажиче цимет
- 2 црни чоколада

Одреди која количина ќе ѝ биде потребна ако треба да направи колачиња за 15 лица?



## АКТИВНОСТ

Тема: Дали сите предмети имаат ист размер помеѓу должината, ширината и висината?

Спротивставени ставови:

- 1: Да, секој предмет има ист размер помеѓу должината, ширината и висината, бидејќи тие се произведени со иста технологија и следат исти стандарди за димензија.

АКТИВНОСТ ПРОДОЛЖУВА...



**АКТИВНОСТ (продолжува)**

2: Не, различните предмети имаат различни пропорции помеѓу должината, ширината и висината, бидејќи се произведуваат за различни цели и треба да исполнуваат различни стандарди за димензија.

**Неколку можност за аргументи:****За:**

- Сите книги имаат приближно ист размер, бидејќи мораат да имаат доволно голема површина за текстот и доволно мала должина за да можат да се читаат со леснотија.
- Сите кутии за храна имаат приближно ист размер на димензиите, бидејќи мора да бидат компактни за да можат да се стават во фрижидер или лесно да се пренесуваат.
- Сите велосипеди имаат приближно ист размер, бидејќи мораат да бидат балансирани и да се возат лесно и стабилно.

**Против:**

- Компјутерите имаат различна пропорција помеѓу должината, ширината и висината, бидејќи треба да исполнуваат различни потреби и да бидат дизајнирани за различни видови на корисници.
- Мебелот има различни пропорции помеѓу должината, ширината и висината, бидејќи треба да се прилагоди на различни простории и на различни потреби на корисниците.
- Автомобилите имаат различни пропорции помеѓу должината, ширината и висината, бидејќи треба да се прилагодат на различни потреби на возачите и на различни услови на патот. На пример, автомобилите со поголема должина можат да нудат повеќе простор за патниците и багажот, но можат да бидат поиздржливи за паркирање или маневрирање во градски услови. Слично, автомобилите со поголема ширина можат да бидат стабилни при возење висока брзина, но можат да имаат помали простори за паркирање или маневрирање во градски услови.



ДОЛЖИНА



ШИРИНА



ВИСИНА



2



A+



# Геометрија

# ТЕМА ГЕОМЕТРИЈА



Во темата Геометрија е ќе ги продлабочиш знаењата за 2Д -формите во рамнината (отсечка, агол, круг, многуаголник) и 3Д формите во просторот (призма, пирамида и цилиндар). Сите објекти во твоето секојдневно опкружување се некој вид на геометрирска форма. Различните геометрирски форми имаат свои својства. Нивното познавање овозможува прецизно да конструираме и решаваме проблеми од секојдневен контекст. Архитектура, дизајнирање, графички дизајн, движење на робот – применуваат геометрија. За успешна работа потребен ти е геометрирски прибор.



## РЕЗУЛТАТИ ОД УЧЕЊЕ

1. да решаваш проблеми од секојдневен контекст со користење на поимите отсечка и агол;
2. да ги користиш поимите кружница, круг, заемна положба на кружница со точка, права и кружница, во секојдневен контекст;
3. да решаваш проблеми од триаголник со користење на поимите: ортоцентар, тежиште, впишана и опишана кружница и збир на агли во триаголник;
4. да опишуваш и црташ мрежи на 3Д форми ( призма, пирамида и цилиндар);
5. да користиш промена на положба на многуаголник со осна симетрија, транслагација или со ротација за  $90^\circ$  околу едно негово теме во секојдневен контекст.

## СОДРЖИНИ

1. Отсечка и агол
2. Круг
3. Многуаголник
4. Врска меѓу 2Д и 3Д форми
5. Положба насока и движење

## Поими:

симетрала на отсечка, симетрала на агол, графичко и аритметичко собирање на отсечки, соседни агли, напоредни агли, накрсни агли, комплементни и суплементни агли, кружница, центар на кружница, круг, радиус, дијаметар, тетива, број на дијагонали на многуаголник, висина на триаголник, ортоцентар, тежишна линија, тежиште, симетрала на агол и симетрала на страна кај триаголник, впишана и опишана кружница, внатрешни и надворешни агли на триаголник, мрежа на цилиндар, центар на ротација, агол на ротација, оригинал, слика

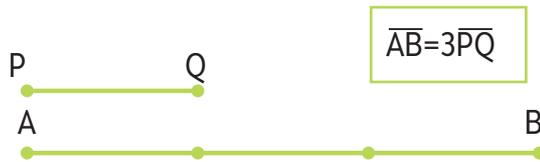
**ЌЕ НАУЧИШ:**

- Да одредуваш и да споредуваш должини на отсечки.

Што е отсечка?

Отсечка е дел од права ограничен со две крајни точки.

Отсечките може да се означуваат и со малите латинични букви (a, b, c, d, e, f,...).

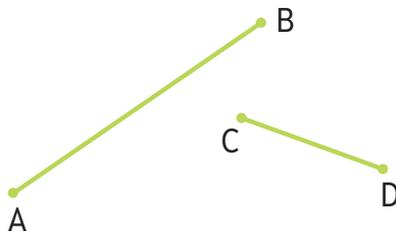


Должината на отсечката  $\overline{PQ}$  можеме три пати да ја нанесеме на должината на отсечката  $\overline{AB}$ . Можеме да кажеме дека мерниот број на должината на отсечката  $\overline{AB}$  во однос на должината на отсечката  $\overline{PQ}$  е 3 или кратко пишуваме:

$$\overline{AB} = 3 \overline{PQ} \text{ или } \overline{AB} > \overline{PQ}$$

**ПРИМЕР**

Нацртај произволни отсечки AB и CD, измери ги нивните должини и спореди ги.



$$\overline{AB} = ?$$

$$\overline{CD} = ?$$

**Решение**

Решение: Ги мериме отсечките AB и CD со линијар,  $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 2 \text{ cm}$  запишуваме  $\overline{AB} > \overline{CD}$ .

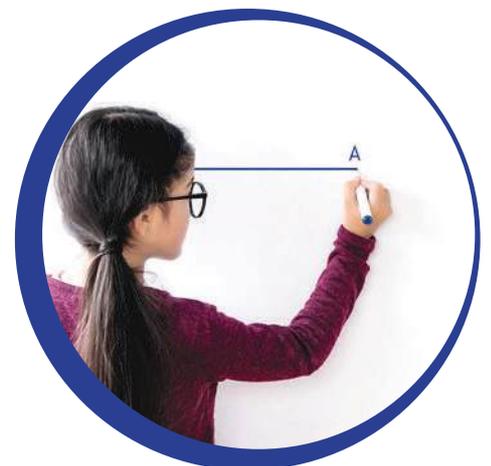
**Провери дали разбра**

Нацртај произволни отсечки MN и FG, измери ги и спореди ја нивната должина.

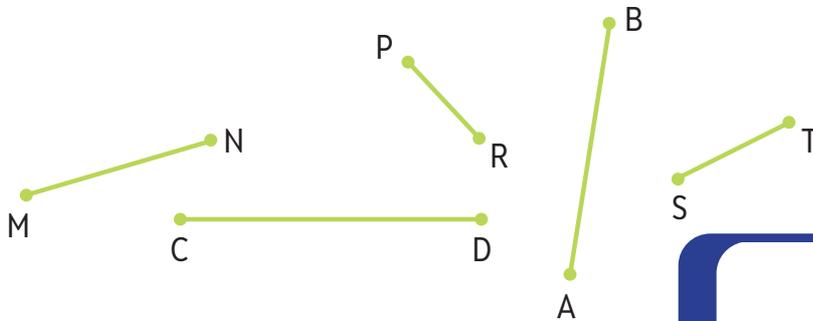
**Вежбај**

1. Нацртај произволна отсечка MN, измери ја со линијар и запиши ја нејзината должина.

2. Нацртај отсечка  $\overline{AB} = 7 \text{ cm}$ .

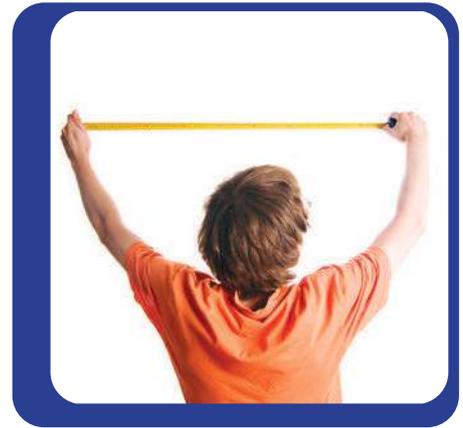


3. Измери ја должината на отсечките од цртежот, запиши ги должините на отсечките и спореди ги. Која отсечка има најголема должина, односно која има најмала должина?



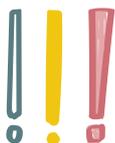
1. Со помош на конец измери ја и спореди ја должината со ширината на подот од твојата училница.

2. Измери ја должината на неколку предмети од училницата, запиши ја нивната должина и спореди ги измерените должини.



**ЌЕ НАУЧИШ:**

Да собираш и да одземаш отсечки (графички и аритметички).



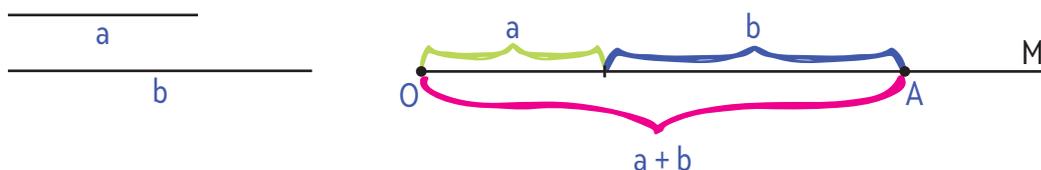
**Графичкото собирање и одземање отсечки се прави со цртање. Името доаѓа од грчкиот збор „grafo“ - пишувам, црам.**

**ПРИМЕР**

Собери ги отсечките  $a$  и  $b$  (графички).

**Решение**

На сликата се претставени должините на отсечките  $a$  и  $b$ . На полуправата  $OM$  од точката  $O$  ги пренесуваме должините на отсечките  $a$  и  $b$  така што ги надоврзуваме една до друга и така ја добиваме должината  $OA$  т.е. сме го добиле графичкиот збир на отсечките  $a$  и  $b$ .



Запишуваме  $\overline{OA} = a + b$

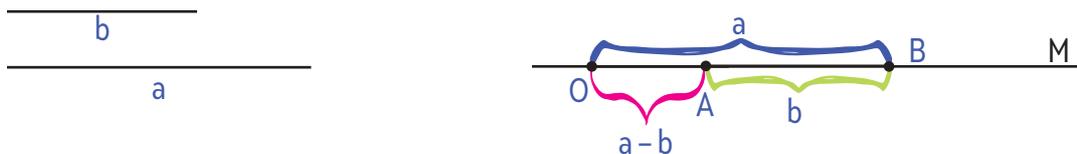
**Напомена:** На ист начин можеме да собереме три или повеќе отсечки.

ЕВЕ УШТЕ  
НЕКОЛКУ  
ПРИМЕРИ:

**а.** Одземај ги отсечките  $a$  и  $b$  (графички).

**Решение**

На сликата се претставени должините на отсечките  $a$  и  $b$ . На полуправата  $OM$  од точката  $O$  ја пренесуваме должината на подолгата отсечка  $a$ , потоа ја пренесуваме должината на отсечката  $b$  од крајната точка на отсечката  $a$ , така што крајот од отсечката  $a$  е почеток на отсечката  $b$  (пренесуваме од десно кон лево) и така ја добиваме должината на отсечката  $OA$  или сме ја добиле графичката разлика на отсечките  $a$  и  $b$ .



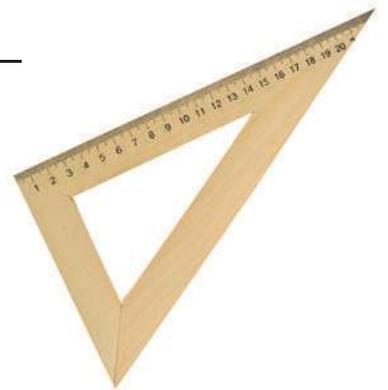
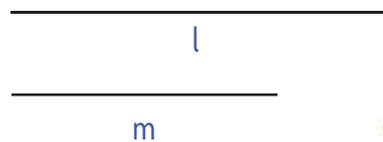
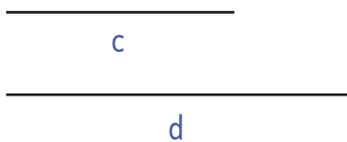
Запишуваме  $\overline{OA} = a - b$

6. Дадени се отсечките  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$  и  $\overline{MN} = 2 \text{ cm}$ , да го пресметаме аритметички нивниот збир и разлика.

Решение  $\overline{AB} + \overline{MN} = 5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$   
 $\overline{AB} - \overline{MN} = 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

1. Одреди го збирот или разликата на отсечките на сликата графички:

- а)  $d - c$       б)  $c + d$       в)  $m + l$       г)  $l - m$



2. Дадени се отсечките  $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$  и  $\overline{MN} = 6 \text{ cm}$ .

Пресметај го збирот и разликата на отсечките  $\overline{AB}$  и  $\overline{MN}$ .

- а) графички      б) аритметички

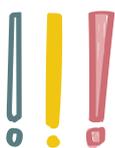
## Вежбај

1. Нацртај две произволни отсечки  $f$  и  $g$ . Пресметај го нивниот збир графички и аритметички.

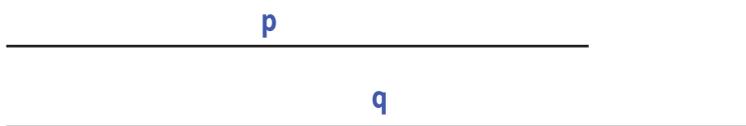


**ЌЕ НАУЧИШ:**

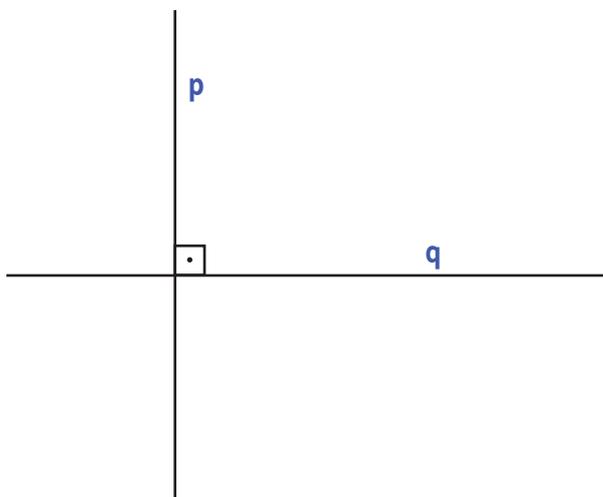
Да црташ паралелни и нормални прави со геометриски прибор.



Правите  $p$  и  $q$  кои немаат заедничка точка се викаат **паралелни прави** и означуваме  $p \parallel q$ , (читаме правата  $p$  е паралелна со правата  $q$ ), знакот  $\parallel$  - се чита: „**е паралелен со**“.



Правите  $p$  и  $q$  кои се сечат и формираат агол од  $90^\circ$  со теме во пресечната точка се викаат **нормални прави** и означуваме  $p \perp q$ , знакот  $\perp$  - се чита: „**е нормален со**“.

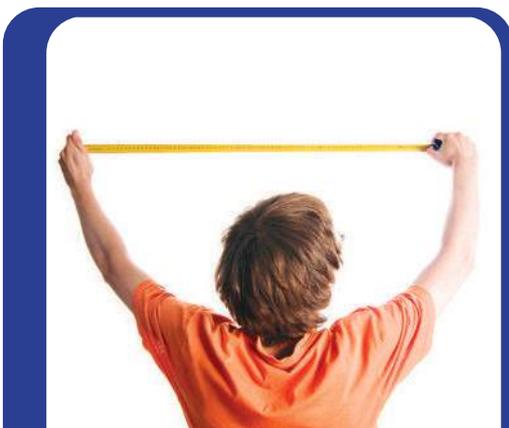
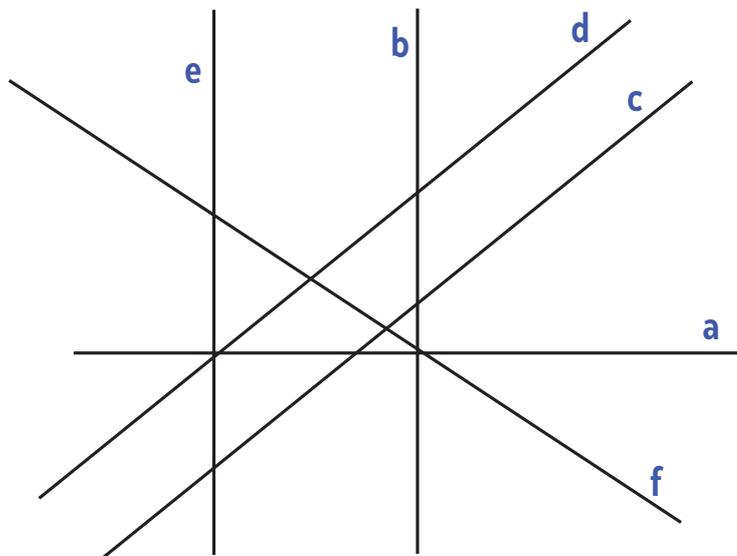
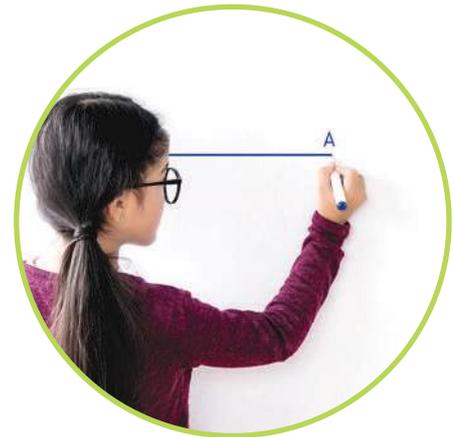
**Напомена**

За да нацртаме паралелни прави можеме да користиме два триаголници .

За да нацртаме нормални прави користиме триаголник ,кој го поставуваме со правиот агол во одредена точка од едната права и ја цртаме другата права.

**Вежбај**

1. За кои прави велиме дека се паралелни прави?
2. За кои прави велиме дека се нормални прави?
3. Ако правите  $a$  и  $b$  се паралелни прави, како ги означуваме?
4. Ако правите  $a$  и  $b$  се нормални прави, како ги означуваме?
5. Нацртај произволна права  $a$ , потоа со помош на триаголник, нацртај права  $b$  која е нормална на неа.
6. Нацртај произволна права  $a$ , потоа нацртај неколку прави кои се паралелни на неа.
7. Според цртежот определи:



Паралелни прави се:  
Нормални прави се:

**ЌЕ НАУЧИШ:**

- Да дефинираш и да црташ симетрала на отсечка.

Симетрала на отсечката е права  $s$  што ја преполовува отсечката  $AB$  и е нормална на неа.

**ПРИМЕР**

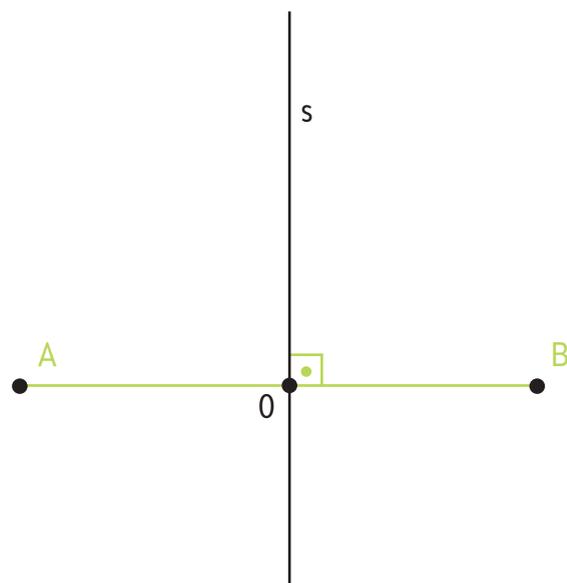
Нацртај симетрала на отсечката  $AB$ .

**Решение**

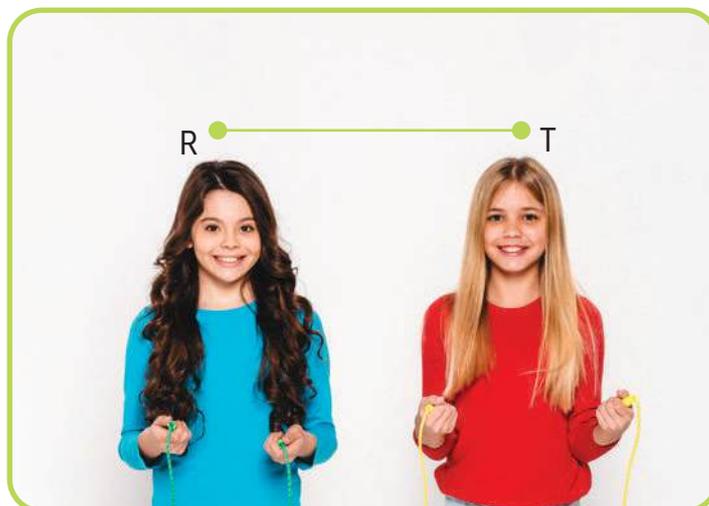
Цртаме отсечка  $AB$ . Ја одредуваме средната точка  $O$  на отсечката  $AB$ , со помош на линијар.

Низ точката  $O$  повлекуваме права  $s$ , нормална на отсечката  $AB$  (со правиот агол од триаголник). Правата  $s$  ја дели отсечката на два еднакви дела и е нормална на отсечката  $AB$ .

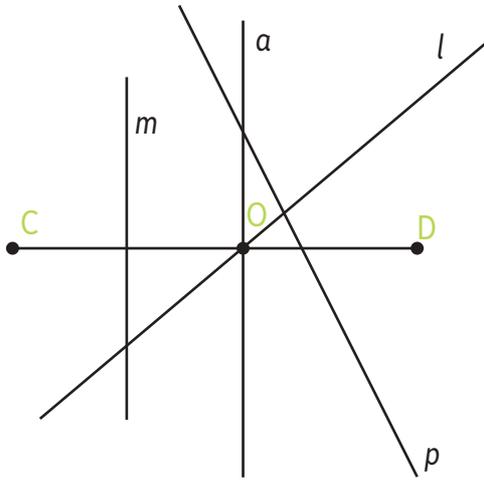
$\overline{AO} = \overline{OB}$  и  $s \perp AB$ . Правата  $s$  ја викаме **симетрала** на отсечката  $AB$ .



1. Што е симетрала на отсечка?
2. Нацртај произволна отсечка  $MN$  и потоа нацртај ја нејзината симетрала.
3. Нацртај отсечка  $\overline{RT} = 7$  cm и потоа нацртај ја нејзината симетрала.

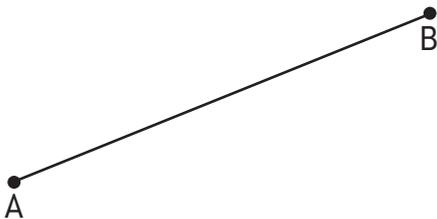


4. Која од правите на цртежот е симетрала на отсечката CD?



5. На отсечките од цртежот, нацртај ги нивните симетрали.

a)



б)

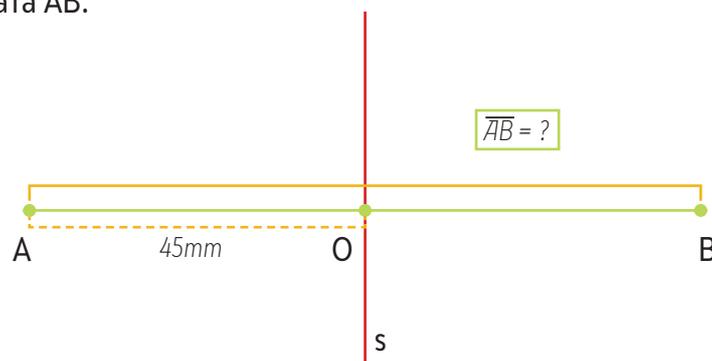


6. Нацртај отсечка  $\overline{HT} = 52 \text{ mm}$  и потоа нацртај ја нејзината симетрала.

7. Симетралата  $s$  ја сече отсечката  $\overline{MN} = 3 \text{ cm}$  во точка A. Нацртај ја симетралата  $s$  на отсечката MN. Колкава е должината на  $\overline{MA}$  и  $\overline{AN}$ ?

Што забележуваш?

8. Симетрала  $s$  ја сече отсечката  $\overline{AB}$  во точката O, така што  $\overline{AO} = 45 \text{ mm}$ . Пресметај ја должината на отсечката AB.



## 2

## РАСТОЈАНИЕ ОД ТОЧКА ДО ПРАВА

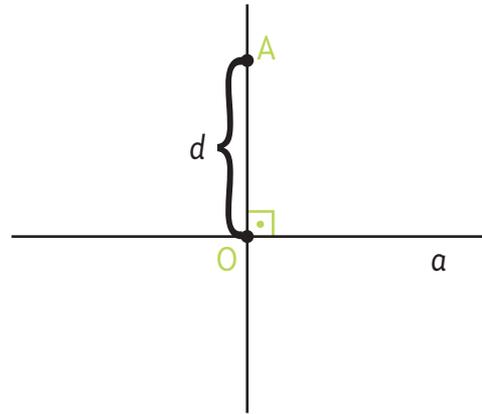
## ЌЕ НАУЧИШ:

- Да одредуваш растојание од точка до права.

Да го одредиме растојанието од точката  $A$  до правата  $a$ , така што точката  $A$  не припаѓа на правата  $a$ . Ја повлекуваме нормалата на правата  $a$  која што минува низ точката  $A$ . Точката  $O$  е точка во која се сечат двете нормални прави.

Тогаш  $d$  претставува најкраткиот пат од точката  $A$  до правата  $a$  и се нарекува растојание од точката  $A$  до правата  $a$ . Означуваме со:

$$d = \overline{OA}.$$

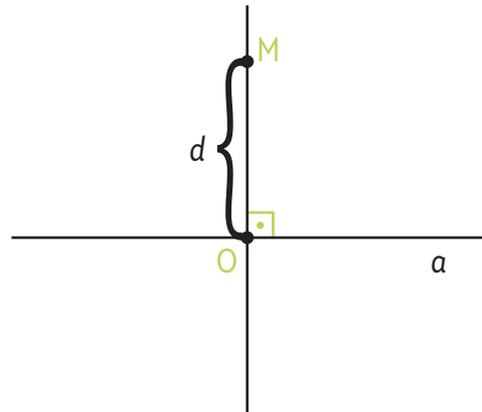


## ПРИМЕР

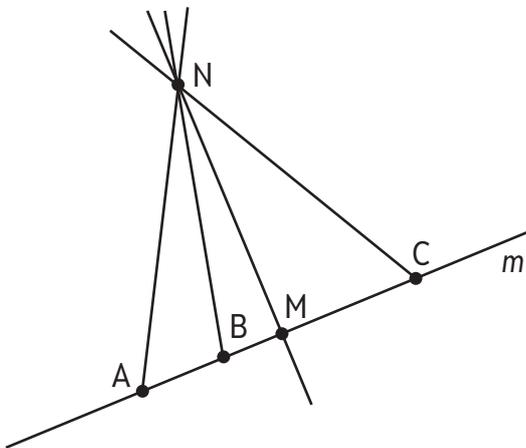
Одреди растојание од правата  $a$  до точката  $M$ .

## Решение

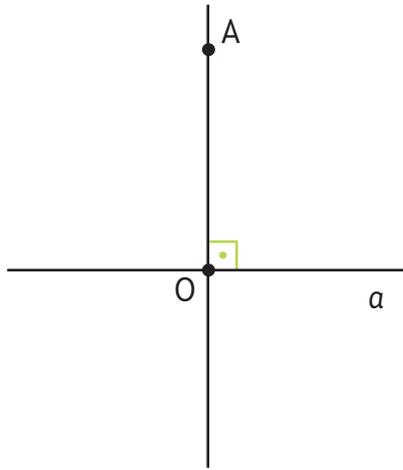
Со помош на правиот агол на триаголникот повлекуваме права  $s$  од точката  $M$  до правата  $a$ . Правата  $s$  ја сече правата  $a$  во точката  $O$ . Отсечката  $OM$  е растојанието од правата  $a$  до точката  $M$ .  $\overline{OM} = 4$  cm.



1. Која од отсечките на цртежот е растојание од правата  $m$  до точката  $N$ ?



2. Измери го растојанието од точката А до правата а.



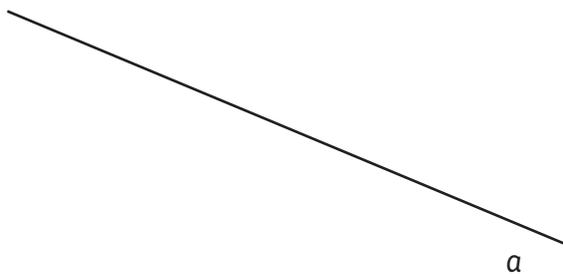
3. Најди го растојанието од точката М до правата а.

М



4. Најди го растојанието од точката М до правата а.

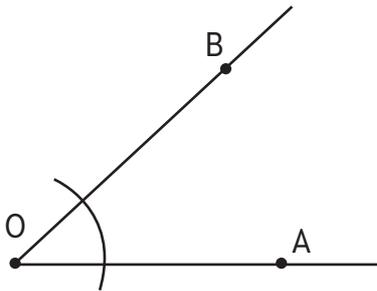
М



**ЌЕ НАУЧИШ:**

- Да читаш, да бележиш и да именуваш елементи на агол.

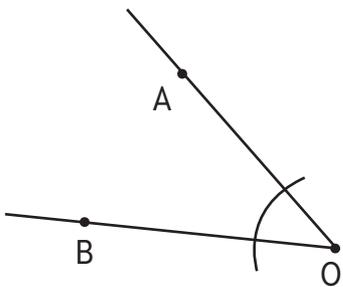
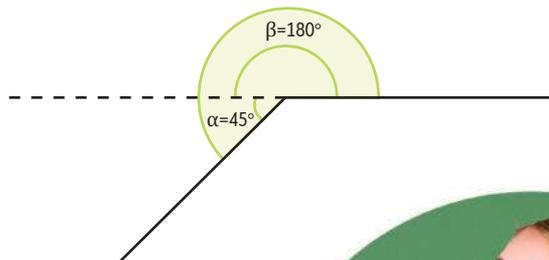
Полуправите  $OA$  и  $OB$  ја делат рамнината на два дела. За секој од овие делови велиме дека е ограничен со полуправите.



Геометриска фигура составена од две полуправи со заеднички почеток и дел од рамнината ограничен со нив се вика **агол**.

Полуправите  $OA$  и  $OB$  ги викаме **краци на аголот**, а нивниот заеднички почеток  $O$  го викаме **теме** на аголот.

Аглите може да бидат конвексни и неконвексни.

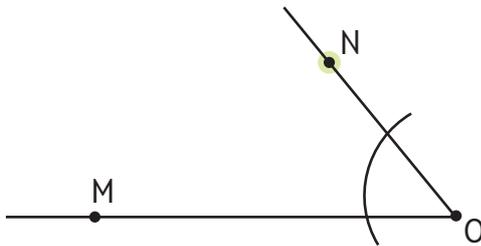
**Пример за конвексен агол****Пример за неконвексен агол**

Аглите ги означуваме на повеќе начини:  $\sphericalangle$  AOB,  $\sphericalangle$  1,  $\sphericalangle$  M,  $\alpha$ .

Напомена: Ако аголот сме го означиле со три букви, тогаш буквата која го означува темето се става во средина.

### ПРИМЕР

Запиши го и именувај го аголот MON и неговите елементи.



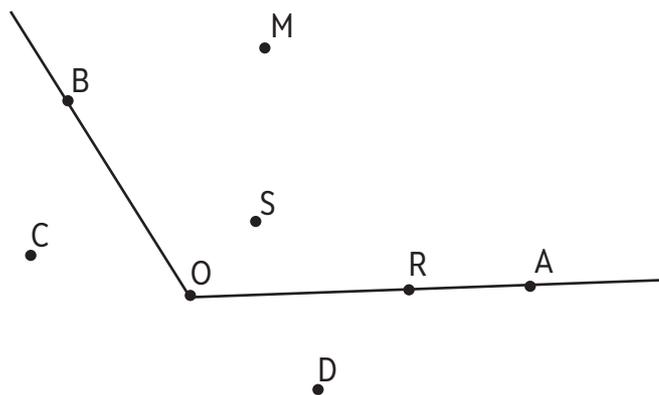
### Решение

$\sphericalangle$  MON краци: OM и ON, теме O



### ЗАДАЧА:

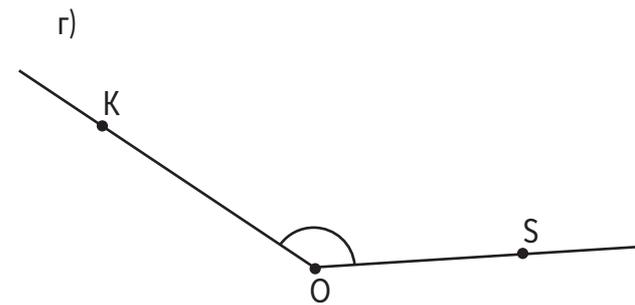
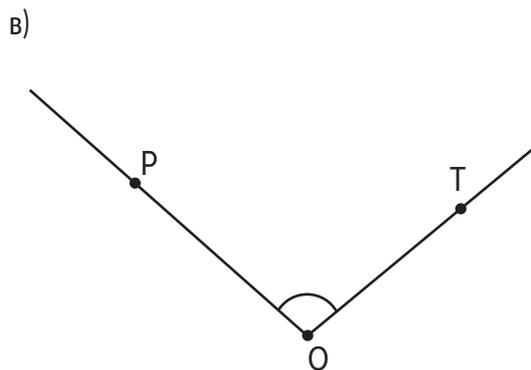
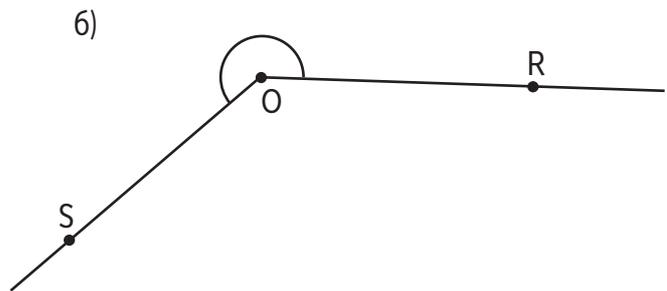
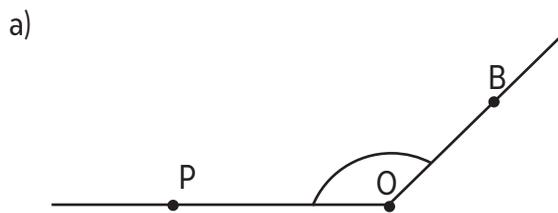
Запиши го и именувај го аголот MON и неговите елементи.



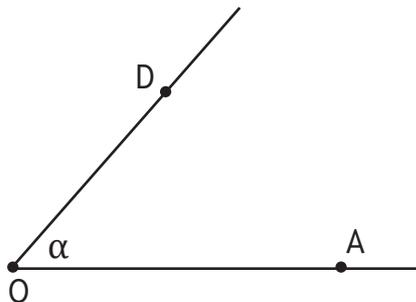
Напомена: Ако аголот е означен со грчките букви  $\alpha$  (алфа),  $\beta$  (бета),  $\gamma$  (гама) и  $\delta$  (делта), тогаш ознаката за агол  $\sphericalangle$  се изоставува.

## Вѐжбај

1. Дефинирај агол.
2. Дефинирај краци на аголот и теме на аголот.
3. Како ги означуваме аглите?
4. Запиши го и именувај го секој од аглите и неговите елементи.



5. Кое е темето на  $\angle PRS$ , и кои се краците на  $\angle PRS$ ?
6. На цртежот е даден агол  $\alpha$ ,значи точки кои припаѓаат и кои не припаѓаат на аголот.



## ВИДОВИ АГЛИ

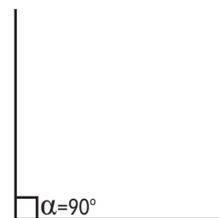
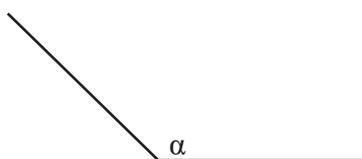
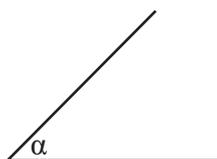
2

### ЌЕ НАУЧИШ:

да препознаваш и да разликуваш: соседни, напоредни и накрсни агли.

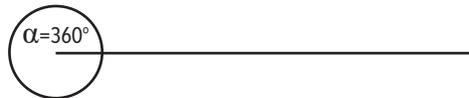
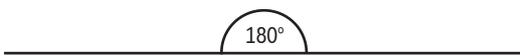


**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ** Кој од аглите на сликата е прав агол, кој е остар агол и кој е тап агол?



Аголот кој има  $180^\circ$  го викаме рамен агол.

Аголот кој има  $360^\circ$  го викаме полн агол.



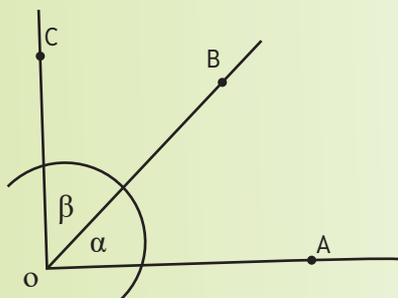
Два агли кои имаат заеднички крак и немаат заеднички внатрешни точки се викаат **соседни агли**. Краците што не се заеднички за двата агли се викаат **надворешни краци** на соседните агли.

### ПРИМЕР 1

Нацртај два соседни агли, агол  $AOB$  и агол  $BOC$ .

Кој е заедничкиот крак на аглите  $AOB$  и  $BOC$ ?

Решение:



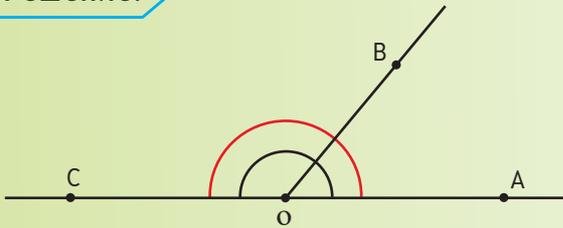
Заедничкиот крак на аглите  $AOB$  и  $BOC$  е  $OB$ .

Два соседни агли чии надворешни краци образуваат права се викаат **напоредни агли**.

## ПРИМЕР 2

Нацртај два напоредни агли, агол АОВ и агол ВОС.

Решение:

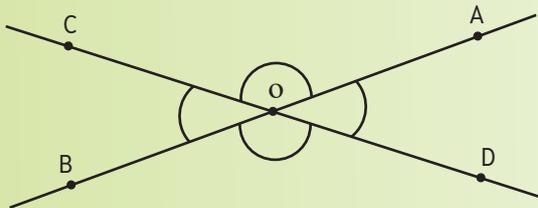


За два агли велеме дека се **накрсни агли** ако нивните краци образуваат две прави.

## ПРИМЕР 3

Нацртај накрсни агли.

Решение:



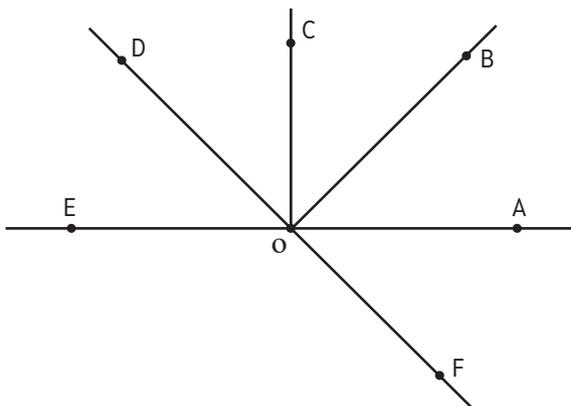
Значи две прави што се сечат образуваат два пара накрсни агли, кои се еднакви меѓу себе. Од сликата гледаме дека

$$\sphericalangle AOC = \sphericalangle BOD \text{ и}$$

$$\sphericalangle BOC = \sphericalangle AOD.$$

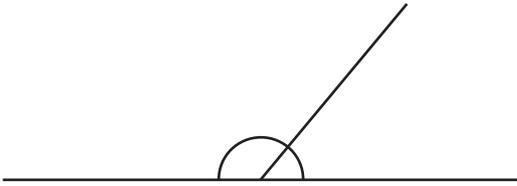
### Вежбај

1. Кои агли ги викаме соседни агли?
2. Кои агли ги викаме напоредни агли?
3. Кои агли ги викаме накрсни агли?
4. Од цртежот одреди ги соседните, напоредните и накрсните агли.

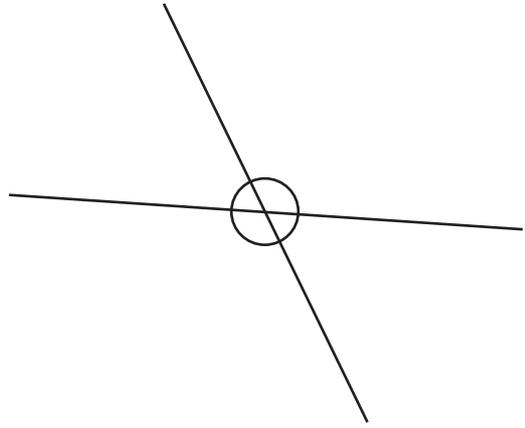


1. Нацртај накрсни агли, измери ги и запиши ги аглите. Што забележуваш?
2. Пресметај ги непознатите агли:

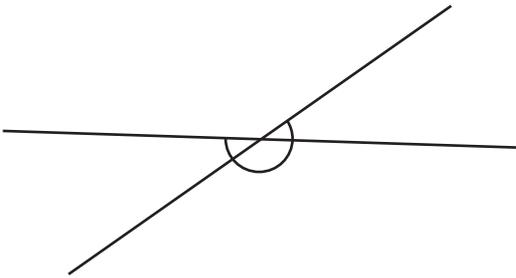
а)



б)



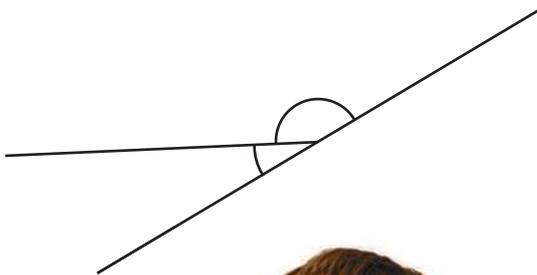
в)



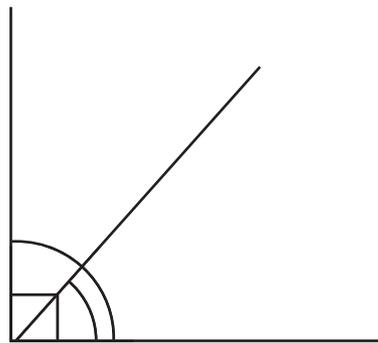
г)



д)



е)



**ЌЕ НАУЧИШ:**

да дефинираш и да црташ симетрала на агол.

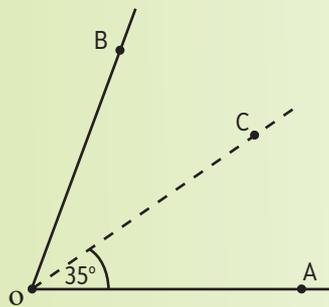
Полуправата што дели еден агол на два еднакви агли, се вика **симетрала на агол**.

**ПРИМЕР 1**

Нацртај симетрала на  $\sphericalangle AOB = 70^\circ$ .

**Решение:**

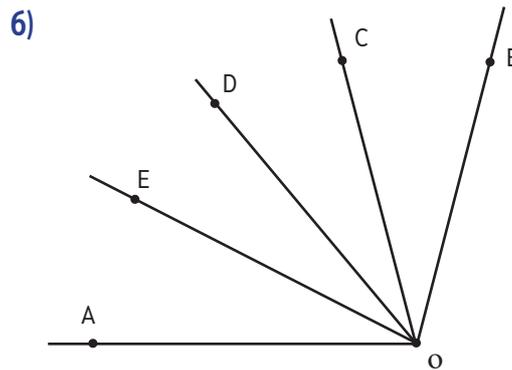
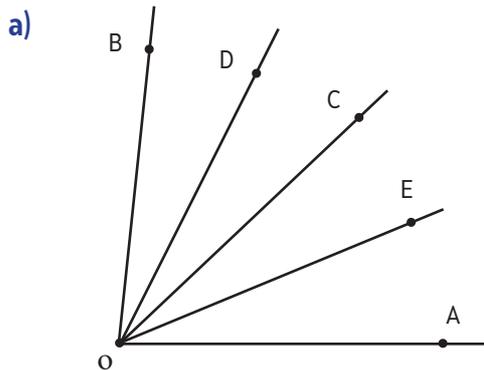
$$\sphericalangle AOB = 70^\circ$$



Цртаме агол  $\sphericalangle AOB = 70^\circ$ .  
Со помош на агломер  
повлекуваме полуправа  
ОС, така што со полуправата го  
делиме аголот на два еднакви  
делови.  $\sphericalangle AOC = \sphericalangle BOC = 35^\circ$ .

**Вежбај**

1. Што е симетрала на агол?
2. Со помош на агломер провери која полуправа е симетрала на аголот АОВ.



3. Нацртај агол  $\sphericalangle MON = 90^\circ$  и потоа нацртај ја неговата симетрала.
4. Нацртај агол  $\sphericalangle SOL = 130^\circ$  и потоа нацртај ја неговата симетрала.
5. Нацртај произволен остар агол  $\sphericalangle POR$  и потоа нацртај ја неговата симетрала.
6. Ако полуправата ОС е симетрала на  $\sphericalangle AOB$ . Тогаш колку степени има  $\sphericalangle AOC$ ?

## ЌЕ НАУЧИШ:

- ▶ да проценуваш големина на агол и да ја проверуваш проценката со агломер
- ▶ да нацрташ агол еднаков на даден агол.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ



Аглите можат да се мерат.

Направата со која се мерат аглите се вика **агломер**.

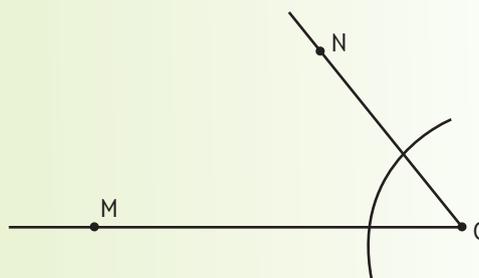
**Агломерот** е справа во облик на полукруг, кој е поделен на 180 еднакви поделоци и секој поделок се нарекува **степен**. Со оваа справа може да се мерат агли со големина од  $0^\circ$  до  $180^\circ$  (се чита 180 степени).

## ПРИМЕР 1

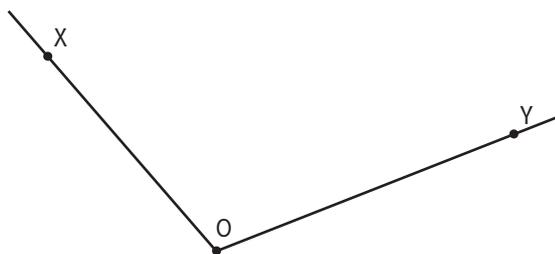
Измери го аголот  $\angle MON$  со помош на агломер.

### Решение:

Агломерот го поставуваме така што неговиот центар да се совпадне со темето  $O$ , едниот крак да се совпадне со  $0^\circ$  или  $180^\circ$ , а од скалата го читаме бројот кој се совпаѓа со другиот крак. Запишуваме  $\angle MON = 60^\circ$  или  $\alpha = 60^\circ$ .



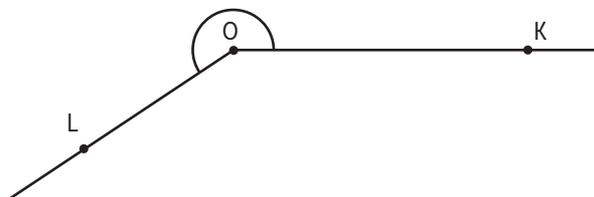
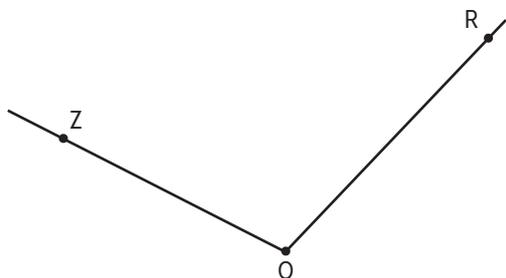
1. Процени ја големината на аголот  $\angle XOY$  и потоа провери ја проценката со агломер.



### Напомена:

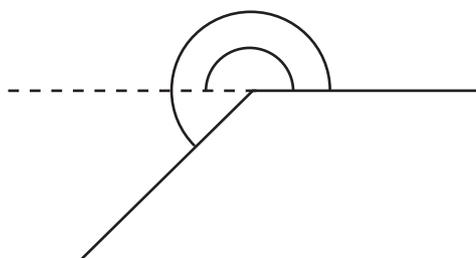
Прво ја проценуваме големината на аголот и ја запишуваме проценката. Потоа го мериме аголот со агломер, резултатот го споредуваме со проценката.

2. Процени ја големината на аглите и потоа провери ја проценката со агломер. (конвексен и неконвексен).



**Упатство:**

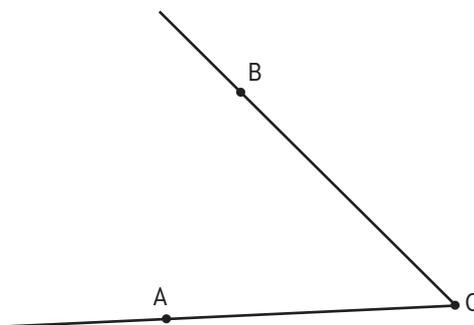
Неконвексниот агол го мериме така што прво наоѓаме агол од  $180^\circ$  и го додаваме останатиот остар агол, како на сликата.



3. Нацртај агол MON, еднаков на дадениот.

**Упатство:**

За да нацртаме агол еднаков на дадениот агол AOB, треба прво да нацртаме една полуправа OM која е паралелна со кракот OA. Потоа го поставуваме агломерот така што центарот на агломерот да се совпадне со темето O и основната линија од агломерот да се совпадне со полуправата OM. Другиот крак на аголот го цртаме поврзувајќи ја точката N од агломерот што ни ја покажува големината на аголот AOB со темето O на аголот. Така го добиваме кракот ON.

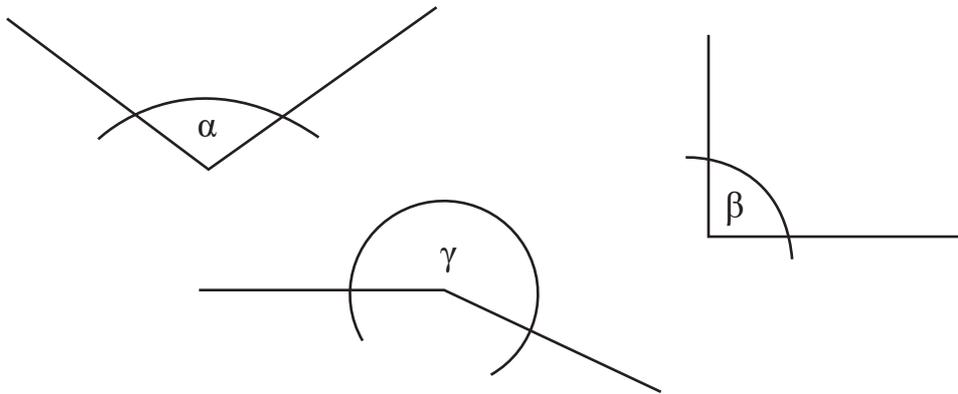


4. Нацртај агол MON, еднаков на дадениот.

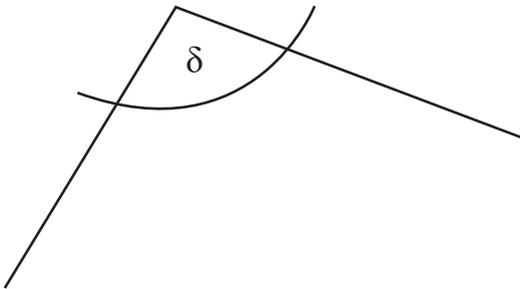
**Аглие** кои имаат еднакви големини се викаат **еднакви агли**.

## Вежбај

1. Со која мерна единица се мерат аглиите?
2. Со која направа се мерат аглиите?
3. За кои два агли велиме дека се еднакви агли?
4. Измери ги аглиите од цртежот и одреди кој агол има најголема вредност.



5. Процени ја големината на аголот и потоа провери ја проценката со агломер.



6. Нацртај агол од  $40^\circ$ ,  $38^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $165^\circ$ .
7. Нацртај произволен агол DOC, а потоа нацртај агол KLM еднаков на дадениот.
8. Нацртај агол од  $37^\circ$  и агол од  $125^\circ$ .
9. Нацртај:
  - a) еден остар агол,
  - b) еден тап агол.
10. Потоа процени ја нивната големина и проценката провери ја со агломер.

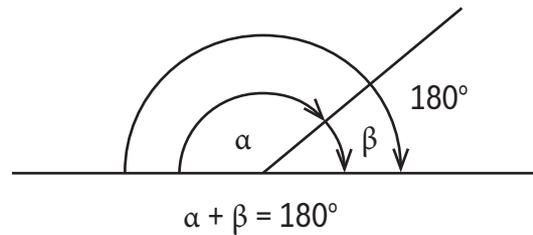
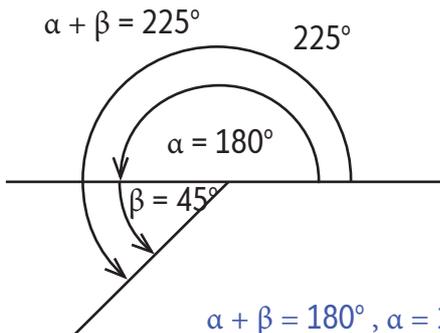
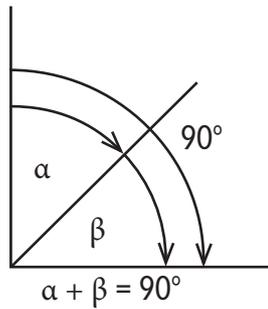
# 2

## СОБИРАЊЕ НА АГЛИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

- Да собираш агли (графички и аритметички).

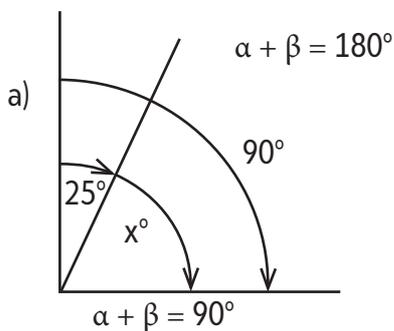
#### Објаснување



$$\alpha + \beta = 180^\circ, \alpha = 180^\circ - \beta, \beta = 180^\circ - \alpha$$

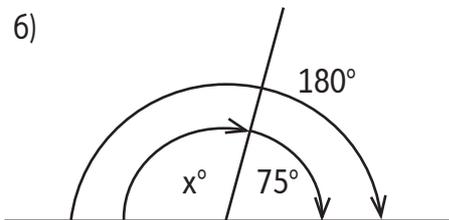
### ПРИМЕР

Пресметај го непознатиот агол.



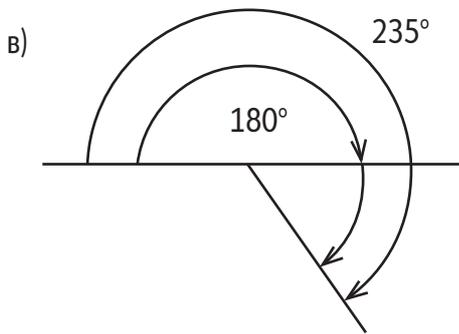
#### Решение

$$x + 25^\circ = 90^\circ, x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$



#### Решение

$$x + 75^\circ = 180^\circ, x = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$



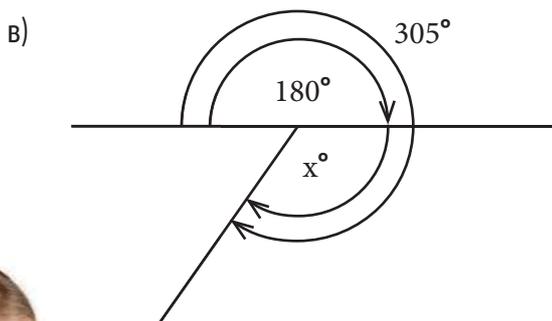
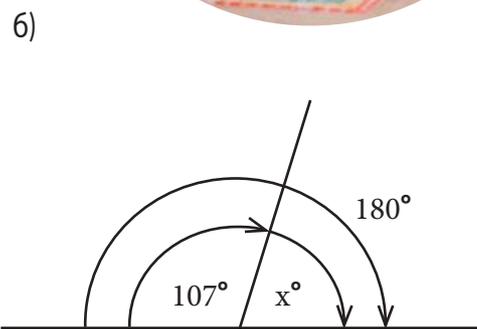
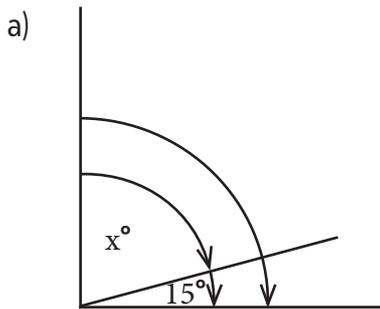
Решение

$$x + 180^\circ = 235^\circ, x = 235^\circ - 180^\circ = 55^\circ$$



### Вежбај

1. Пресметај го непознатиот агол.

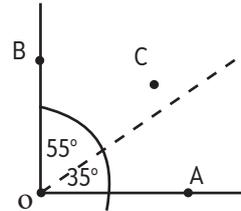


**ЌЕ НАУЧИШ:**

да објаснуваш кои агли се комплементни, а кои се суплементни.

Ако збирот на два агли е  $90^\circ$ , тогаш велиме дека тие агли се **комплементни агли**.

$\sphericalangle$  AOC и  $\sphericalangle$  COB се комплементни агли.

**ПРИМЕР 1**

Ако  $\alpha = 50^\circ$ , колкав е неговиот комплементен агол  $\beta$  ?

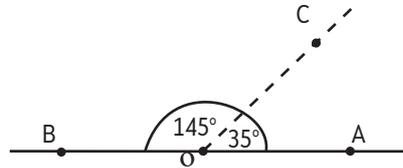
**Решение:**

Ако  $\alpha = 50^\circ$ , тогаш неговиот комплементен агол  $\beta = 40^\circ$ .

Значи  $\alpha + \beta = 90^\circ$

Ако збирот на два агли е  $180^\circ$ , тогаш велиме дека тие агли се **суплементни агли**.

$\sphericalangle$  AOC и  $\sphericalangle$  COB се суплементни агли.

**ПРИМЕР 2**

Ако  $\alpha = 120^\circ$ , колкав е неговиот суплементен агол  $\beta$  ?

**Решение:**

Ако  $\alpha = 120^\circ$ , тогаш неговиот суплементен агол  $\beta = 60^\circ$ .

Значи  $\alpha + \beta = 180^\circ$

**Вежбај**

1. Кои агли ги викаме комплементни агли?
2. Кои агли ги викаме суплементни агли?
3. Кој од дадените парови агли се комплементни, а кои суплементни агли?
 

**а)**  $\alpha = 115^\circ$ ,  $\beta = 65^\circ$ ; **б)**  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$ ; **в)**  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$ ; **г)**  $\alpha = 150^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ .
4. Каков е аголот што го формираат комплементните агли?
5. Каков е аголот што го формираат суплементните агли?
6. Ако  $\alpha = 45^\circ$ , колкав е неговиот комплементен агол  $\beta$  ?
7. Ако  $\alpha = 98^\circ$ , колкав е неговиот суплементен агол  $\beta$  ?



8. Кој од дадените парови агли се комплементни?

**a)**  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$ ; **б)**  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 75^\circ$ ; **в)**  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$ ; **г)**  $\alpha = 48^\circ$ ,  $\beta = 42^\circ$ .

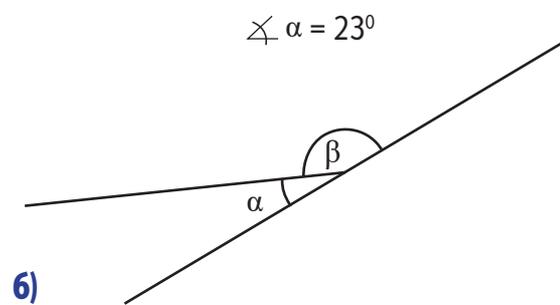
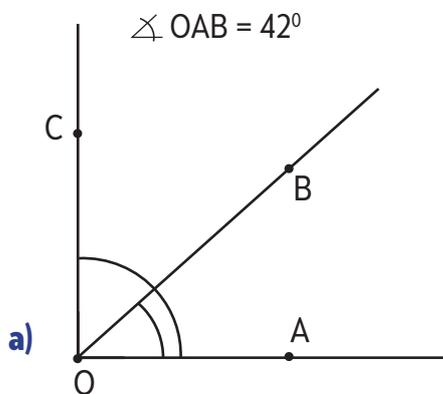
9. Кој од дадените парови агли се суплементни?

**a)**  $\alpha = 132^\circ$ ,  $\beta = 48^\circ$ ; **б)**  $\alpha = 110^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$ ; **в)**  $\alpha = 77^\circ$ ,  $\beta = 113^\circ$ ; **г)**  $\alpha = 36^\circ$ ,  $\beta = 144^\circ$ .

10. Дали два напоредни агли се секогаш суплементни агли? Објасни!

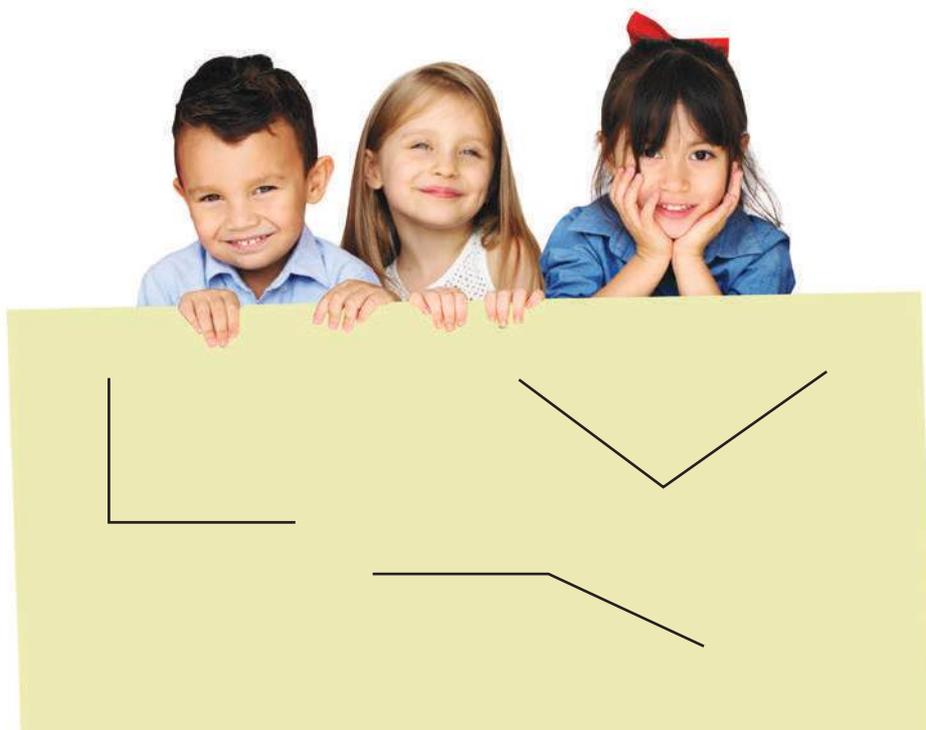
11. Нацртај еден остар агол и потоа нацртај го неговиот суплементен агол.

12. Одреди го непознатиот агол ако:



13. Дали можат суплементните агли да бидат:

**a)** два остри агли; **б)** два тапи агли; **в)** два прави агли; **г)** еден тап и еден остар агол?





**РЕШЕНИЈА НА  
ЗАДАЧИТЕ**

Тема: Број

ПРИМЕНА НА РИМСКИ ЦИФРИ / 4. Напишано е 7.8.1849 година

ПОДРЕДУВАЊЕ И СПОРЕДУВАЊЕ НА ЦЕЛИ БРОЕВИ / 6. Дополни ја низата а) -400 , -300 , -200 , -100 , 0 , 100 , 200 , 300 , 400 , 500 ; б) -1 500,-1 000 , -500, 0 , 500 ,1 000, 1 500, 2 000, 2 500, 3 000; в) -6 750, -6 754,-6 758 ,-6 762, -6 766 , -6 770, -6 774, -6 778, -6 782, -6 786.

НИЗИ ОД ЦЕЛИ БРОЕВИ / 4. Продолжи ја низата: / д) 1 000, 100, 10, 0; 0,1; 0,01; 0,001. / ф) 0,07; 0,7; 7; 70, 700, 7 000, 70 000, 700 000.

БРОЕЊЕ ВО ДРОПКИ И ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ / 8 . Дополни ја низата / а) 6,5; 8,5; 10,5; 12,5 , 14,5; 16,5; 18,5 , 20,5 , 22,5 , 24,5 ;б) 3,1;10,1 ;17,1;24,1;31,1;38,1; 45,1; 52,1; 59,1; 66,1; / в) 25,2; 20,2;15,2; 10,2; 5,2; 0,2 ; -5,2; -10,2; -15,2; -20,2; -25,2. / г) 13/100, 25/100, 37/100, 49/100, 61/100,73/100,85/100.

МЕСНА ВРЕДНОСТ НА ЦИФРИ ВО ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ / 9. а) 1 234,567; б) 12 345,67

Месните вредности се зголемуваат или намалуваат 10 пати .

ЗАОКРУЖУВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ / 3. а) 13 ; б)12,8; в) 12,76. 6.  $5,67 + 8,79 = 14,46$

Тема: Геометрија

ПАРАЛЕЛНИ И НОРМАЛНИ ПРАВИ / 7. Паралелни прави се : d и c, e и b; / Нормални прави се: e и a, b и a, f и d, f и c. /

АГОЛ.ЕЛЕМЕНТИ НА АГОЛ / Задача 1. На аголот АОВ припаѓаат точките: А,В,О,Р,С,М , а не припаѓаат точките: С , D. / 5. Теме: R, Краци: PR, SR. /

ВИДОВИ АГЛИ / 6. а)  $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$  , б)  $y = 74^\circ$  ,  $x = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$  , в)  $y = 50^\circ$  ,  $x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$  , г)  $x = 360^\circ - 165^\circ = 195^\circ$ .

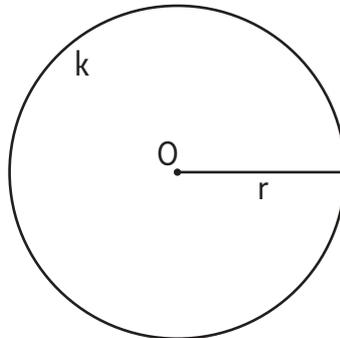
КОМПЛЕМЕНТНИ И СУПЛЕМЕНТНИ АГЛИ / 13. а) не; б) не; в) да; г) да.

**ЌЕ НАУЧИШ:**

- ▶ да ги објаснуваш поимите: кружница и центар на кружница, круг, радиус, дијаметар и тетива
- ▶ да црташ круг со даден радиус или дијаметар
- ▶ да препознаваш и да црташ радиус, тетива и дијаметар на кружница.

**Кружница** е множество од сите точки на рамнината кои се наоѓаат на еднакво растојание од една избрана точка на таа рамнина.

На цртеж 1 е дадена една кружница  $k$  (кружницата вообичаено се означува со малата латинична буква  $k$ ). Избраната точка се вика **центар на кружницата** и најчесто се означува со  $O$ .

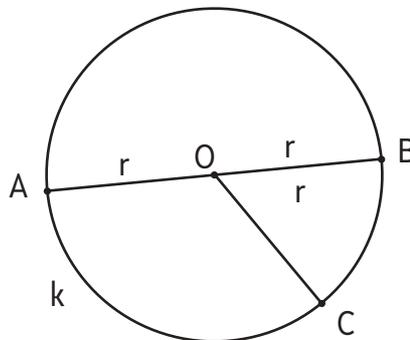


Црт. 1

Секоја отсечка којашто го поврзува центарот со која било точка од кружницата се вика **радиус на кружницата** и се означува со  $r$ . На цртежот 2 отсечките  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$  и  $\overline{OC}$ , се радиуси на кружницата и тие имаат еднаква должина. Отсечката  $\overline{AB}$  ја викаме **дијаметар на кружницата** (дијаметарот го означуваме со  $d$ ). Дијаметарот е двојно поголем од радиусот:  $d=2r$ . Дијаметарот на кружницата го содржи нејзиниот центар. Што претставува центарот на кружницата за секој нејзин дијаметар?

**Напомена:**

Кружница  $k$  со центар  $O$  и радиус  $r$ , се означува  $k(O; r)$ .

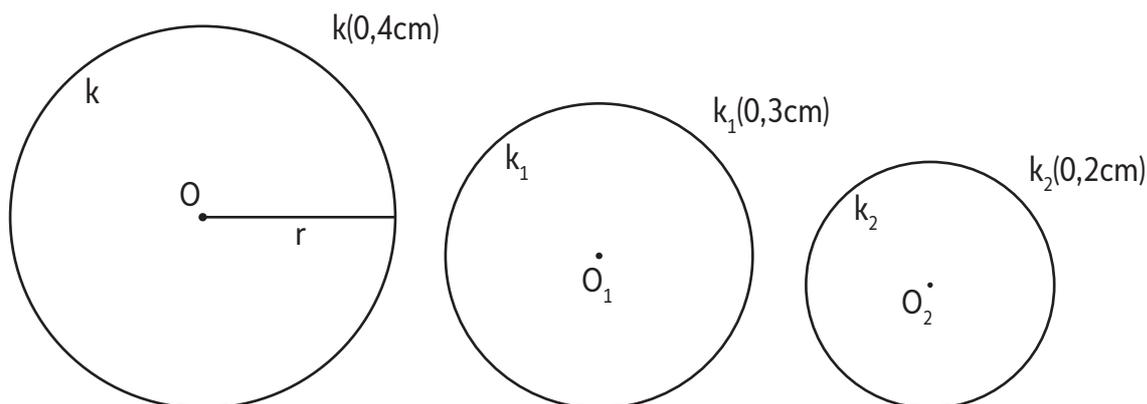


Црт. 2

## ПРИМЕР 1

Нацртај кружница  $k$  со центар  $O$  и радиус  $r = 4$  cm, кружница  $k$  со центар  $O$  и радиус  $r = 3$  cm и кружница  $k$  со центар  $O$  и радиус  $r = 2$  cm.

Решение:



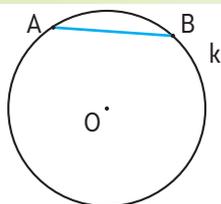
**Запишуваме:**  $k(O; 4 \text{ cm})$ ,  $k_1(O_1; 3 \text{ cm})$  и  $k_2(O_2; 2 \text{ cm})$ .

**Упатство:** Избираме една произволна точка  $O$  и со помош на шестар ја нанесуваме големината на радиусот од точката  $O$ .

**Напомена:** Ако ни е дадено да нацртаме кружница за која го знаеме дијаметарот на кружницата, треба прво да го пресметаме радиусот на кружницата или да нацртаме симетрала на дијаметарот за да го најдеме центарот на кружницата.

Геометриската фигура составена од една кружница и нејзината внатрешност се вика **круг**. Кругот е 2Д форма.

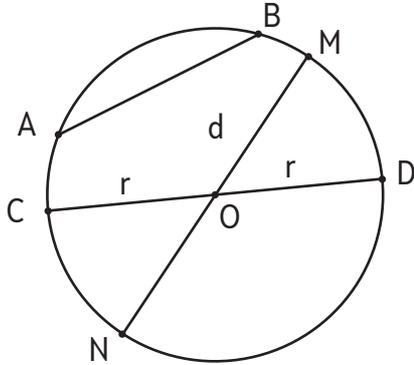
Отсечката чии крајни точки припаѓаат на кружницата се вика **тетива на кружницата**.



**Дијаметарот** е најдолгата тетива во кружницата. Таа минува низ центарот на кружницата.

1. Која отсечка од цртежот 3 е:

а) радиус, б) тетива, в) дијаметар на кружницата?



Црт. 3

**ПРИМЕР 2**

Пресметај го дијаметарот на кружницата, ако е даден  $r = 6$  cm.

**Решение:**

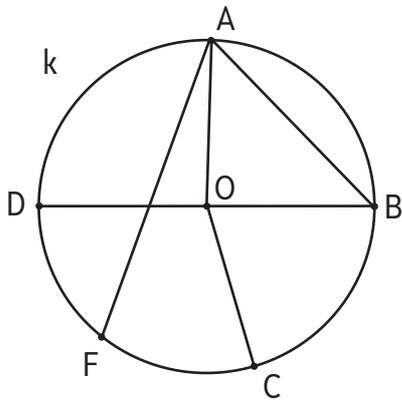
$$d = 2r, d = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

**Вежбај**

1. Што е кружница?
2. Што е круг?
3. Што е радиус на кружницата?
4. Што е дијаметар на кружницата?
5. Што е тетива на кружницата?
6. Нацртај кружница со центар O и радиус  $r = 5$  cm.
7. Нацртај кружница со центар O и дијаметар  $d = 7$  cm.



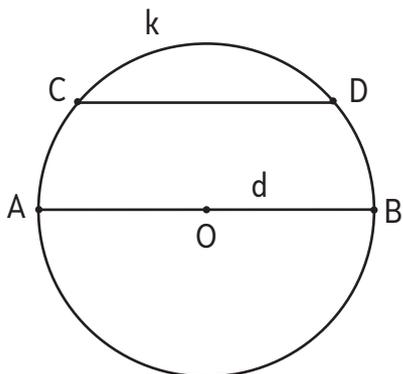
8. Од цртежот одреди:



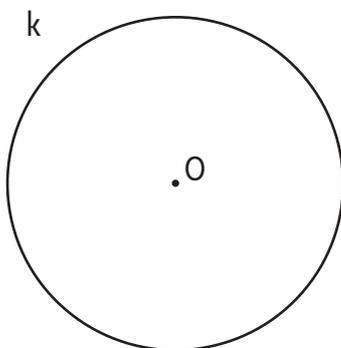
- a) Кои отсечки се радиуси на кружницата?
- б) Која отсечка е дијаметар на кружницата?
- в) Кои отсечки се тетиви на кружницата?

9. Една кружница има дијаметар 90 mm, колкав е радиусот на кружницата?

10. Именувај ги тетивите, радиусот и дијаметарот во кружницата:



11. На сликата е дадена кружница k. На кружницата нацртај еден радиус, тетива и дијаметар.



## 2

## ЗАЕМНА ПОЛОЖБА НА ТОЧКА И КРУЖНИЦА, ПРАВА И КРУЖНИЦА И НА ДВЕ КРУЖНИЦИ

### ЌЕ НАУЧИШ:

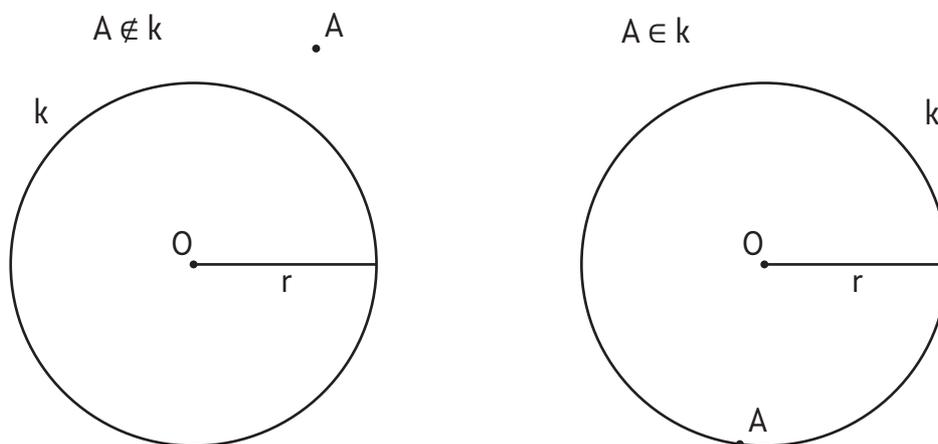
да препознаваш и да црташ заемни положби на точка и кружница, на права и кружница и на две кружници.

### Заемна положба на точка и кружница

Точката и кружницата може да имаат две заемни положби: точката **да лежи** на кружницата или точката **да не лежи** на кружницата.

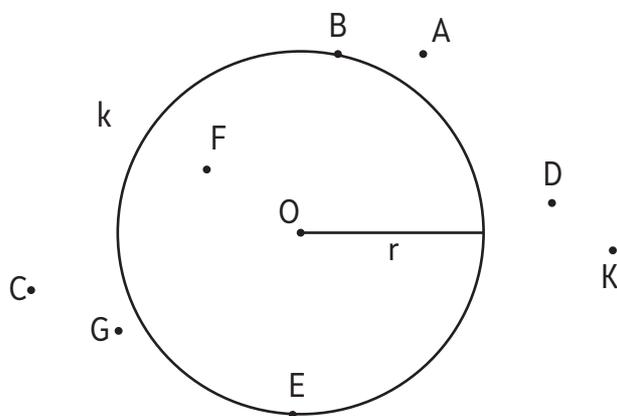
#### ПРИМЕР 1

Заемна положба на точка  $A$  и кружница  $k(O; r)$ :



- 1) Точката  $A$  не лежи на кружницата,  $A \notin k$ ;
- 2) Точката  $A$  лежи на кружницата,  $A \in k$ .

1. Определи ја заемната положба на кружницата и секоја од точките на дадениот цртеж.



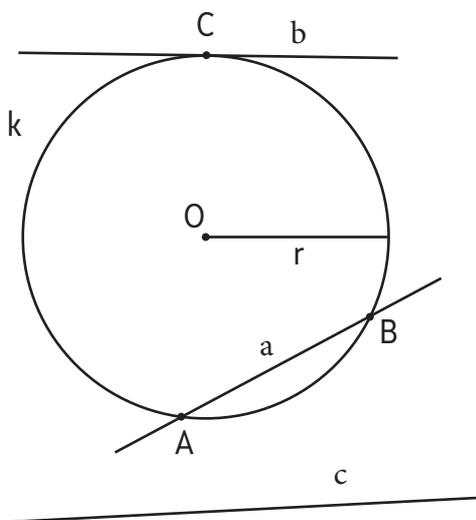
2. Нацртај кружница  $k$  со  $r = 5$  cm и точка  $E$  што не лежи на кружницата.

### Заемна положба на права и кружница

Правата и кружницата може да имаат **една** заедничка точка, **две** заеднички точки или да **немаат** заеднички точки.

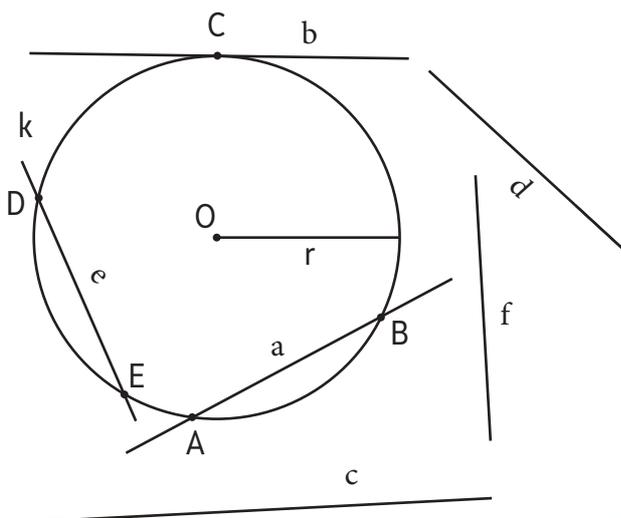
#### ПРИМЕР 1

Една права и една кружница може да ги имаат следните заемни положби:



- 1) Правата и кружницата немаат заеднички точки (права  $c$  и кружница  $k$ );
- 2) Правата и кружницата имаат една заедничка точка (правата  $b$  ја допира кружницата  $k$  во точката  $C$  и се нарекува тангента на кружницата);
- 3) Правата и кружницата имаат две заеднички точки (правата  $a$  ја сече кружницата  $k$  во точките  $A$  и  $B$  и се нарекува секанта на кружницата).

3. Каква е заемната положба на правите и на кружницата  $k(O; r)$  од цртежот?



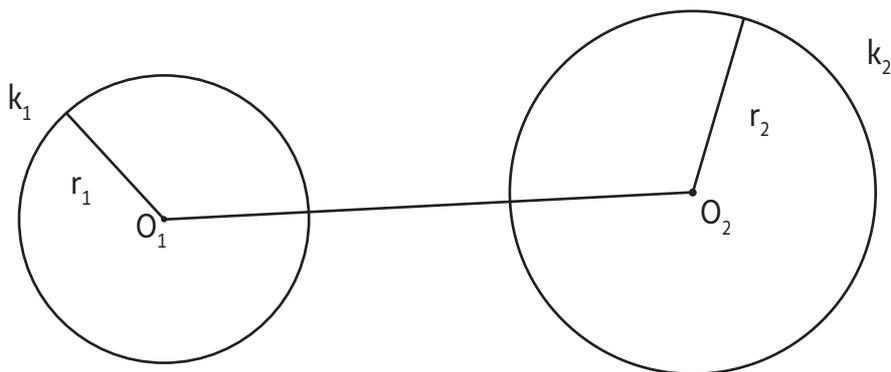
4. Нацртај кружница  $k$  со  $r = 6$  cm и произволна права  $b$  што ја допира кружницата во точка  $V$ .

### Заемна положба на две кружници

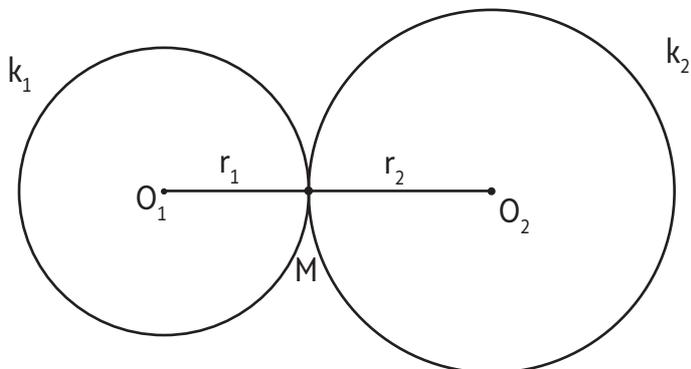
Растојанието меѓу центрите на две кружници се вика **централно растојание** на тие кружници и се означува  $O_1O_2 = d$ .

Две кружници може да ги имаат следниве заемни положби:

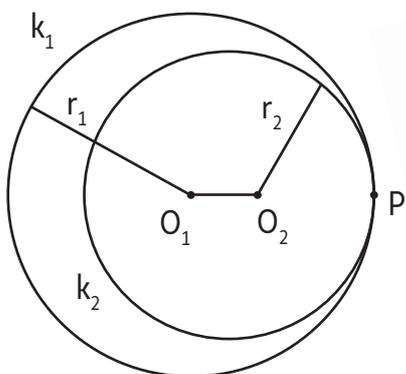
1) Ако  $d > r_1 + r_2$ , тогаш кружниците немаат ниту една заедничка точка.



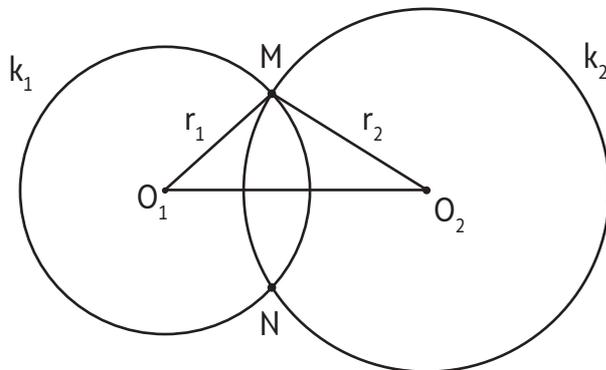
2) Ако  $d = r_1 + r_2$ , тогаш кружниците се допираат однадвор и имаат само една заедничка точка.



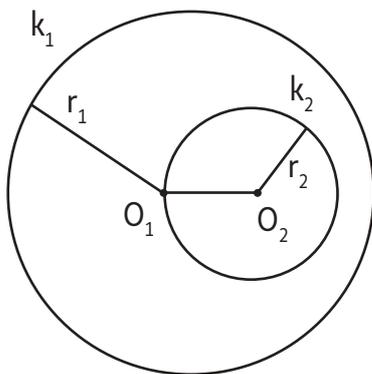
3) Ако  $d = r_1 - r_2$ , тогаш кружниците се допираат однатре и имаат само една заедничка точка.



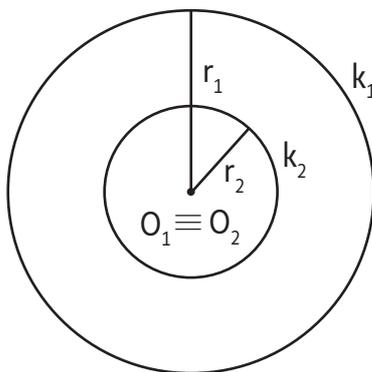
4) Ако  $d < r_1 + r_2$  и  $d > r_2 - r_1$  така што  $r_2 > r_1$ , тогаш кружниците се сечат и имаат точно две заеднички точки.



5) Ако  $d < r_1 - r_2$  така што  $r_1 > r_2$ , тогаш едната кружница се наоѓа во другата и немаат заеднички точки.



6) Ако  $d = 0$ , тогаш кружниците имаат заеднички центар и се викаат **концентрични** кружници.



**Напомена:**

$O_1 \equiv O_2$ , знакот

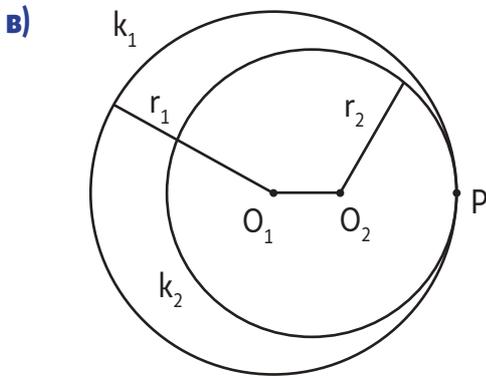
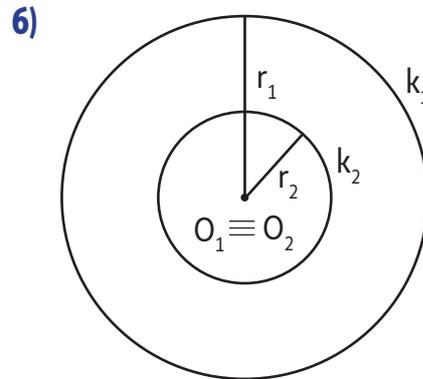
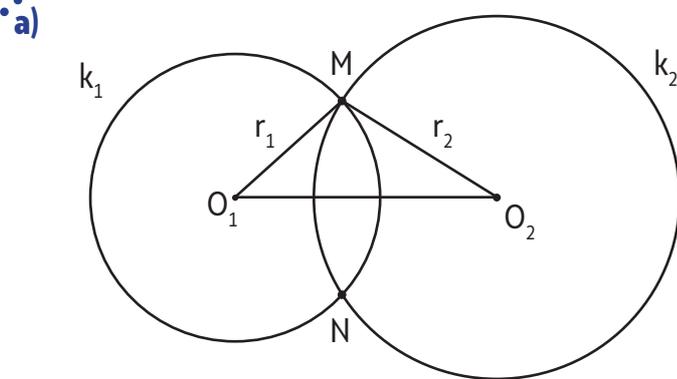
$\equiv$

се чита:

„се совпаѓа“.



5. Каква е заемната положба на кружниците од сликата:



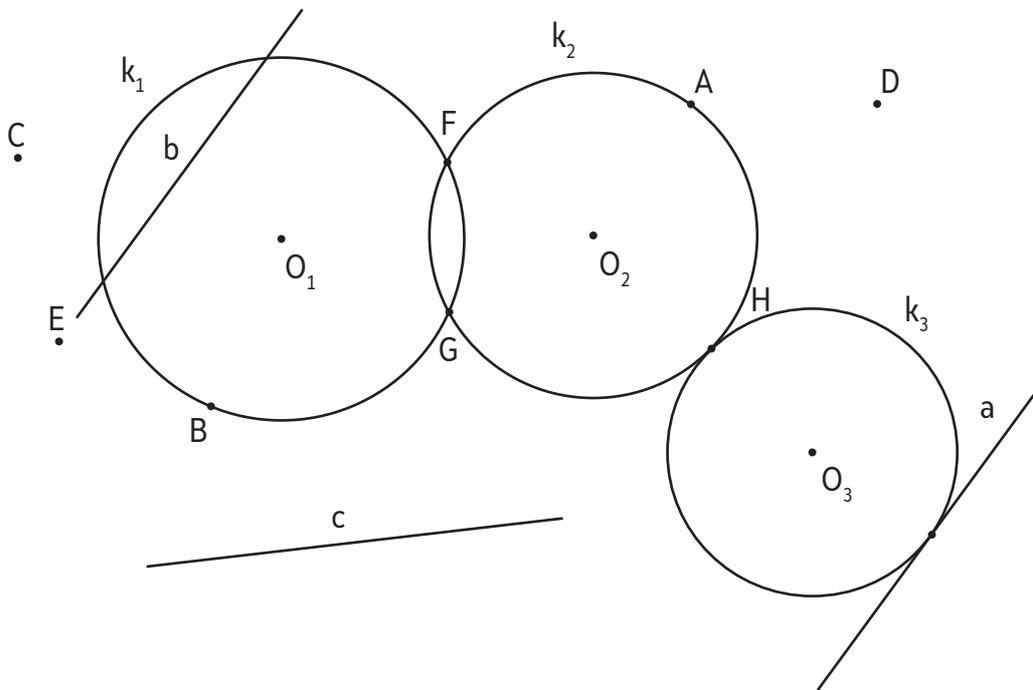
6. Нацртај две кружници што се допираат однадвор.

### Вежбај

1. Што е централно растојание на две кружници?
2. Кој е условот за две кружници да се сечат?
3. Кој е условот за две кружници да се допираат однадвор?
4. За кои две кружници велиме дека се концентрични кружници?
5. Кој е условот за две кружници да немаат ниту една заедничка точка?
6. Нацртај две кружници со  $r_1 = 2$  cm и  $r_2 = 3$  cm така што:
  - ▶ се сечат;
  - ▶ се допираат однадвор;
  - ▶ се концентрични.



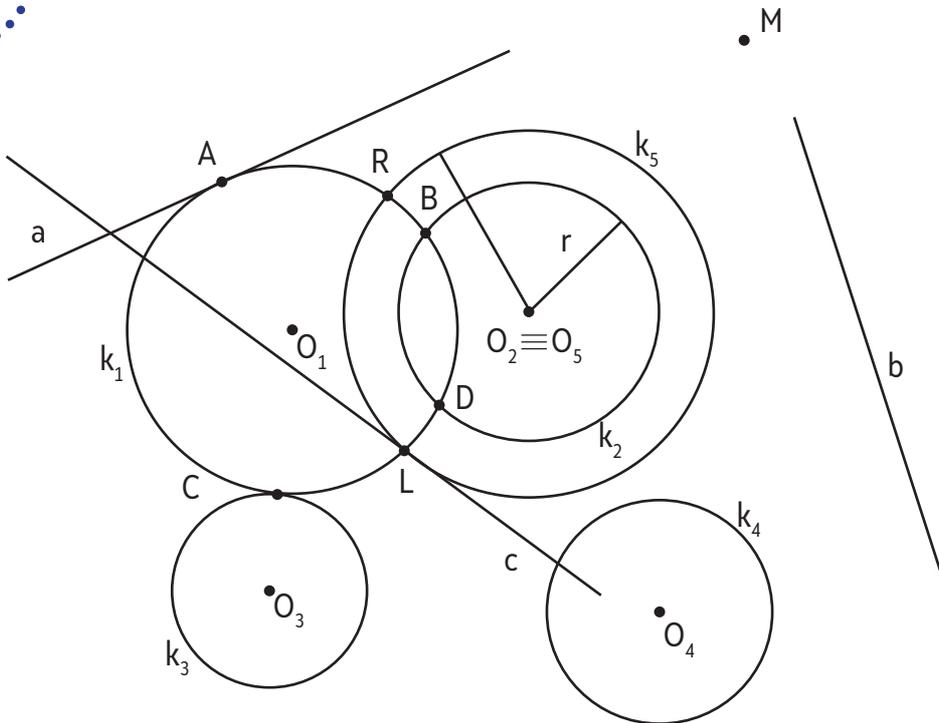
7. Заокружи ги точните одговори:



- а)**  $B \in k_1$ ,  
**б)** Кржницата  $k_1$  се сече со кржницата  $k_3$ ,  
**в)** Кржниците  $k_2$  и  $k_3$  се допираат,  
**г)** Правата  $a$ , ја сече кржницата  $k_1$ ,  
**д)**  $D \notin k_3$
- ѓ)** Кржниците  $k_1$  и  $k_2$  се сечат,  
**е)** Правата  $c$  ја сече кржницата  $k_2$ ,  
**ж)** Правата  $c$  нема заедничка точка со кржницата  $k_1$ ,  
**з)**  $A \in k_3$ .



8. Од цртежот одреди ја:



- ▶ заемната положба на точката М и L со кружниците;
- ▶ заемната положба на правата a и кружницата  $k_1$ ;
- ▶ заемната положба на правата b и кружницата  $k_1$ ;
- ▶ заемната положба на правата c и кружницата  $k_1$ ;
- ▶ заемната положба на кружниците  $k_1$  и  $k_2$ ;
- ▶ заемната положба на кружниците  $k_1$  и  $k_3$ ;
- ▶ заемната положба на кружниците  $k_5$  и  $k_2$ ;
- ▶ заемната положба на кружниците  $k_4$  и  $k_2$ .

9. Каква заемна положба имаат две кружници со радиуси  $r_1$ ,  $r_2$  и централно растојание  $d$ , ако е:

- ▶  $r_1 = 25 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 35 \text{ mm}$ ,  $d = 60 \text{ mm}$ ;
- ▶  $r_1 = 42 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 28 \text{ mm}$ ,  $d = 30 \text{ mm}$ ;
- ▶  $r_1 = 30 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 20 \text{ mm}$ ,  $d = 50 \text{ mm}$ .



## ЌЕ НАУЧИШ:

Да класифицираш многуаголници според број на страни (темиња, агли) и според големина на агли

Да одредуваш број на дијагонали во многуаголник.



ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Што е многуаголник?

Кои многуаголници ги познаваш?

Што е дијагонала?

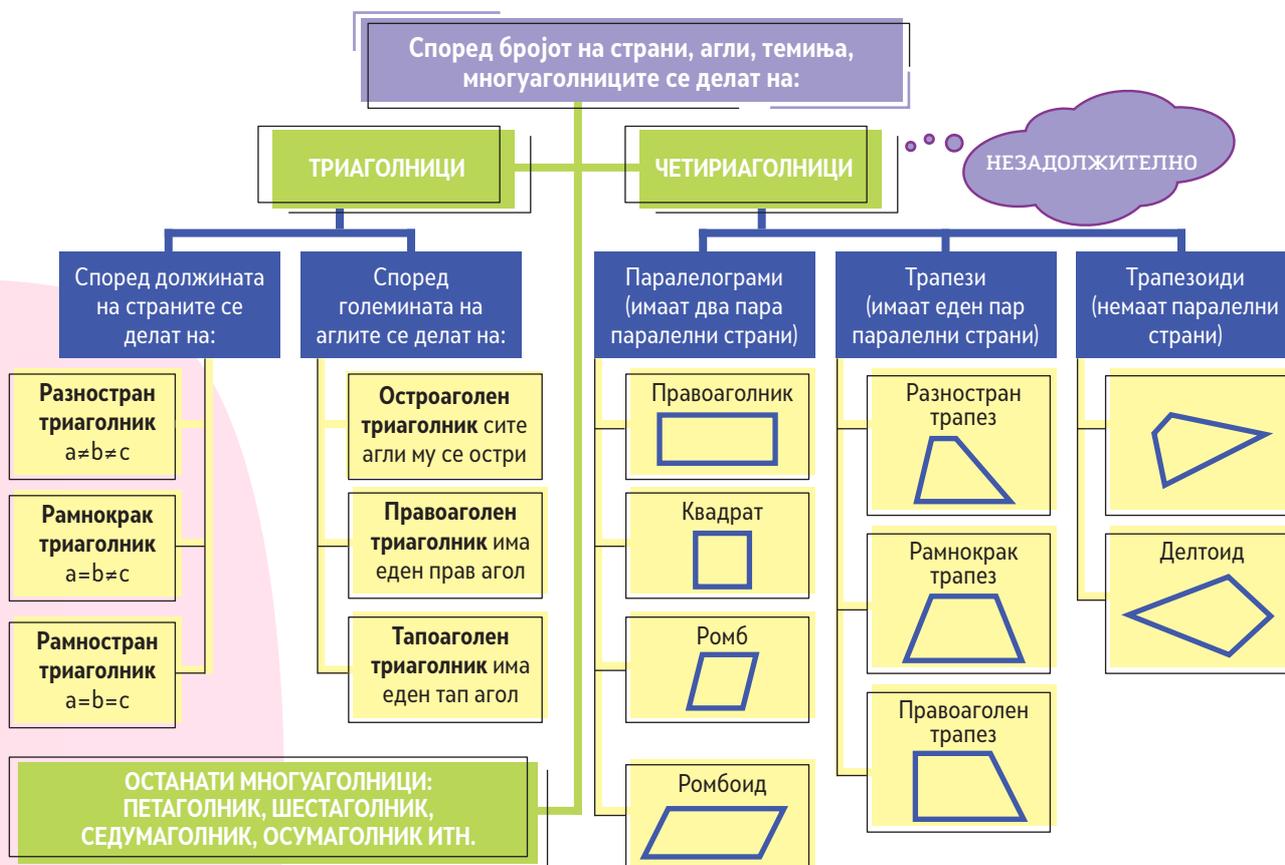
ИНФОРМАЦИЈА



многуаголници?



Многуаголниците, освен триаголникот и четириаголникот, своите имиња ги добиваат според бројот на страни (агли, темиња): петаголник, шестаголник, седумаголник итн. Ова име се надополнува според карактеристиките на нивните страни и агли.





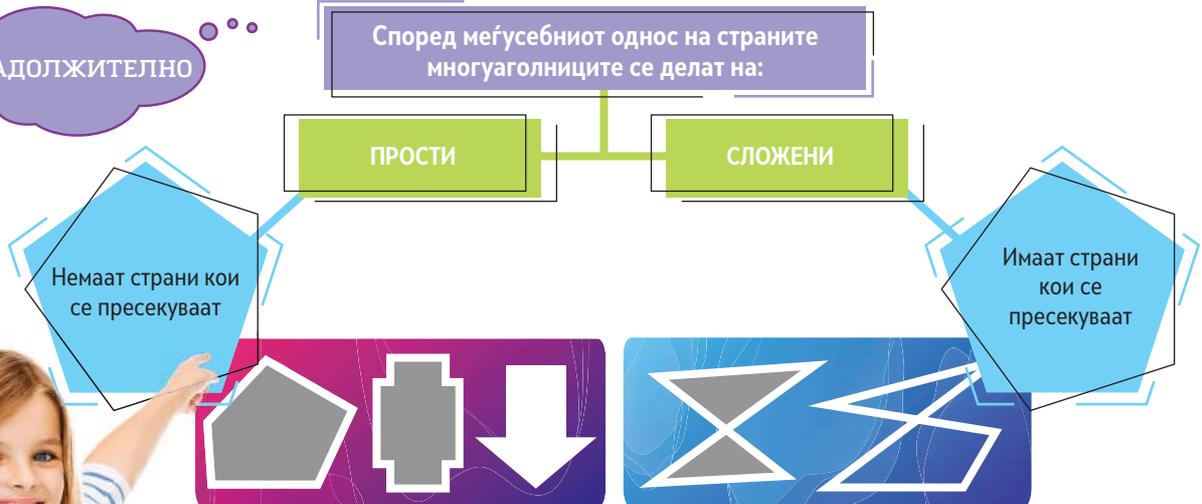
Т. 2



НЕЗАДОЛЖИТЕЛНО



НЕЗАДОЛЖИТЕЛНО

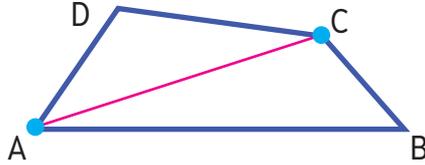


1

# ИНФОРМАЦИЈА



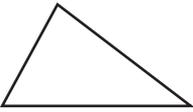
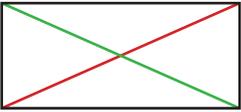
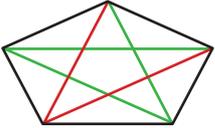
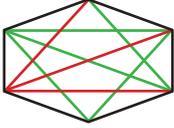
Отсечката што поврзува две несоседни темиња во многуаголникот се вика **дијагонала**.



## ПРИМЕР:

Колку дијагонали може да се повлечат од едно теме на многуаголник? Колку дијагонали може да се повлечат во еден многуаголник?



Многуаголник	Број на страни, агли, темиња (n)	Број на дијагонали повлечени од едно теме (d)	Вкупен број на дијагонали (D)
 триаголник	3	Нема несоседни темиња → нема дијагонали	
 четириаголник	4	→ 1 -3	2 ↓ +3
 петаголник	5	→ 2 -3	5 ↓ +4
 шестаголник	6	→ 3 ?	9 ↓ +5
 седумаголник	7	→ 4 ?	14 ↓ +?
⋮ ⋮ ⋮ n - аголник	⋮ ⋮ ⋮ n	⋮ ⋮ ⋮ n - 3	⋮ ⋮ ⋮ $n \cdot (n - 3) : 2$



8. Збирот на дијагоналите во седумаголникот и дијагоналите во десетаголникот го дава бројот на дијагонали повлечени од едно теме на некој многуаголник. На кој многуаголник?
9. Кој многуаголник има 9 дијагонали?



### ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА:

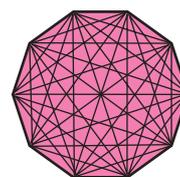
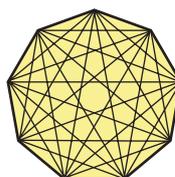
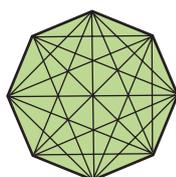
Шест компании за производство на автомобилски делови се договараат да воспостават соработка, за да го прошират своето производство и да произведат свој модел на автомобил. Колку договори за соработка ќе треба да бидат потпишани на нивниот прв состанок?



### ЗЕЛЕНА МАТЕМАТИКА

Во една градина се планира засадување нови цветни дрвца. За таа цел, околу централната кружна фонтана, на еднакво растојание од неа, ќе бидат насадени дрва од видот магнолии. Кои било две дрва ќе ги поврзуваат праволиниски цевки за вода. Колку вкупно цевки ќе бидат поставени, ако се засадат:

- а) 7,    б) 8,    в) 9,    г) 10 магнолии.



## 2 ВИСИНИ И ТЕЖИШНИ ЛИНИИ НА ТРИАГОЛНИК

### ЌЕ НАУЧИШ:

Што е висина на триаголник, ортоцентар, тежишна линија, тежиште и средна линија на триаголник

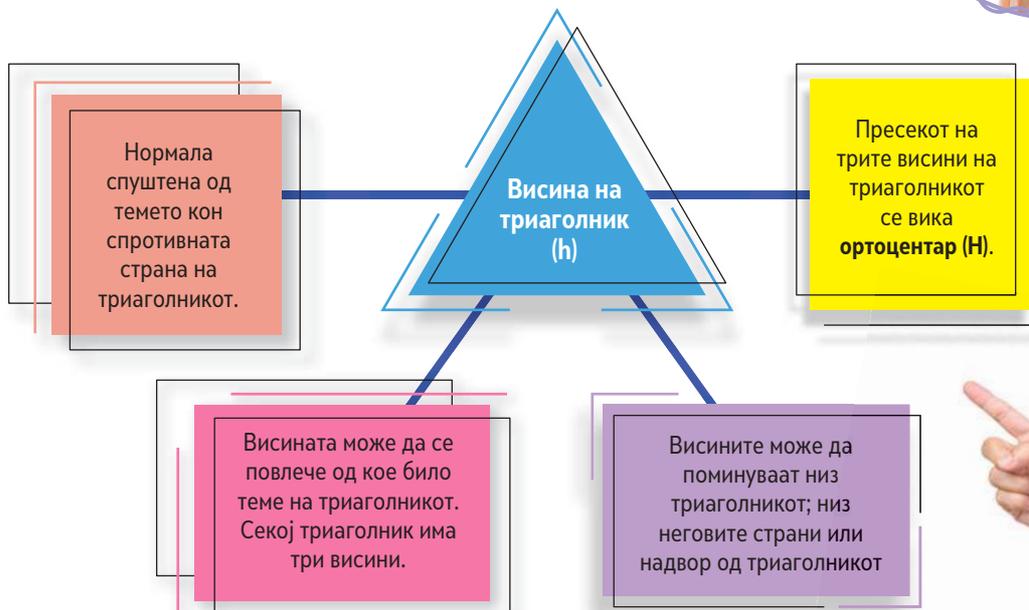


ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Кои прави се паралелни?

Кога велеме дека правите се заемно нормални?

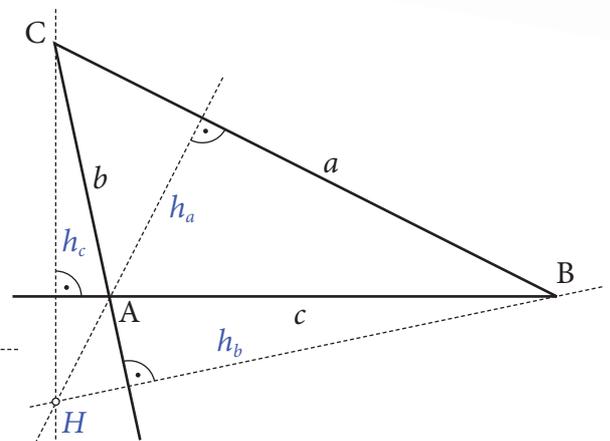
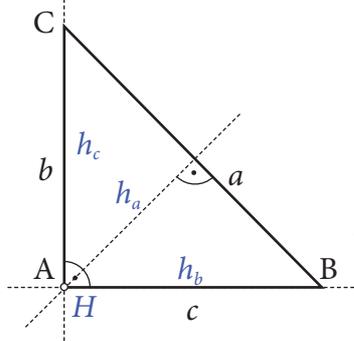
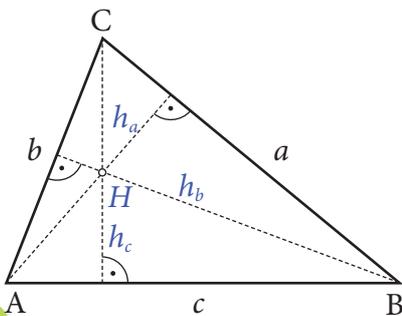
Што значи две прави да се сечат?

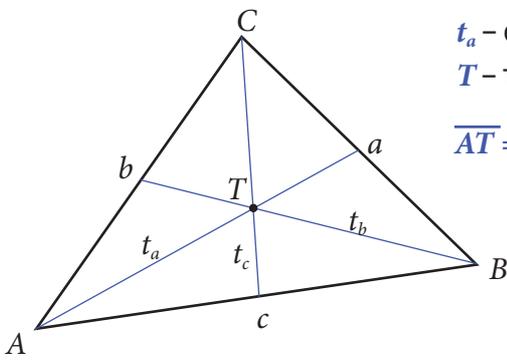
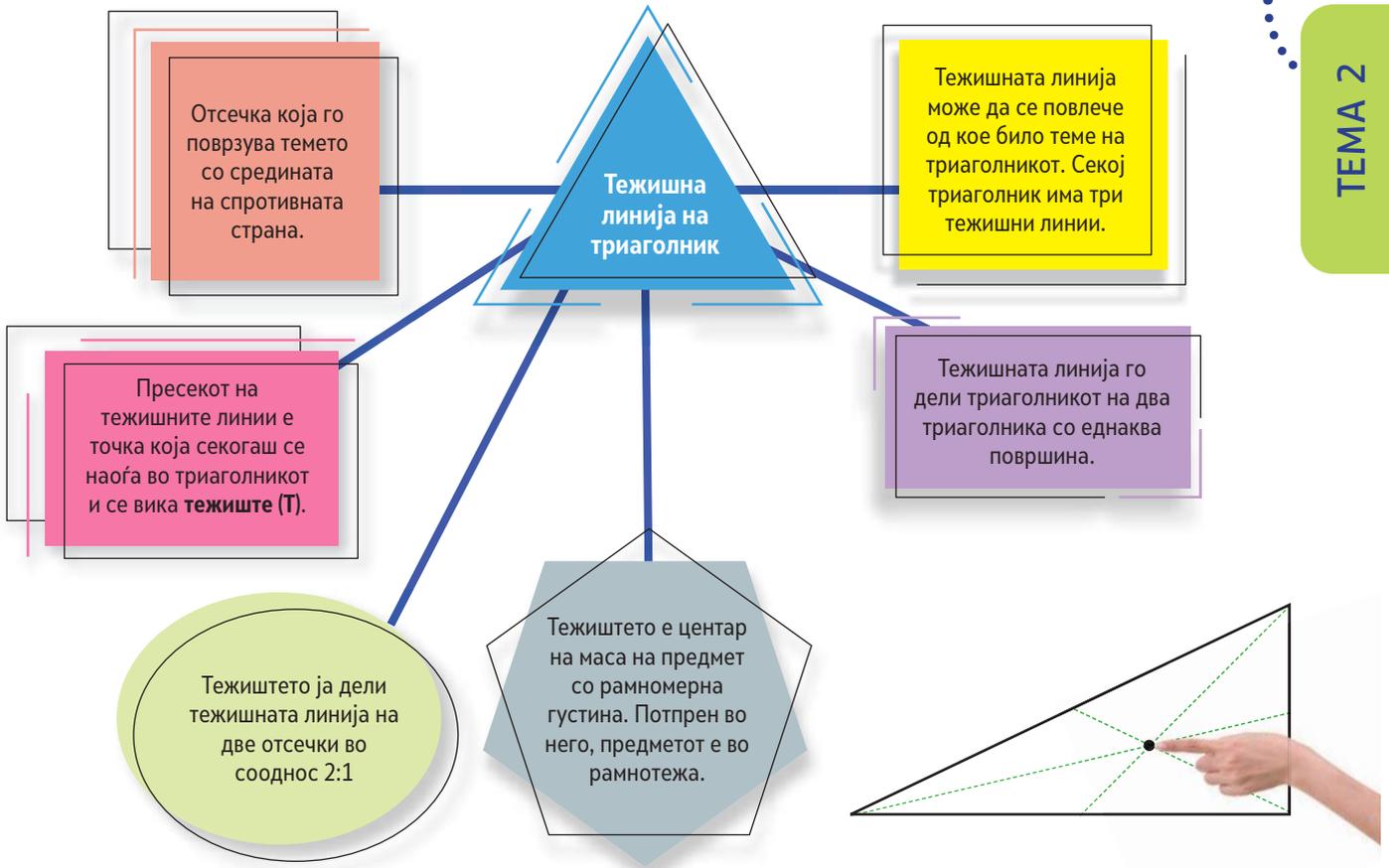


Висини кај остроаголен, правоаголен и тапоаголен триаголник:

$h_a$  – ознака за висина спуштена кон страната  $a$

$H$  – ортоцентар

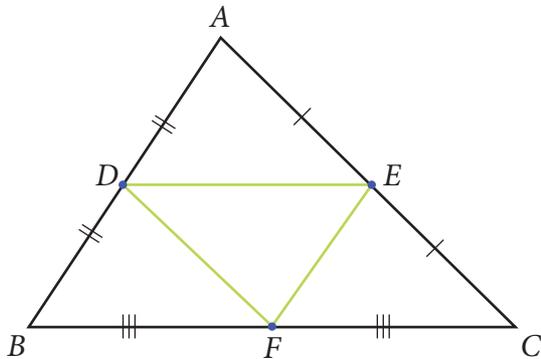




$t_a$  – ознака за тежишна линија спуштена кон страната  $a$

$T$  – тежиште

$$\overline{AT} = \frac{2}{3} t_a, \quad \overline{BT} = \frac{2}{3} t_b, \quad \overline{CT} = \frac{2}{3} t_c$$



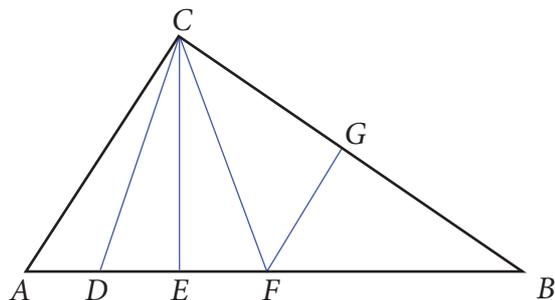
$$m_a = \overline{DE}, \quad m_b = \overline{DF}, \quad m_c = \overline{EF}$$



Провери дали разбра

1. Разгледај го цртежот и одговори:

- Која од отсечките во триаголникот е висина?
- Која од отсечките е тежишна линија?
- Која од отсечките е средна линија?



2. Колку висини треба да нацрташ за да го одредиш ортоцентарот на триаголникот?

3. Што можеш да заклучиш за висините, тежишните линии и средните линии на:

- рамнокрак триаголник,
- рамностран триаголник?

4. Нацртај разностран остроаголен триаголник и повлечи ги неговите висини. Измери ги и запиши ги нивните должини. Подреди ги по големина, почнувајќи од најмалата. Подреди ги и страните по големина, почнувајќи од најмалата. Што можеш да заклучиш? Дали важи истото и за тежишните линии и за средните линии?

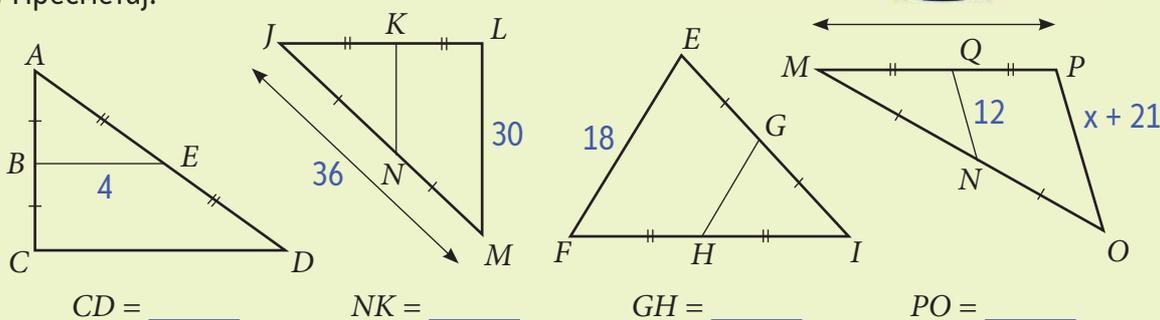
Вежбај

1. На кој триаголник:

- висините му се еднакви;
- две тежишни линии му се еднакви;
- две висини се совпаѓаат со неговите страни?



2. Пресметај:



3. Висините на  $\triangle ABC$  имаат должини  $h_a = 4$  cm,  $h_b = 5$  cm и  $h_c = 6$  cm. Која од страните на триаголникот ќе има најголема должина?

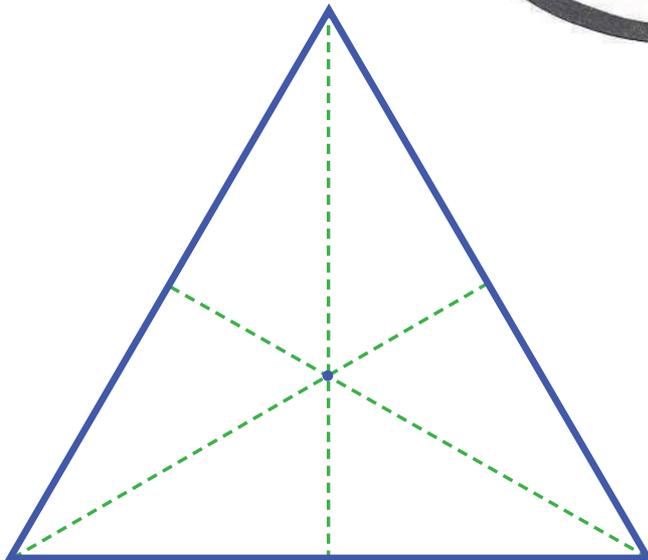
4. Која точка ќе ја добиеш ако:
- во рамностран  $\triangle ABC$ , нацрташ висина од темето A и тежишна линија од темето B;
  - во рамнокрак правоаголен  $\triangle ABC$ , нацрташ висина кон хипотенузата?
5. Во  $\triangle ABC$ ,  $t_a$  изнесува 6 cm. Определи, без да црташ, колкаво е растојанието помеѓу темето A и тежиштето T?
6. Во рамностраниот  $\triangle ABC$ , висината  $h_c$  изнесува 9 cm. Определи, без да црташ, колкаво е растојанието помеѓу тежиштето и ортоцентарот?



Групна  
активност



Во рамностран триаголник  
растојанието од ортоцентарот  
до страната е 5 cm.  
Колку изнесува збирот на  
висините на триаголникот?



**ОРТОЦЕНТАР!!!**



# 2

## СИМЕТРАЛИ НА СТРАНИТЕ И СИМЕТРАЛИ НА АГЛИТЕ НА ТРИАГОЛНИКОТ

### ЌЕ НАУЧИШ:

Да црташ симетрали на страните на триаголникот и симетрали на аглиите на триаголникот  
 Што е опишана кружница и што е впишана кружница  
 Да црташ опишана и впишана кружница на триаголник.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

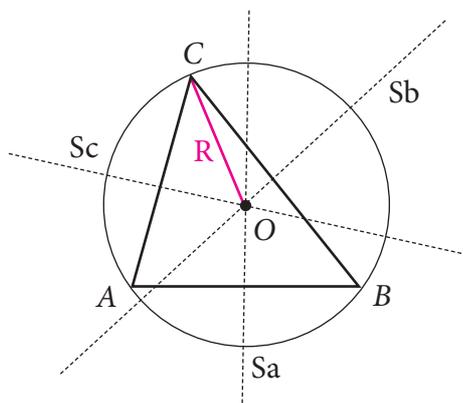
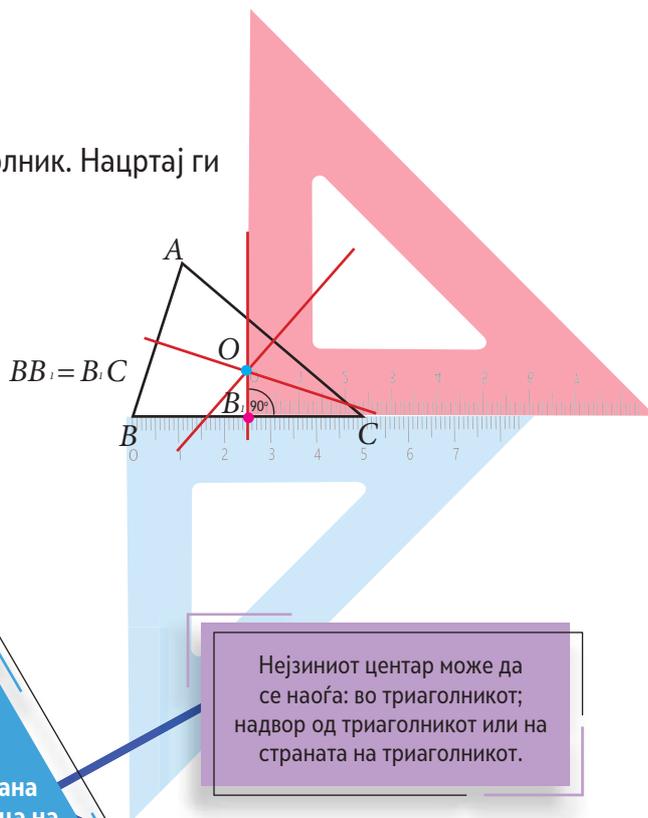
Што е симетрала на отсечка?  
 Што е симетрала на агол?  
 Што е кружница?

### ПРИМЕР

Нацртај произволен разностран остроаголен триаголник. Нацртај ги симетралите на неговите страни.

### Решение

Ако работеше прецизно, сигурно доби цртеж како на сликата десно. Трите симетрали на страните се пресекуваат во една точка  $O$ . Оваа точка се вика центар на опишана кружница.



Нејзиниот центар може да се наоѓа: во триаголникот; надвор од триаголникот или на страната на триаголникот.

Нејзиниот **радиус (R)** е растојанието од центарот до кое било теме на триаголникот.

Ги допира темињата на триаголникот.

Кај правоаголен триаголник радиусот е половина од хипотенузата.

Нацртај ја опишаната кружница на твојот триаголник, така што ќе го забодеш шестарот во центарот  $O$  и ќе го отвориш до кое било теме на триаголникот.



Провери  
дали разбра

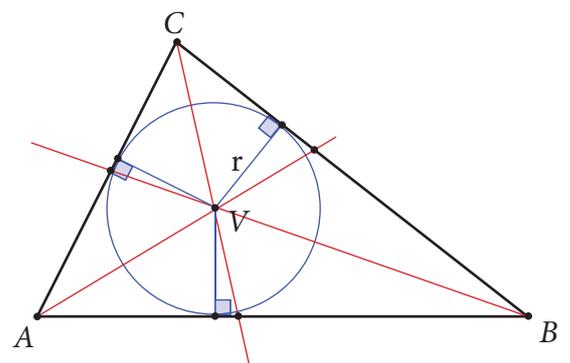
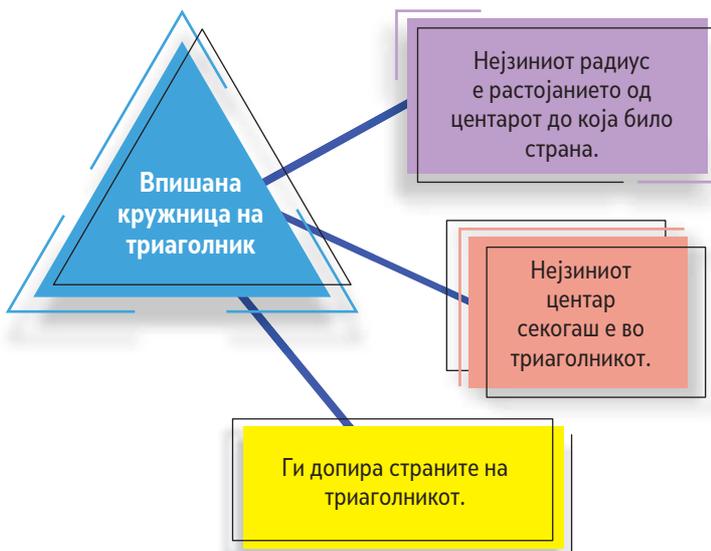
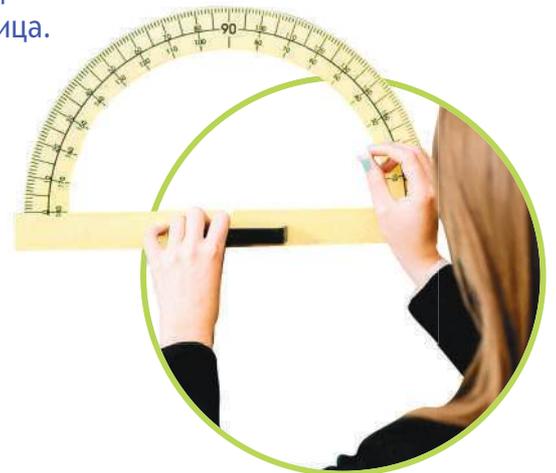
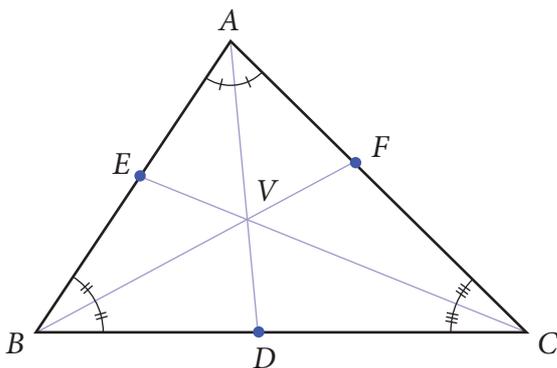
1. Колку симетрали на страни треба да нацрташ за да го одредиш центарот на опишаната кружница?
2. Нацртај опишана кружница на: разностран правоаголен триаголник; разностран тапоаголен триаголник и рамностран триаголник.

## ПРИМЕР

Нацртај произволен разностран остроаголен триаголник. Нацртај ги симетралите на неговите агли. Користи агломер.

## Решение

Ако работеше прецизно, сигурно доби цртеж како на сликата долу. Трите симетрали на агли се пресекуваат во една точка  $V$ . Оваа точка се вика центар на впишана кружница.



Провери  
дали разбра

1. Внеси го видот на триаголник за кој важи својството:

	Ја дели спротивната страна на два еднакви дела	Го дели аголот на два еднакви дела	Минува низ центарот на опишаната кружница на триаголникот	Минува низ центарот на впишаната кружница на триаголникот
Симетрала на страна на триаголник				
Симетрала на агол на триаголник				

### Вежбај

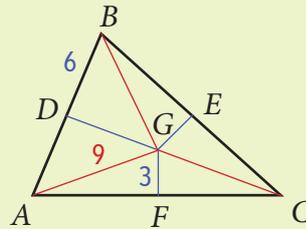
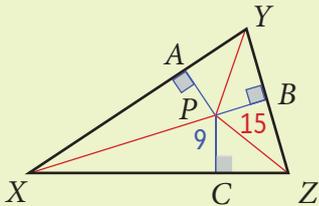
1. Што претставуваат перките на ветерницата за нацртаниот триаголник?
2. Нацртај рамнокрак триаголник, нацртај ги висината и тежишната линија кон основата и одреди го центарот на впишаната кружница. Што можеш да заклучиш од цртежот?



3. Нацртај рамностран триаголник со страна 5 cm. Нацртај ги симетралите на неговите агли. Колкаво е растојанието меѓу центарот на впишаната кружница и на страната?

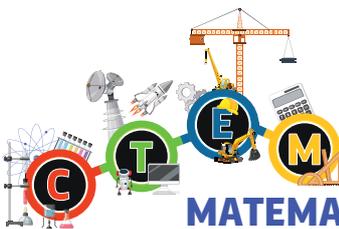


4. Колку изнесува должината на
- a) отсечката  $\overline{PB}$  во  $\Delta XZY$ ?
  - б) отсечката  $\overline{BG}$  во  $\Delta ACB$ ?



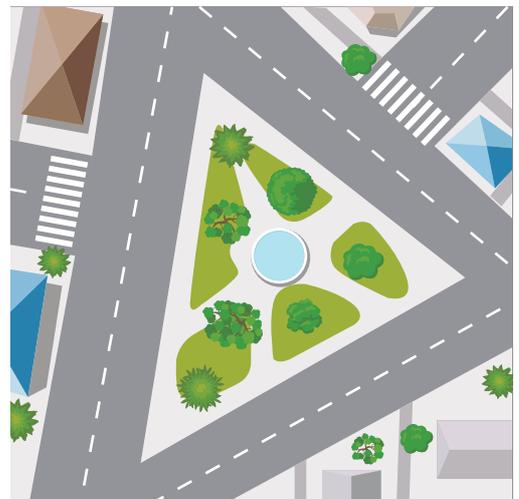
### ЕКОНОМСКА МАТЕМАТИКА:

Три сладоледџии со своите подвижни фрижидери продаваат сладолед на локации А, В и С надвор од градот по препорака на нивниот дистрибутер. Тој се водел од идејата да не си ги „кратат“ потрошувачите, но и да му бидат сите на еднакво растојание од магацинот. Определи ја локацијата на неговиот магацин.



### МАТЕМАТИКА

Во новиот урбанистички план, во триаголниот парк, е планирано да се изгради нова фонтана со чешми за пиење вода. Идејата на архитектот е дадена на сликата, но градскиот совет дал препорака таа да биде еднакво оддалечена од трите улици за да биде лесно достапна за пешаците. Провери дали е добро испланирана нејзината локација и патеките кои водат до неа?



**ЌЕ НАУЧИШ:**

Да пресметуваш непознат агол во различни триаголници.

**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Кои се видовите триаголници?

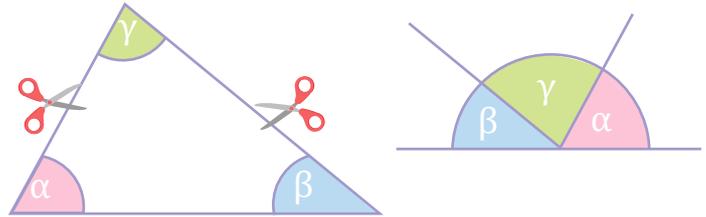
Кои се видовите агли што ги познаваш и колку изнесува нивната големина изразена во степени?

**ПРИМЕР**

Нацртај ги сите видови триаголници според должината на нивните страни и според големината на нивните агли. Потоа измери ги аглите на секој од триаголниците и пресметај го нивниот збир.

**Решение**

Да разгледаме еден произволен триаголник. Ако ги отсечеме трите агли и ги наредиме еден до друг така што ќе имаат заедничко теме и заеднички краци како на сликата, тогаш тие заедно ќе формираат рамен агол



Од ова, а и од твоите мерења во задачата, може да се изведе заклучок дека за кој било триаголник важи: збирот на неговите агли изнесува  $180^\circ$ .

**ПРИМЕР**

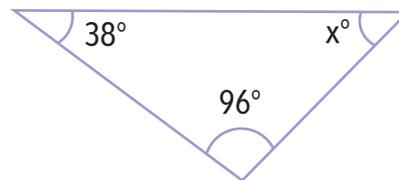
Два од аглите во триаголникот се  $38^\circ$  и  $96^\circ$ . Пресметај ја големината на третиот агол.

**Решение**

Пресметување на непознатиот агол преку израз:

$$x^\circ = 180^\circ - (38^\circ + 96^\circ) = 180^\circ - 134^\circ = 46^\circ, \text{ или}$$

$$x^\circ = 180^\circ - 38^\circ - 96^\circ = 142^\circ - 96^\circ = 46^\circ$$



Пресметување на непознатиот агол со решавање равенка:

$$38^\circ + 96^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

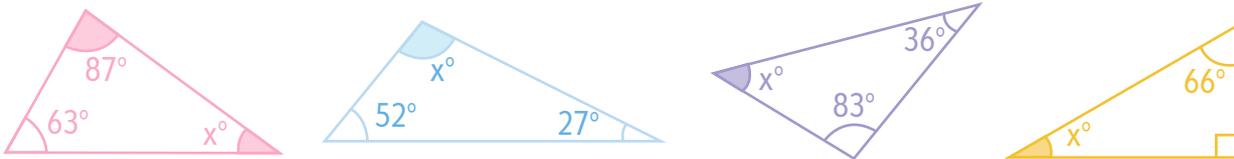
$$134^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 134^\circ$$

$$x^\circ = 46^\circ$$

Провери дали разбра

1. Дали постои триаголник со агли:
- a.  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $90^\circ$ ;                      c.  $35^\circ$ ,  $65^\circ$  и  $80^\circ$ ;  
 b.  $79^\circ$ ,  $81^\circ$  и  $30^\circ$ ;                      d.  $110^\circ$ ,  $40^\circ$  и  $50^\circ$ ?
2. Пресметај го аголот што недостасува:



Вежбај

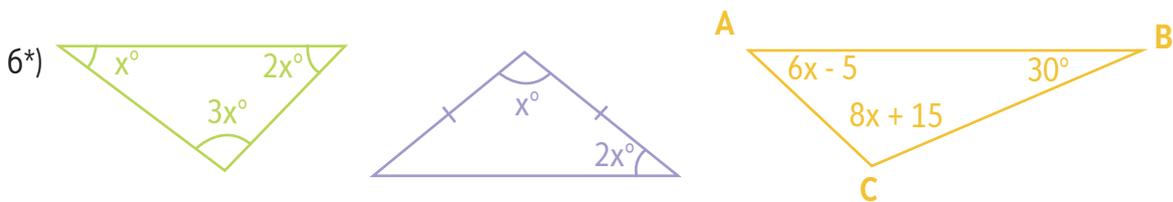
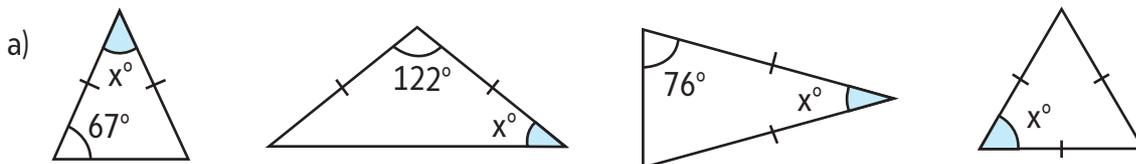
1. Пополни ја табелата така што аглите  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  да бидат внатрешни агли на триаголник.

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
$49^\circ$		$103^\circ$
$51^\circ$	$72^\circ$	
	$43^\circ$	$11^\circ$

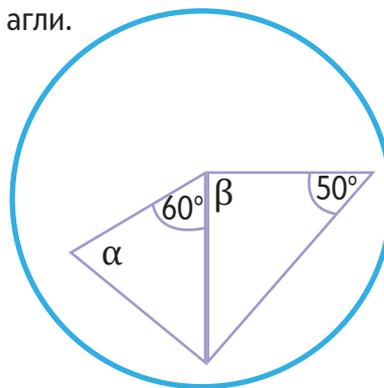
2. Од кој вид е триаголникот ако збирот на два негови агли е:

- a) тап агол,    б) прав агол,    в) остар агол.

3. Пресметај го непознатиот агол во триаголникот:



4. Пресметај ги внатрешните агли на триаголникот ако:
- $\alpha + \beta = 106^\circ$  и  $\beta + \gamma = 101^\circ$
  - $\alpha + \beta = 125^\circ$  и  $\alpha - \beta = 27^\circ$
  - $\gamma = 50^\circ$  и  $\gamma - \beta = 3^\circ$
5. Два агли во триаголникот се  $\alpha=32^\circ$  и  $\beta=64^\circ$ . Пресметај го аголот што го зафаќаат симетралите на овие агли. Направи цртеж!
6. Пресметај ги аглиите во рамнокракиот триаголник ако:
- Еден агол е  $54^\circ$ ;
  - Еден агол е два пати поголем од другиот;
  - Еден агол е за  $30^\circ$  помал од другиот;
  - Еден агол е  $\frac{2}{5}$  од другиот;
  - Еден агол е  $60\%$  од другиот.
7. Во правоаголен триаголник еден од аглиите е  $50^\circ$ . Колку изнесуваат другите агли?
8. Разгледај го цртежот и пресметај ги непознатите агли.



## НАДВОРЕШНИ АГЛИ НА ТРИАГОЛНИК

2

### ЌЕ НАУЧИШ:

- Кои се внатрешни агли и кои се надворешни агли на триаголникот
- Да ги применуваш врските меѓу внатрешните агли и надворешните агли за да ги пресметаш сите агли на триаголникот.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Колку изнесува збирот на аглите во триаголникот?  
Кои агли се: соседни, напоредни и накрсни агли?  
Кои агли се комплементни, а кои се суплементни?

### ИНФОРМАЦИЈА

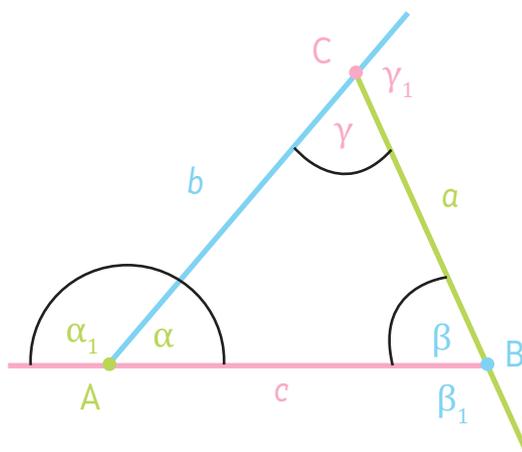


За триаголникот ABC, аглите  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  се викаат **внатрешни агли** на триаголникот..

Со продолжување на страните на триаголникот се добиваат уште три агли  $\alpha_1, \beta_1$  и  $\gamma_1$ , кои се викаат **надворешни агли** на триаголникот.

Секој внатрешен агол со надворешниот агол, со кој има заедничко теме, формира рамен агол. Значи нивниот збир изнесува  $180^\circ$ .

Ако  $\alpha$  заедно со  $\beta$  и  $\gamma$  формира рамен агол и заедно со  $\alpha_1$  формира рамен агол, тогаш  $\alpha_1 = \beta + \gamma$  и ова важи за сите надворешни агли.



Секој надворешен агол во триаголникот е еднаков на збирот од двата несоседни внатрешни агли.

### ПРИМЕР

Пресметај ги надворешните агли на триаголникот. Колку изнесува нивниот збир?



## Решение

Прво да го пресметаме внатрешниот агол  $\gamma$ :

$$\gamma = 180^\circ - (74^\circ + 48^\circ) = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$$

Во исто теме внатрешниот и надворешниот агол се суплементни:

$$74^\circ + \alpha_1 = 180^\circ \rightarrow \alpha_1 = 106^\circ$$

$$48^\circ + \beta_1 = 180^\circ \rightarrow \beta_1 = 132^\circ$$

$$58^\circ + \gamma_1 = 180^\circ \rightarrow \gamma_1 = 122^\circ$$

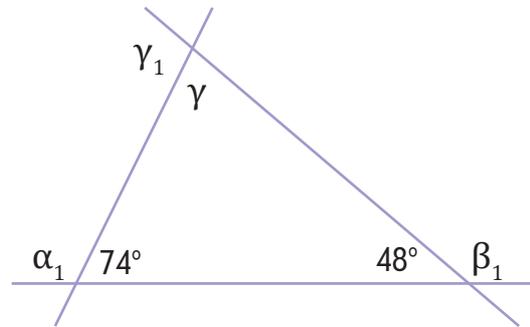
$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 106^\circ + 132^\circ + 122^\circ = 360^\circ$$

Дали збирот на надворешните агли изнесува  $360^\circ$  за секој триаголник?

$$\alpha_1 = \beta + \gamma, \quad \beta_1 = \alpha + \gamma, \quad \gamma_1 = \beta + \alpha$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = \beta + \gamma + \alpha + \gamma + \beta + \alpha = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

Од произволноста на триаголникот следи дека ова важи за секој триаголник.



Провери  
дали разбра

1. За секој од следните триаголници, пресметај го непознатиот агол:

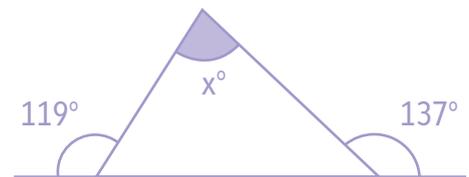
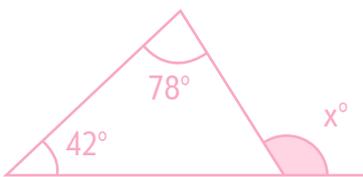
Четири зависимости меѓу аглите на триаголник

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \alpha_1 = \beta + \beta_1 = \gamma + \gamma_1 = 180^\circ$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma, \quad \beta_1 = \alpha + \gamma, \quad \gamma_1 = \beta + \alpha$$

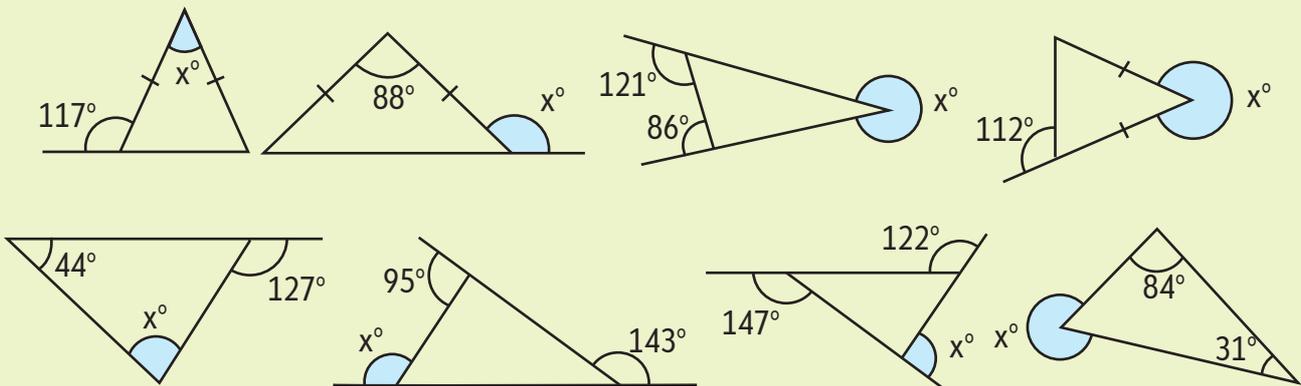
$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$$



2. Еден надворешен агол на триаголникот е  $119^\circ$ . Еден внатрешен агол е за  $31^\circ$  помал од него. Пресметај ги сите внатрешни и сите надворешни непознати агли.

**Вежбај**

1. Пресметај го непознатиот агол:

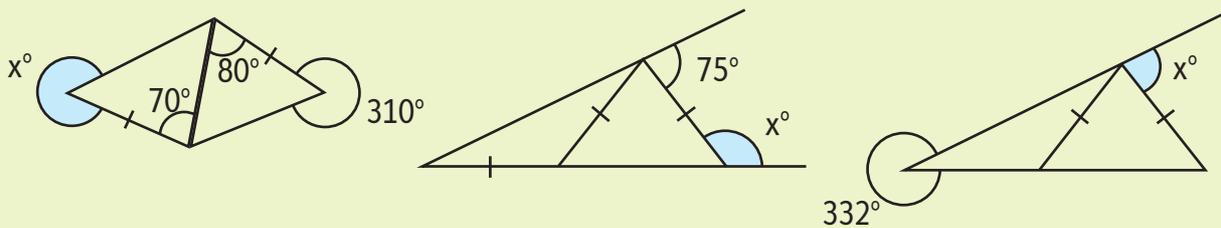


2. Пресметај ги сите агли на триаголникот ако

а)  $\beta_1=108^\circ, \gamma_1=115^\circ$ , б)  $\alpha_1=99^\circ, \gamma=48^\circ$ , в)  $\alpha_1=\beta_1=\gamma_1$ .

3. Пресметај ги аглите на правоаголниот триаголник ако еден негов надворешен агол изнесува  $135^\circ$ .

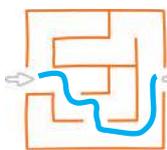
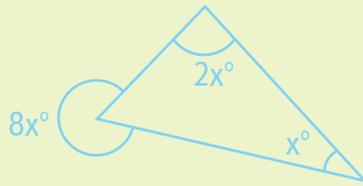
4. Примени ги четирите зависимости меѓу аглите на еден триаголник и пресметај ги бараните агли:



5. Разликата на двата надворешни агли на хипотенузата на правоаголен триаголник е  $40^\circ$ . Пресметај ги аглите на триаголникот.

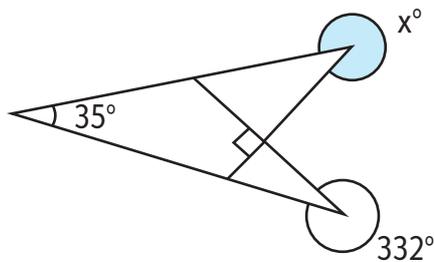
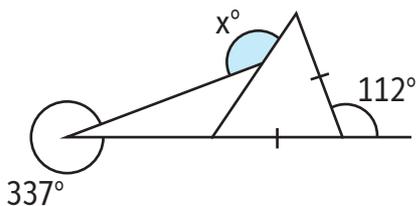


6\*. Пресметај ги аглиите на триаголникот:

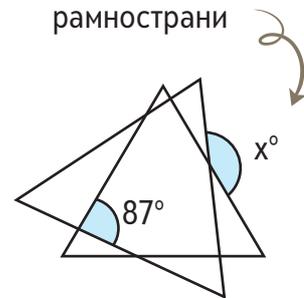


Предизвик:

1. Пресметај ги бараните агли:



Триаголниците се рамностранни



2. Аголот меѓу тежишната линија и висината повлечени од темето на правиот агол на правоаголен триаголник е  $16^\circ$ . Пресметај ги аглиите на триаголникот.

### АКТИВНОСТ

Дали важи врската меѓу аглиите и за Бермудскиот триаголник?

- Истражи и информирај се за Бермудскиот триаголник.
- Послужи се со географска карта од Средна Америка.
- На просирен лист прекопирај ги темињата од картата (побарај ги географските координати) и нацртај го триаголникот.
- Со пресметување провери дали важат врските меѓу аглиите?



## ОДНОС ПОМЕЃУ СТРАНИТЕ И АГЛИТЕ НА ТРИАГОЛНИКОТ

2

### ЌЕ НАУЧИШ:

Како се однесуваат аглите и страните во триаголникот.



### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

Кои се основните елементи на триаголникот?

Кои правила важат за означувањето на основните елементи на триаголникот?



### ПРИМЕР

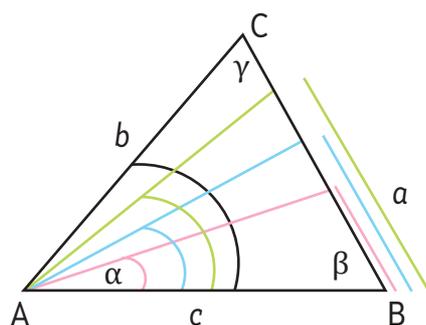
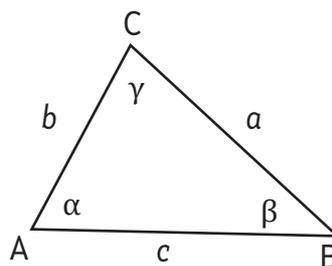
Нацртај разностран остроаголен триаголник. Измери ги неговите агли и неговите страни. Подреди ги во растечки редослед.

### Решение

Според цртежот десно, за страните и аглите на триаголникот важи

$$b < a < c \text{ и } \beta < \alpha < \gamma$$

Значи наспроти најмалиот агол се наоѓа најкратката страна, а наспроти најголемиот агол се наоѓа најдолгата страна.



Ако страната  $c$  и аголот  $\beta$  се непроменливи, тогаш зголемувањето на аголот  $\alpha$  ќе повлекува зголемување на спротивната страна  $a$ , но и намалување на аголот  $\gamma$ .

Растечкиот редослед за секој од триаголниците ќе биде:  
 $a < b < c$  и  $\alpha < \beta < \gamma$

Што ќе се случи доколку големината на аголот кај темето  $A$  продолжи да се зголемува? Провери со цртеж! Потоа објасни го одговорот!



## ПРИМЕР

Дадени се три отсечки  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  и  $\overline{AC}$  (види цртеж). Дали од овие отсечки може да се формира триаголник? Каде треба да се постави точката В за да може да се формира триаголник од отсечките АВ, ВС и АС? Што важи за должините на отсечките?

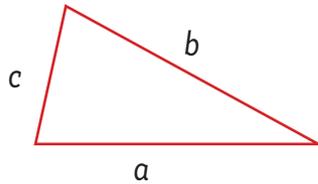


## Решение

Услов за три отсечки да можат да бидат страни на триаголник е:

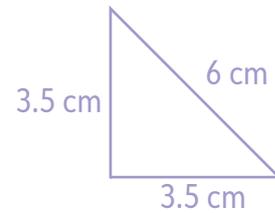
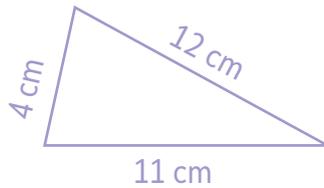
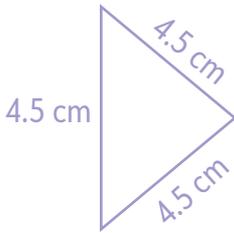
- збирот на кои било две од нив да биде поголем од третата отсечка, или
- најмалата отсечка да е поголема од разликата на другите две.

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ b + c &> a \\ a + c &> b \end{aligned}$$

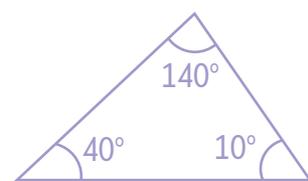
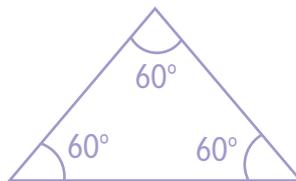
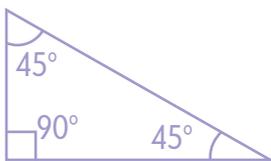


Провери  
дали разбра

1. Означи ги темињата на секој од триаголниците, а потоазначи ги аглиите и запиши ги нивните големини во растечки редослед.



2. Означи ги темињата на секој од триаголниците, а потоа запиши ги неговите страни во опаѓачки редослед, почнувајќи од најдолгата страна.



3. Определи кои три отсечки може да формираат триаголник.

- а) 1 cm; 1 dm и 0,1 m      б) 55 cm; 3 dm и 0,25 dm      в) 6 cm; 8 cm и 5 cm

### Вежбај

1. Во  $\triangle ABC$  за должините на страните важи  $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ . Подреди ги по големина неговите агли, почнувајќи од најмалиот.
2. За должините на страните на триаголникот важи  $a > b > c$ . Може ли аголот  $\beta$  да биде: а) остар, б) прав, в) тап?
3. За еден рамнокрак триаголник познати се два агли:  $70^\circ$  и  $40^\circ$ . Што е поголемо: кракот или основата на триаголникот?
4. Зошто аглие на основата на рамнокракиот триаголник се еднакви?
5. Зошто аглие во рамностраниот триаголник се еднакви?
6. Триаголникот  $ABC$  има страни  $a = 5$  cm и  $b = 3$  cm. Колкава може да биде третата страна на триаголникот?
7. Страните на триаголникот имаат мерни броеви кои се природни броеви. Колку такви триаголници постојат ако две од страните се со должина 8 cm и 11 cm?
8. Страните на еден рамнокрак триаголник се 4 cm и 9 cm. Која од нив е крак?
9. Во правоаголниот триаголник еден од острите агли е  $25^\circ$ . Која од катетите е поголема?



**ЌЕ НАУЧИШ:**

- Да црташ и опишуваш 3Д форми.
- Да ги именуваш и да ги опишуваш 2Д формите од кои е составена 3Д формата.

**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Кои 3Д форми ги знаеш? Како се класифицирани?  
Кои се основните елементи на секоја 3Д форма?

**ПРИМЕР**

Набљудувај. Кои 3Д форми ги препознаваш кај предметите околу себе? Кои од нив се валчести, а кои се рабести?

**Решение**

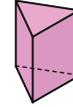
3Д форми се тела во просторот околу нас кои се опишуваат со 3 Димензии - должина, ширина и висина. 3Д значи тридимензионални.

Основни елементи на 3Д формите се:

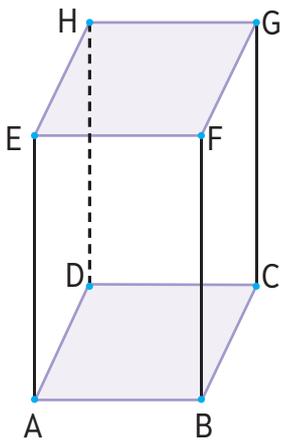
- сидови – површините (2Д форми) со кои е ограничена 3Д формата
- рабови – отсечки во кои се спојуваат сидовите

- темиња – точки во кои се спојуваат соседните рабови.

Рабести се 3Д формите на кои сите сидови (површини) им се рамни.



Валчести се 3Д формите кои имаат закривени површини.



Нацртана е четириаголна призма.

Нејзини основи се четириаголниците ABCD и EFGH.

Сџранични (бочни) сидови се правоаголниците ABFE, BCGF, ADHE и CDHG

Сџранични (бочни) рабови се отсечките  $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$

Во темето C се спојуваат рабовите  $\overline{CB}, \overline{CD}$  и  $\overline{CG}$ .

Работ  $\overline{EF}$  е заеднички раб за основата EFGH и бочниот сид ABFE.

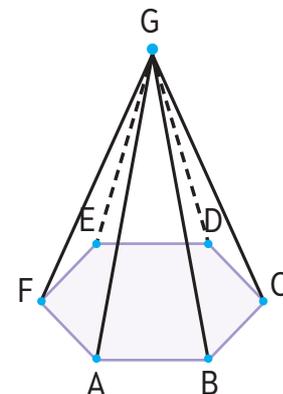
Сидот ADHE е сџрошивен на сидот BCGF.

1. Пополни ја табелата за дадените 3Д форми.

Име	Број на темиња	Број на рабови	Број на сидови	Основа (број и вид на 2Д форма)	Бочни сидови (број и вид на 2Д форма)
Коцка					
Триаголна призма					
Шестаголна призма					
Четириаголна пирамида					
Шестаголна пирамида					

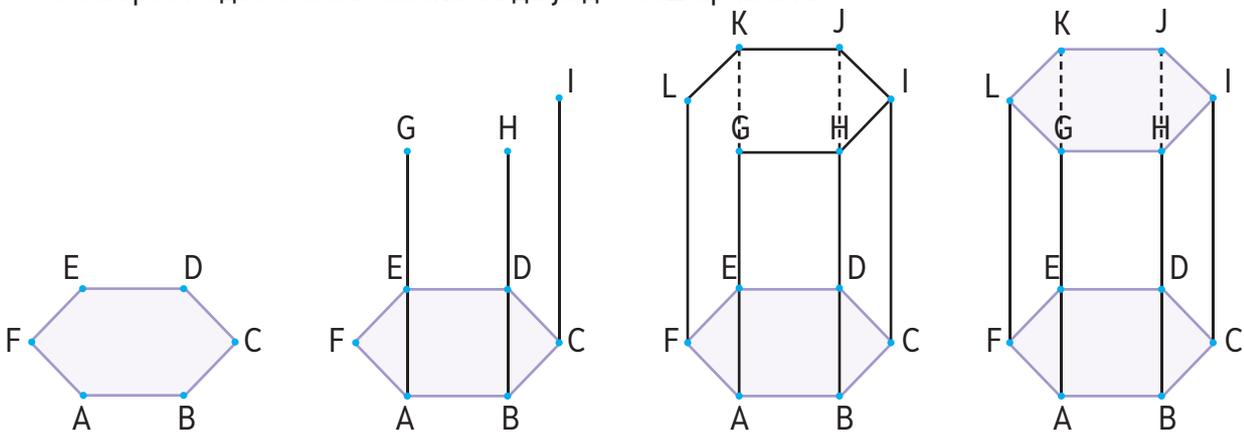
2. Одговори на прашањата за дадената 3Д форма.

- За која 3Д форма станува збор?
- Кој вид многуаголник е нејзината основа?
- Колку бочни рабови има? Кои се тие?
- Колку бочни сидови има? Кој вид на многуаголник се тие?
- Кои рабови се спојуваат во темето D?
- Кои се соседни сидови на сидот EFG?
- Кои рабови се со иста должина?



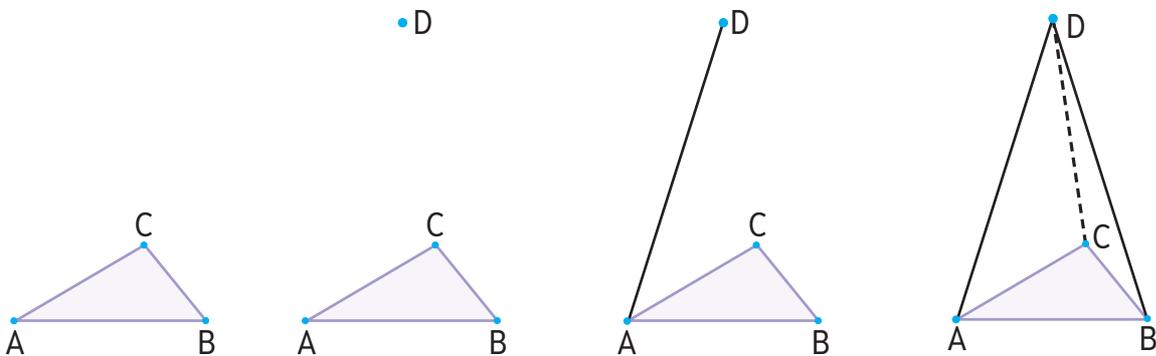
За да нацрташ шестаголна призма висока 7 cm следи ги чекорите:

1. Нацртај ја едната основа - шестаголник ABCDEF;
2. Од секое од темињата на основата нацртај еднакви отсечки со должина 7 cm – вертикални бочни рабови од кои ќе ги добиеш темињата на горната основа;
3. Поврзи ги добиените темиња за да ја добиеш призмата.



За да нацрташ триаголна пирамида следи ги чекорите:

1. Нацртај ја едната основа – триаголник ABC;
2. Избери точка – врв на пирамидата;
3. Секое од темињата на основата поврзи го со врвот;

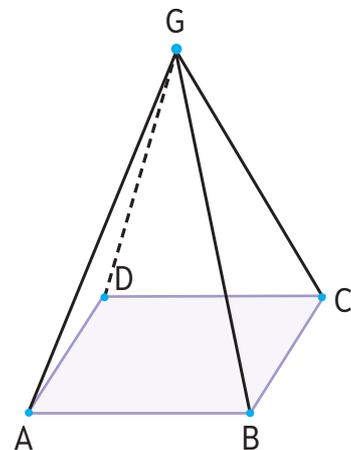


Провери дали разбра

1. Одговори на прашањата за дадената 3Д форма.

- а) За која 3Д форма станува збор?
- б) Кој вид многуаголник е нејзината основа?
- в) Колку бочни рабови има? Кои се тие?
- д) Кои рабови се спојуваат во темето D?
- ѓ) Кои рабови се со иста должина?

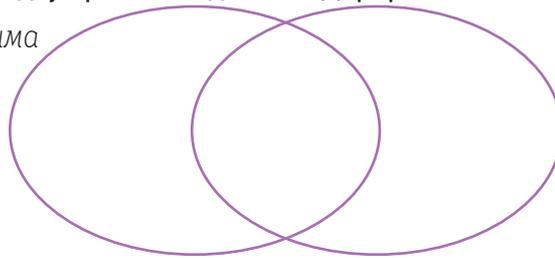
2. Нацртај триаголна призма.



## Вежбај

- Збирот од должините на рабовите на коцка е 156 см. Колку е должината на еден раб?
- Збирот од должините на рабовите на квадар е 96 см. Должината на квадарот е 11 см, а ширината е 6 см. Колкава е висината на квадарот?
- Колку метри жица е потребна за рабовите на тристрана пирамида ако сите тие се со должина од 50 см?
- Пополни го Веновиот дијаграм со видовите 3Д форми.

3Д форма која има  
ѝарен број на  
ѝемиња



3Д форма која има  
сиг ѝтриаголник

- Пополни го Кароловиот дијаграм со видовите 3Д форми.

	Има сид кој е триаголник	Нема сид кој е триаголник
Има сид кој е квадрат		
Нема сид кој е квадрат		



- Какви 3Д форми ќе добиеш ако коцка направена од пластелин, ја пресечеш на половина:
  - по средина на страни
  - по дијагонала на сид

### Групна активност



Изработи книга за 3Д формите. На секоја страница од книгата нацртај една 3Д форма и запиши опис за неа (нејзиното име, бројот на темињата, рабовите и сидовите, каква 2Д форма ѝ е основата, а каква 2Д форма ѝ се бочните сидови, и сл.).

Можеш да додадеш и стихови или пак загатка за секоја од 3Д формите.

Најѝравилна 3Д форма сум,  
- како и да ме гледаш – истио е.  
Сиѝе рабови истии ми се,  
сиѝе сидови истио ѝака.  
Се викам ... (коцка)

Рабесѝо ѝело сум,  
но ѝризма не.  
Рабови имам осум,  
ѝогоди која сум. (четѝтриаголна ѝирамида)

**ЌЕ НАУЧИШ:**

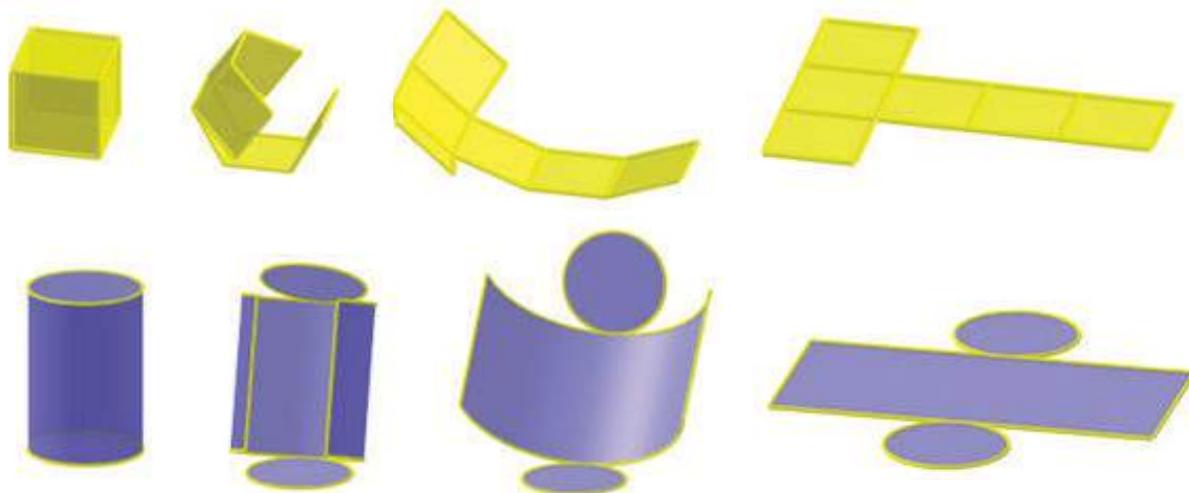
- Да црташ мрежа на ЗД форми (призма, пирамида и цилиндар) и да изработуваш ЗД форми од дадени мрежи.

**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Колку и кој вид четириаголници ти се потребни за да изработиш кутија во форма на коцка?

**Објаснување**

Мрежа на ЗД форма е сложена 2Д форма со чие превиткување (по рабовите на составните делови) се добива ЗД формата. Подолу се претставени мрежите на коцка и цилиндар. Опишете ги! Од кои составни делови (2Д форми) е составена мрежата на еден цилиндар? А на коцка? По што се разликуваат?

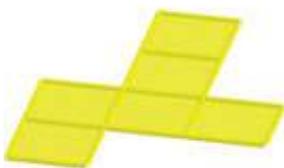


**1.** Кои од следниве форми се мрежа на коцка?  
(За иста ЗД форма можат да се нацртаат различни мрежи.)

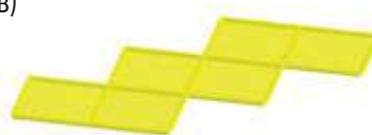
а)



б)



в)



правоаголник?

5?



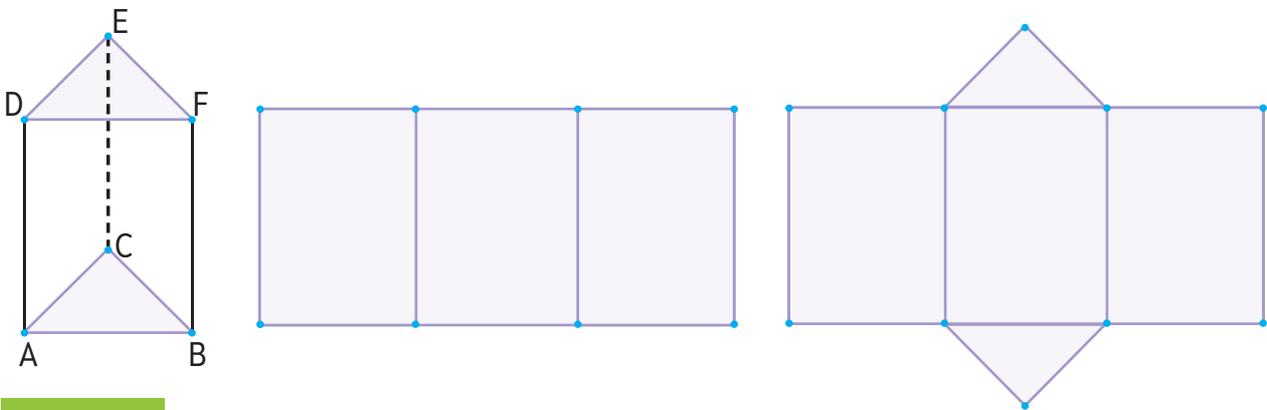
## ПРИМЕР

Нацртај мрежа на триаголна призма со основа рамностран триаголник со страна 4 cm и бочен раб 6 cm.

## Решение

Мрежата на триаголна призма се состои од два исти триаголници (рамностранни триаголници со страна 4 cm) – основи на призмата и три исти правоаголници (со димензии 4 cm и 6 cm).

- Прво ги цртаме бочните ѕидови – три правоаголници.
- Потоа ги цртаме и двете основи – два триаголника како горна и долна основа.



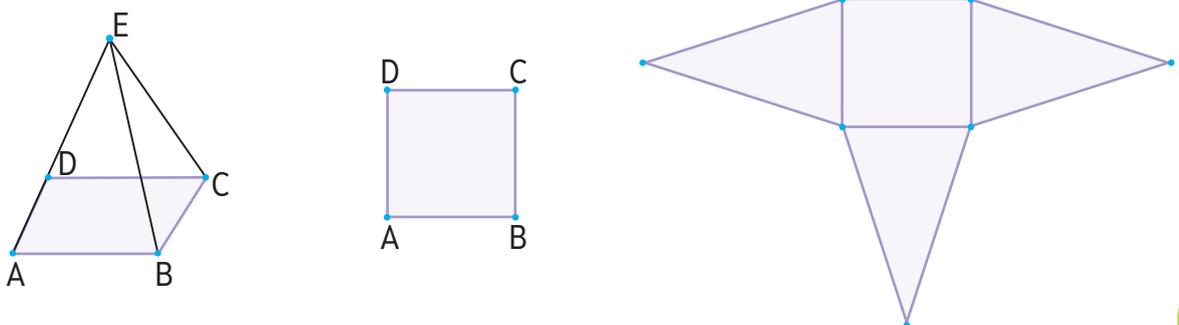
## ПРИМЕР

Нацртај мрежа на четириаголна пирамида со основа квадрат со страна 5 cm и висина на бочен ѕид 7 cm.

## Решение

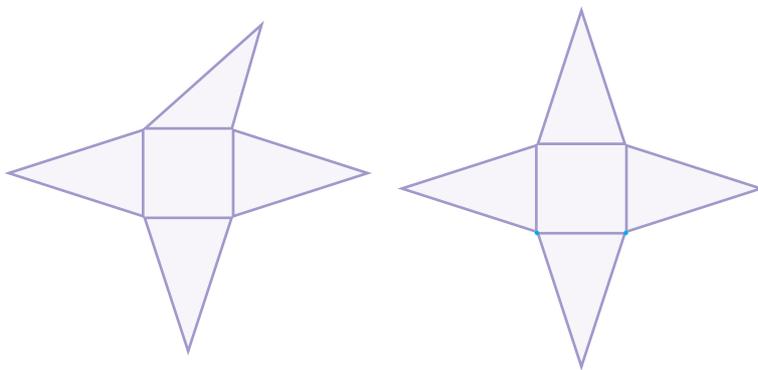
Мрежата на четириаголна пирамида се состои од еден четириаголник (квадрат со страна 5 cm) – основи на пирамидата и четири исти рамнокраки триаголници (со основа 5 cm и висина 7 cm).

- Прво ја цртаме основата – квадрат.
- Потоа ги цртаме бочните ѕидови – четирите триаголници.



Провери дали разбра

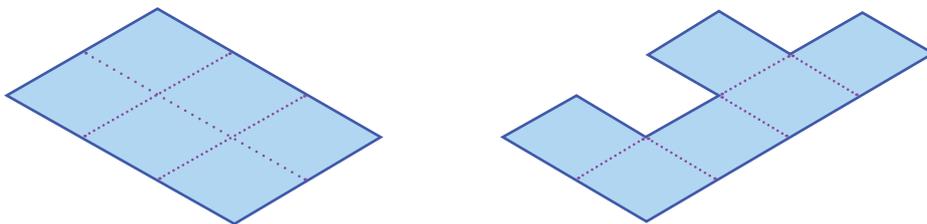
1. Од што се состои мрежата на триаголна пирамида?
2. Една од двете нацртани мрежи е погрешна. Објасни што треба да се поправи?



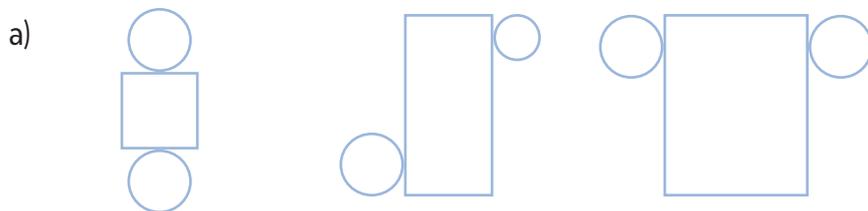
3. Нацртај мрежа на квадар со должина 7 cm, ширина 4 cm и висина 5 cm.

Вежбај

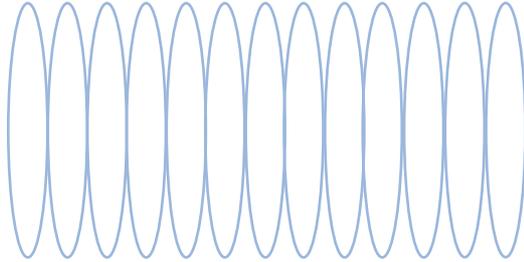
1. Дадените мрежи не се мрежи на коцка. Објасни зошто.



2. Тројца ученици цртале мрежи на 3Д форми. Која е 3Д формата чија мрежа сакале да ја нацртаат? Која е точната мрежа? Што погрешиле учениците?



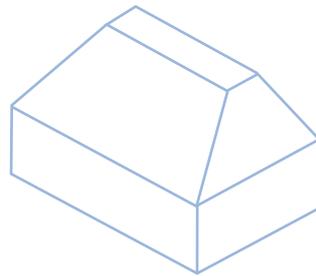
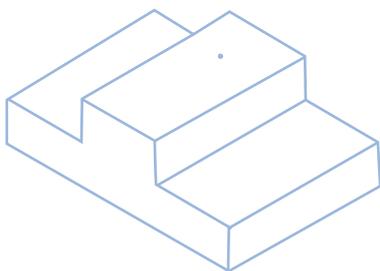
3. Нацртај мрежа на шестаголна призма со раб на основата 4 cm и бочен раб 7 cm.
4. Нацртај мрежа на триаголна пирамида на која сите рабови ѝ се 6 cm. (Таквата пирамида се вика тетраедар.)
5. Која 3Д форма ќе ја добиеш од дадената мрежа?



### Зошто воопшто ни се потребни мрежи?

Способноста да се разбере како 3Д форма е составена од 2Д делови не е само корисна вештина ако треба да конструирате кутија. Инженерите и дизајнерите користат сложени и моќни пакети за дизајн со помош на компјутер за да помогнат во дизајнирањето на сè, дури и на градби кои можат да се пакуваат.

Обиди се да направиш мрежа на дадените 3Д форми.



За да се разбере како е составена 3Д формата?



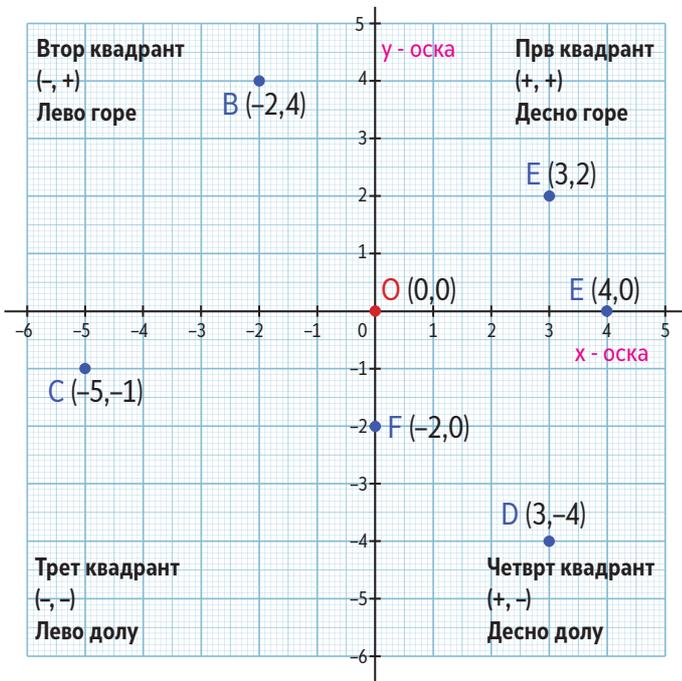
**ЌЕ НАУЧИШ:**

Да читаш и да внесуваш координати на точки во сите квадранти од координатниот систем.

**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Како се претставува точка во координатен систем?

Која е разликата во претставувањето на точките  $A(3,5)$  и  $B(5,3)$ ?



Координатниот систем се состои од две заемно нормални оски:  $x$  оска (хоризонтална) и  $y$  оска (вертикална). Нивната пресечна точка  $O(0,0)$  е координатен почеток.

Координатните оски ја делат рамнината на 4 делови - квадранти.

Положбата на секоја точка во рамнината е определена со нејзините две координати  $(x, y)$ . Првата ни кажува колку точката е оддалечена од  $y$  оската (десно или лево), а втората ни кажува колку точката е оддалечена од  $x$  оската (горе или долу).

**Објаснување**

Точката  $A(3,2)$  е 3 единици десно од  $y$  оската и 2 единици над  $x$  оската.

Точката  $B(-2,4)$  е 2 единици лево од  $y$  оската и 4 единици над  $x$  оската.

Точката  $C(-5,-1)$  е 5 единици лево од  $y$  оската и 1 единица под  $x$  оската.

Точката  $D(3,-4)$  е 3 единици десно од  $y$  оската и 4 единици под  $x$  оската.

Точките  $E$  и  $F$  се на оските и затоа имаат една координата 0.

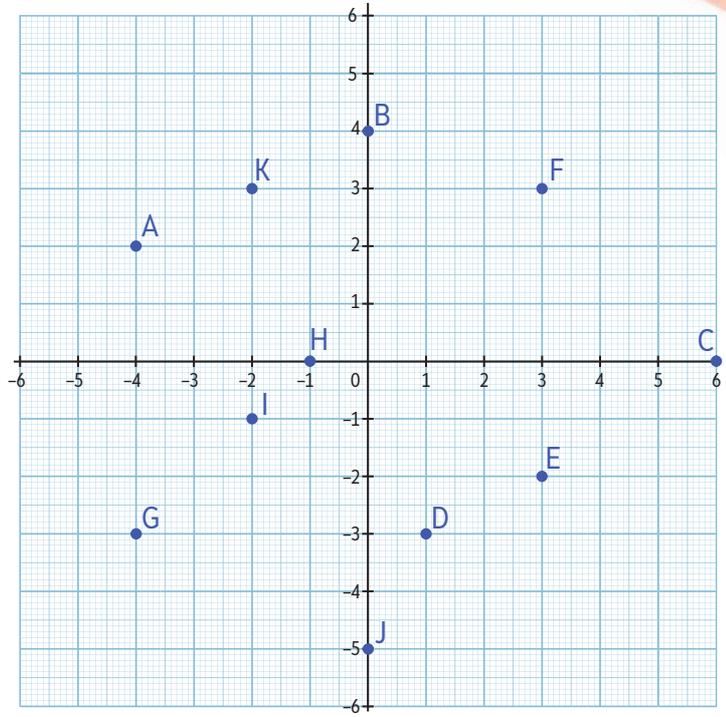
Точката  $E(4,0)$  е 4 единици десно од  $y$  оската, на самата  $x$  оска (ниту под ниту над неа).

Точката  $F(0,-2)$  е на самата  $y$  оска (ниту десно ниту лево), 2 единици под  $x$  оската.



1. Претстави ги во координатен систем точките  $A(-5, 2)$ ,  $B(5, -3)$ ,  $C(0, -3)$ ,  $D(4, 3)$ ,  $E(-5, -2)$ ,  $F(4, 0)$ ,  $G(-2, -5)$ ,  $H(-2, 0)$ .

2. Запиши ги координатите на точките кои се претставени во координатниот систем.



**Провери дали разбра**

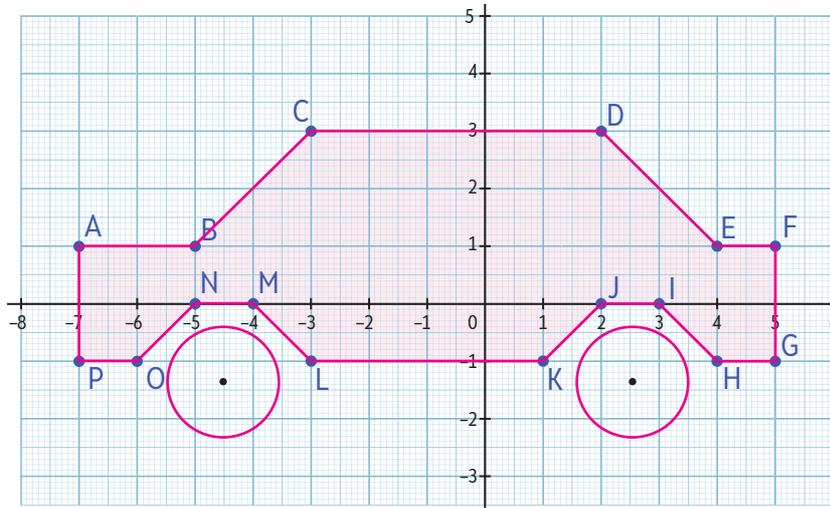
1. Што е координатен систем? Кои се неговите делови?
2. Објасни како ќе ја претставиш точката  $M(-2,3)$  во координатен систем.
3. Запиши три точки кои се наоѓаат 3 единици лево од у оската.

**Вежбај**

1. Запиши координати на точка која:
  - а) лежи на у оската
  - б) лежи во четвртиот квадрант
  - в) лежи на границата помеѓу вториот и третиот квадрант
  - г) е оддалечена 5 единици од х оската



2. Запиши ги координатите на означените точки со кои е креирана фигурата.

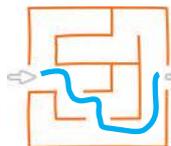


3. Дадените точки претстави ги во координатен систем и поврзи ги во искршена линија. Кои форми ги доби?

- а)**  $A = (-3, 2)$   
 $B = (-3, -2)$   
 $C = (2, -2)$   
 $D = (1, -4)$   
 $E = (6, 0)$   
 $F = (1, 4)$   
 $G = (2, 2)$

- б)**  $A = (2, 1)$   
 $B = (3, 2)$   
 $C = (4, 2)$   
 $D = (5, 1)$   
 $E = (2, -2)$   
 $F = (-1, 1)$   
 $G = (0, 2)$   
 $H = (1, 2)$

- в)**  $A = (-3, 1)$   
 $B = (-4, 2)$   
 $C = (-5, 2)$   
 $D = (-5, -2)$   
 $E = (-4, -2)$   
 $F = (-3, -1)$   
 $G = (3, -1)$   
 $H = (4, -2)$   
 $I = (5, -2)$   
 $J = (5, 2)$   
 $K = (4, 2)$   
 $L = (3, 1)$



Предизвик:

Креирај загатка за твоето другарче – ти подготви му ги координатите, а тој нека ја погоди формата.

4. Во координатен систем нацртај ги триаголниците според барањата и запиши ги координатите на нивните темиња:

- а)** тапоаголен триаголник така што сите темиња му лежат во различен квадрант;
- б)** правоаголен триаголник така што две темиња му лежат на координатните оски;
- в)** остроаголен триаголник така што две темиња му лежат во третиот квадрант.

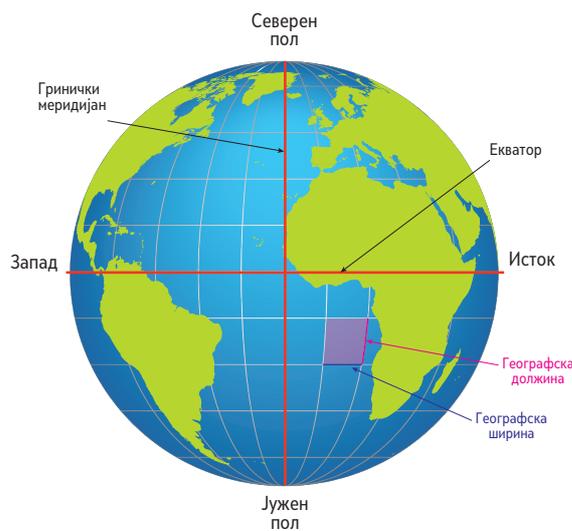
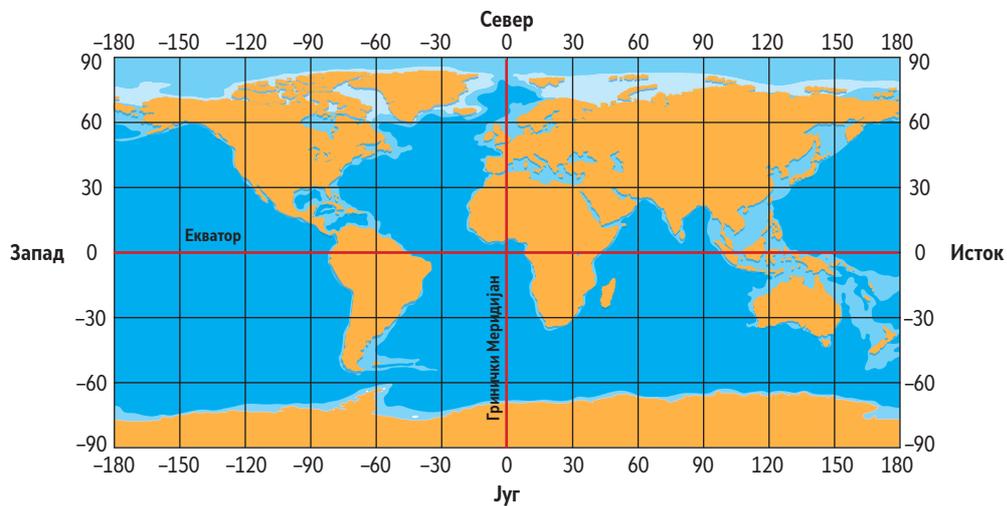


## „Земјиниот координатен систем“

Со помош на „координатен систем“ се одредува положбата на секоја точка на планетата Земја. Но „Земјиниот координатен систем“ е поинаков:

- се состои од два вида кружни линии: **напоредници** и **меридијани**;
- наместо x оска е **Екваторот** – главниот **напоредник**;
- наместо y оска е **Гриничкиот** (почетниот) **меридијан**;

Положбата на точката се опишува во степени – северно или јужно од Екваторот (над или под) и источно или западно од Гринич (лево или десно).



**ЌЕ НАУЧИШ:**

- Да одредуваш положба на многуаголник со осна симетрија во координатен систем
- Да ја објаснуваш промената на координатите на темињата на многуаголник при осна симетрија (во однос на координатните оски или во однос на прави паралелни со оските)
- Да идентификуваш и да опишуваш осна симетрија при дадени координати на темињата на многуаголникот и неговата слика.

**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ**

Што се случува кога гледаш лик на некој предмет во огледало? Што е осна симетрија?



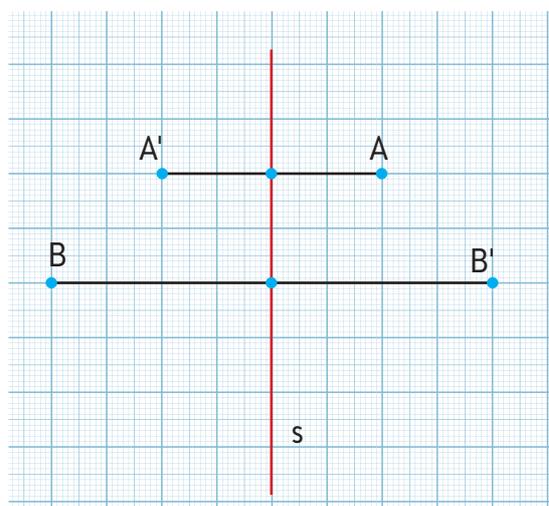
**Осна симетрија** е едно од движењата во рамнината, движење во однос на права која ја викаме **оска на симетрија**. При осна симетрија секоја точка од *оригиналот* (дадената фигура) се придвижува од другата страна на правата и се добива *слика*. Растојанието од правата до двете точки (оригиналот и сликата) е еднакво.

**Објаснување**

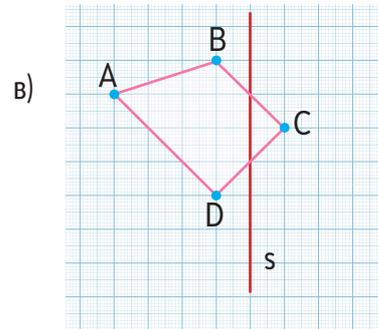
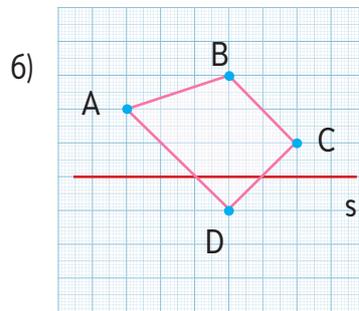
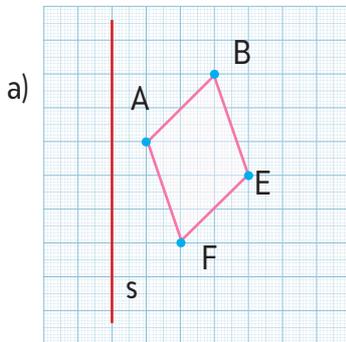
На сликата е прикажана осна симетрија во однос на вертикална оска  $s$  на две точки  $A$  и  $B$ .

Точката  $A$  е 2 единици десно од оската  $s$ , а нејзината слика  $A'$  е 2 единици од другата страна, односно лево од оската.

Точката  $B$  е 4 единици лево од оската  $s$ , а нејзината слика  $B'$  е 4 единици од другата страна, односно десно од оската.

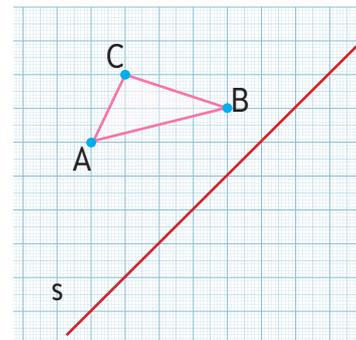


1. Одреди ги сликите на дадените фигури при осна симетрија во однос на оска  $s$ .



**ПРИМЕР**

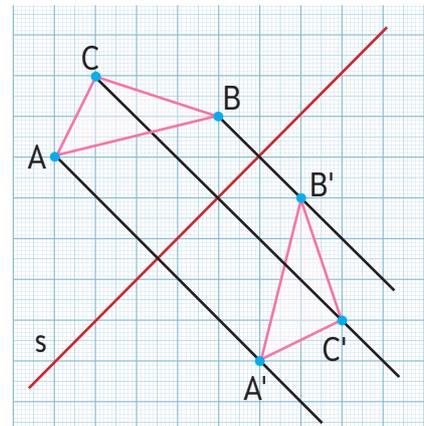
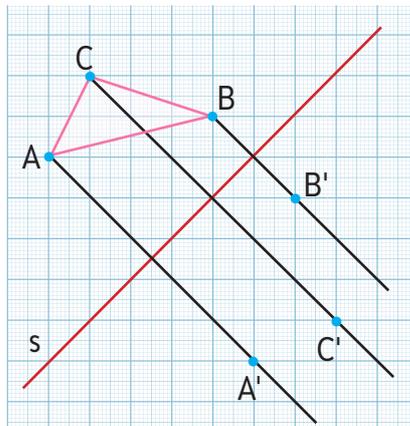
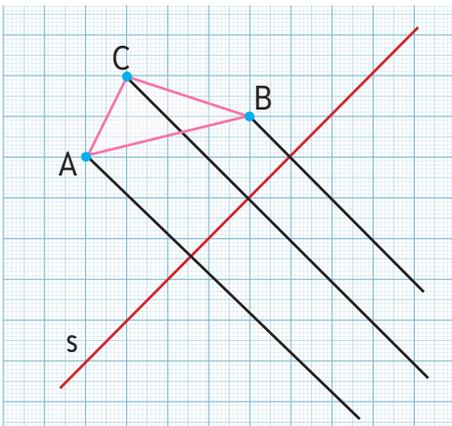
Одреди ја сликата на дадениот триаголник при осна симетрија во однос на коса оска  $s$ .



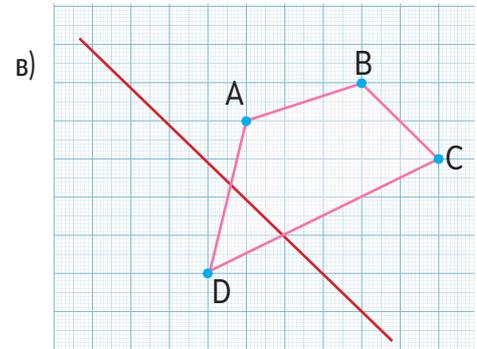
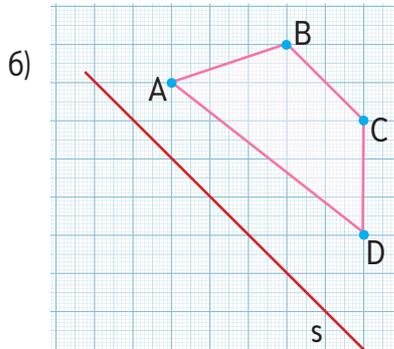
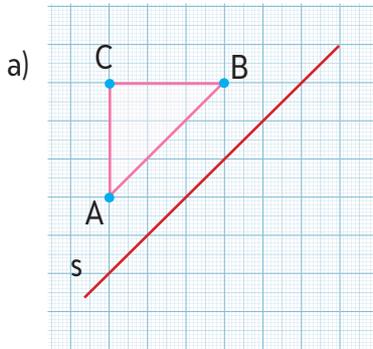
**Решение**

Внимателно мора да го одредиме растојанието на секое од трите темиња на триаголникот до оската и да одредиме точки од другата страна на оската кои се на исти растојанија, соодветно. (Применуваме постапка за мерење на растојание од точка до права.)

- Од секое теме на триаголникот повлекуваме права нормална на оската  $s$ .
- Ги мериме растојанијата од темињата до оската (!!! Внимавај – под прав агол).
- Ги пренесуваме растојанијата од другата страна на оската соодветно.
- Ги добиваме сликите на секое од темињата.
- Со поврзување добиваме триаголник еднаков на дадениот (но превртен од другата страна на оската).



2. Одреди ги сликите на дадените фигури при осна симетрија во однос на оската  $s$ .



## 2

## ОСНА СИМЕТРИЈА ВО КООРДИНАТЕН СИСТЕМ

## ПРИМЕР

Изврши осна симетрија во координатен систем на триаголник со темиња  $A(-1,2)$ ,  $B(2,5)$ ,  $C(4,4)$  во однос на

а) оската  $x$

б) права паралелна со оската  $x$ , која оската  $y$  ја сече во 1

Спореди ги координатите на оригиналот и сликата по извршената осна симетрија. Што забележуваш? Како се променети координатите?

## Решение

а) При осна симетрија во однос на оската  $x$

$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1,-2)$$

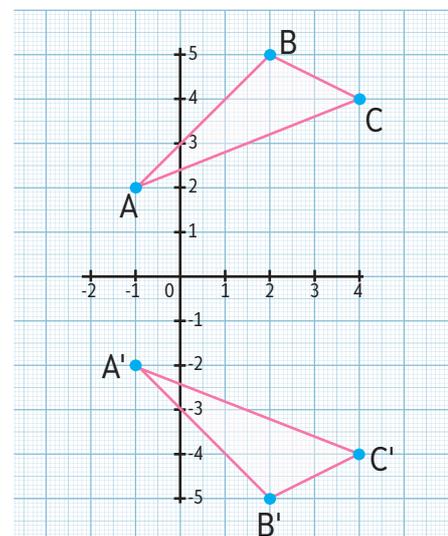
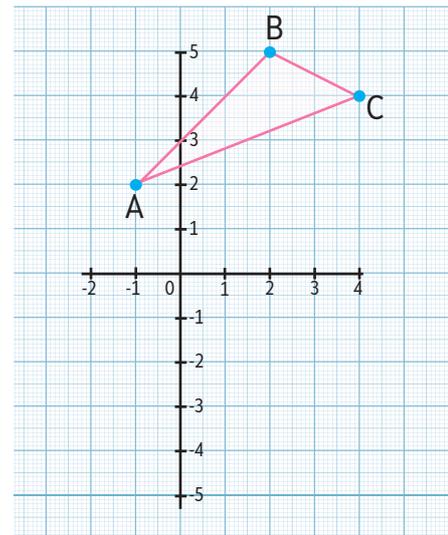
$$B(2,5) \rightarrow B'(2,-5)$$

$$C(4,4) \rightarrow C'(4,-4)$$

се менува само втората координата во спротивен број – која ни го покажува растојанието од оската  $x$ . Првата координата која ни го покажува растојанието од оската  $y$  не се менува.

Точката  $A$  е 2 единици над оската  $x$ , а нејзината слика  $A'$  2 единици под оската  $x$  (втората координата се менува од 2 во -2).

Истото се случува и кај точките  $B$  и  $C$ .



## Решение

б) При осна симетрија во однос на права паралелна со оската  $x$ , која оската  $y$  ја сече во 1

$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1,0)$$

$$B(2,5) \rightarrow B'(2,-3)$$

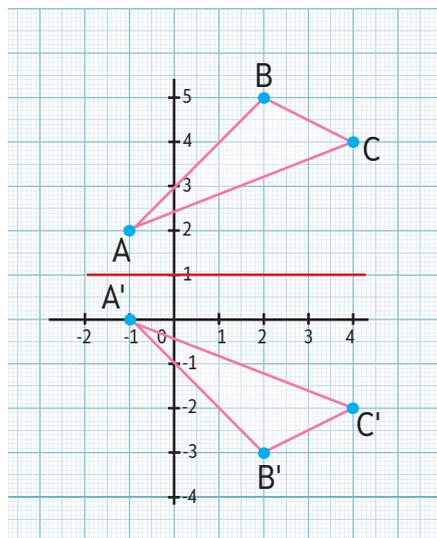
$$C(4,4) \rightarrow C'(4,-2)$$

Првата координата не се менува. Но менувањето на втората координата го анализираме внимателно.

Точката  $A$  е 1 единица над дадената оска на симетрија ( $1 + 1 = 2$ ), а нејзината слика  $A'$  треба да е 1 единица под оската на симетрија ( $1 - 1 = 0$ ).

Точката  $B$  е 4 единици над дадената оска на симетрија ( $1 + 4 = 5$ ), а нејзината слика  $B'$  треба да е 4 единици под оската на симетрија.

Точката  $C$  е 3 единици над дадената оска на симетрија ( $1 + 3 = 4$ ), а нејзината слика  $C'$  треба да е 3 единици под оската на симетрија.



**3.** Во координатен систем нацртај го триаголникот со темиња  $A(1,2)$ ,  $B(3,5)$ ,  $C(5,1)$  а потоа нацртај го симетричниот триаголник во однос на:

а) оска  $y$

б) права паралелна со оската  $y$ , која оската  $x$  ја сече во  $-2$

Спореди ги координатите на оригиналот и сликата по извршената осна симетрија. Што забележуваш? Како се променети координатите?

## ЗАПОМНИ

**1.** Кога е извршена осна симетрија во однос на оска  $y$  или права паралелна со оска  $y$ , се менува само првата координата.

Ако оска на симетрија е оската  $y$ , првата координата се менува во спротивен број.

Ако оска на симетрија е права која е паралелна со  $y$  оската, а ја сече оската  $x$  во дадена точка, првата координата на сликата е број, така што дадената вредност за пресекот е на средина меѓу вредностите на двете координати (на оригиналот и на сликата).

**2.** Кога е извршена осна симетрија во однос на оска  $x$  или права паралелна со оска  $x$ , се менува само втората координата.

Ако оска на симетрија е оската  $x$ , втората координата се менува во спротивен број  $-$ .

Ако оска на симетрија е права која е паралелна со оската  $x$ , а ја сече оската  $y$  во дадена точка, втората координата на сликата е број, така што дадената вредност е на средина меѓу двете координати (на оригиналот и на сликата).

Како да опишеме осна симетрија ако ни се дадени координатите на точките на оригиналот и на сликата?

### ПРИМЕР

Дадени се координати на точки од оригинал и слика. Одреди која е оската на симетрија без да ги претставуваш точките во координатен систем.

а)  $A(-1,2) \rightarrow A'(1,2)$ ,  $B(2,5) \rightarrow B'(-2,5)$

б)  $M(2,0) \rightarrow M'(2,4)$ ,  $P(4,6) \rightarrow P'(4,-2)$

Спореди ги координатите на оригиналот и на сликата по извршената осна симетрија. Што забележуваш? Која координата е променета? Како се променети координатите?

### Решение

а)  $A(-1,2) \rightarrow A'(1,2)$ ,  $B(2,5) \rightarrow B'(-2,5)$  – Се менува првата координата и тоа во спротивен број. Втората координата е непроменета. Заклучувам, осна симетрија во однос на оската  $y$ , бидејќи се менува положбата лево кон десно во однос на оската  $y$ .

б)  $M(2,0) \rightarrow M'(2,4)$ ,  $P(4,6) \rightarrow P'(4,-2)$  – Се менува втората координата, но не во спротивен број. Првата координата е непроменета. Заклучувам, осна симетрија во однос на хоризонтална оската која не е оската  $x$ , но е паралелна со неа бидејќи се менува положбата од долу кон горе. Оската е секогаш на средина. Помеѓу 0 и 4 е 2, а исто така и помеѓу 6 и -2 е 2. Значи оската на симетрија е паралелна со оската  $x$  и ја сече оската  $s$  во 2.

**4.** Дадени се координати на точки од оригинал и слика. Опиши ја симетријата.

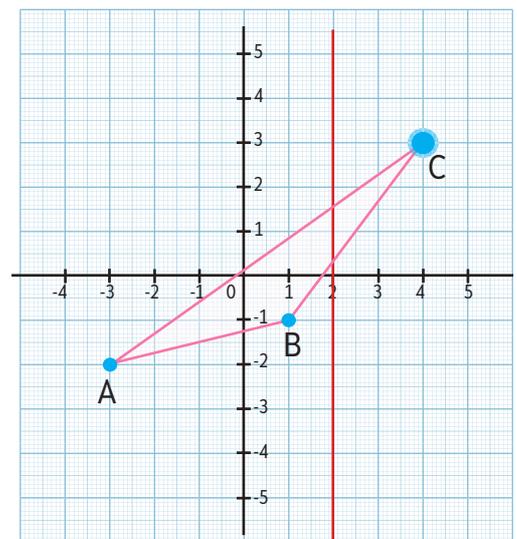
а)  $A(-2,2) \rightarrow A'(2,2)$ ,  $B(-1,5) \rightarrow B'(1,5)$

б)  $M(-3,2) \rightarrow M'(-3,-4)$ ,  $P(2,3) \rightarrow P'(2,-5)$

в)  $T(0,6) \rightarrow T'(4,6)$ ,  $K(-2,2) \rightarrow K'(6,2)$

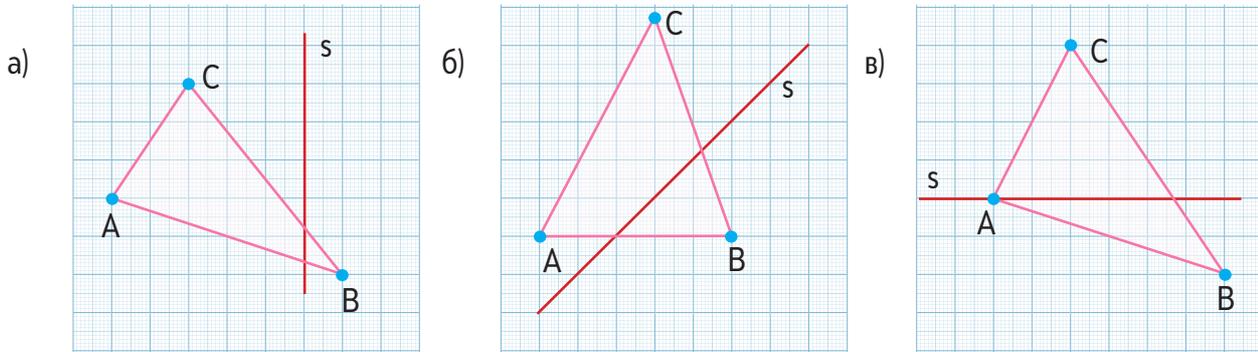
### Провери дали разбра

1. Што е осна симетрија? Како е определена оската симетрија? Како се менуваат координатите ако се изврши осна симетрија во однос на оската  $y$ ?
2. Кои ќе бидат координатите на точката  $M(-2,3)$  по осна симетрија во однос на оската  $x$ ? А кои ќе бидат координатите по осна симетрија во однос на оската која е паралелна со оската  $x$ , а ја сече оската  $y$  во -2?
3. Изврши осна симетрија на дадениот триаголник во однос на оската паралелна со оската  $y$  која ја сече оската  $x$  во 2.



## Вежбај

1. Одреди ги сликите на дадените фигури при осна симетрија во однос на оската  $s$ .



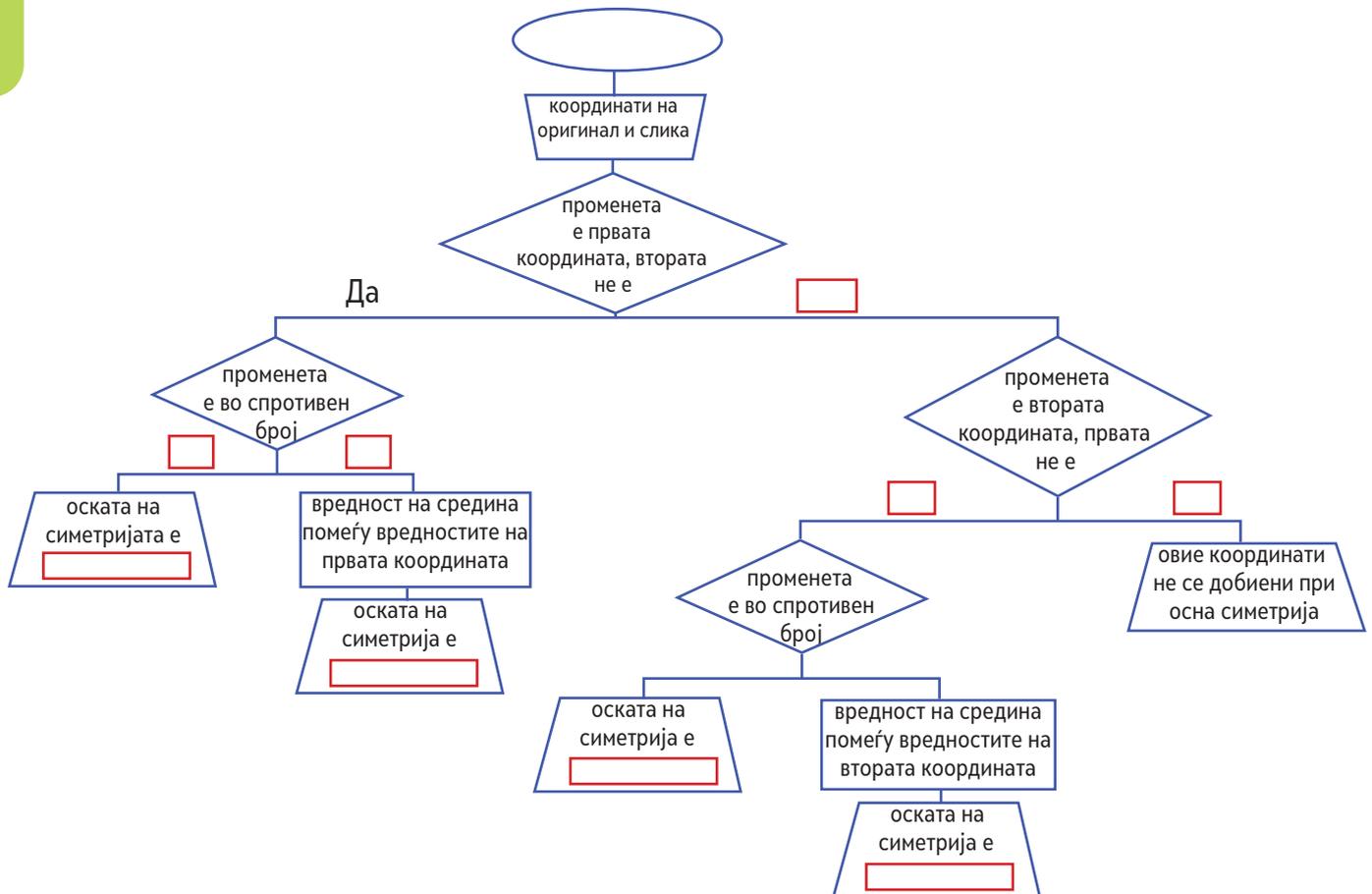
2. Во координатен систем изврши ги осните симетрии на дадените многуаголници. Запиши ги координатите на темињата на добиените слики.

- а)  $A(-3,-1)$ ,  $B(3,1)$ ,  $C(2,4)$ ,  $D(-1,5)$  во однос на оската  $x$
- б)  $M(-1,-2)$ ,  $P(2,3)$ ,  $K(-4,4)$  во однос на оската  $y$
- в)  $E(2,-2)$ ,  $S(3,3)$ ,  $V(-2,4)$  во однос на оската која е паралелна со оската  $x$ , а ја сече оската  $y$  во  $-2$
- г)  $R(-3,-2)$ ,  $N(3,1)$ ,  $Q(1,4)$ ,  $P(0,4)$  во однос на оската која е паралелна со оската  $y$ , а ја сече оската  $x$  во  $2$ .

3. Поврзи ги дадените координати од оригинал и слика со описот на осната симетрија од која се добиени. Објасни го секое од поврзувањата.

Координати на темиња на оригинал (A, B и C) и слика (A', B' и C')	Оска на осната симетрија
$A(-3,-2) \rightarrow A'(-3,0)$ $B(3,1) \rightarrow B'(3,-3)$ $C(1,4) \rightarrow C'(1,-6)$	Права паралелна со оската $y$ која ја сече оската $x$ во $2$
$A(-3,-2) \rightarrow A'(7,-2)$ $B(3,1) \rightarrow B'(1,1)$ $C(1,4) \rightarrow C'(3,4)$	оска $x$
$A(-3,-2) \rightarrow A'(3,-2)$ $B(3,1) \rightarrow B'(-3,1)$ $C(1,4) \rightarrow C'(-1,4)$	Права паралелна со оската $x$ , а ја сече оската $y$ во $-1$
$A(-3,-2) \rightarrow A'(-3,2)$ $B(3,1) \rightarrow B'(3,-1)$ $C(1,4) \rightarrow C'(1,-4)$	оска $y$

4. Дополни го дијаграмот (црвените полиња) за да добиеш алгоритам кој ќе ти помогне да ја опишеш осната симетрија ако ти е познато кои се координатите на оригиналот и на сликата. Можеш да го програмираш во твојот омилен програмски јазик .



## ЌЕ НАУЧИШ:

- Да одредуваш положба на многуаголник со транслагација во координатен систем.
- Да ја објаснуваш промената на координатите на темињата на многуаголник при транслагација
- Да идентификуваш и да опишуваш транслагација при дадени координати на темињата на многуаголникот и неговата слика.



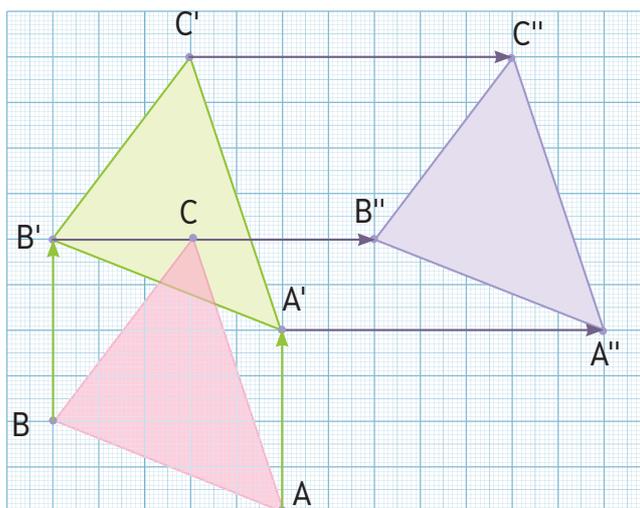
Како можеш да му дадеш насоки за движење на твоето другарче?

### ЗА ПОТСЕУВАЊЕ

**Транслагација** е едно од движењата во рамнината, движење според дадени **правец и насока**. При транслагација секоја точка од **оригиналот** (дадената фигура) се придвижува според дадените насоки и се добива поместена фигура - **слика**.

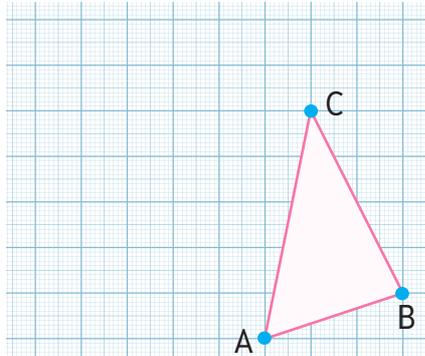
#### Објаснување

На сликата е прикажана транслагација на триаголникот ABC за 4 квадратчиња нагоре (слика е триаголникот A'B'C') и 7 квадратчиња десно (слика е триаголникот A''B''C'').

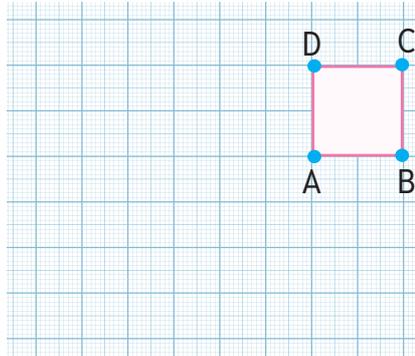


1. Одреди ги сликите на дадените фигури при соодветната транслагација.

а) 5 квадратчиња лево и 2 нагоре



б) 2 квадратчиња лево и 2 надолу



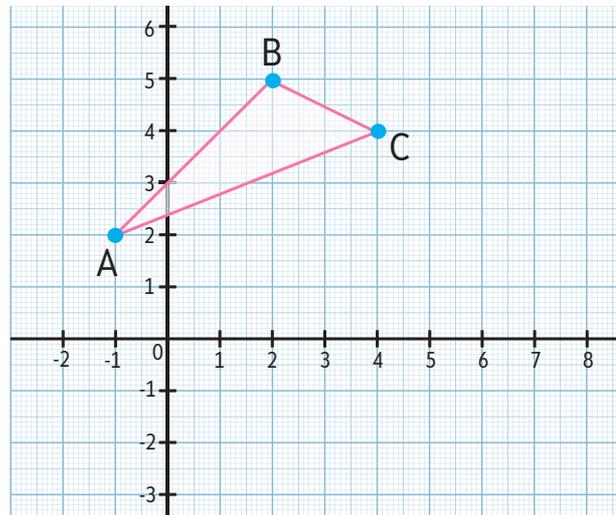
## ПРИМЕР

Изврши транслација 2 квадратчиња десно и 3 надолу во координатен систем на триаголник со темиња  $A(-1,2)$ ,  $B(2,5)$ ,  $C(4,4)$

а) 2 квадратчиња десно

б) 3 квадратчиња надолу

Спореди ги координатите на оригиналот и на сликата по извршената транслација. Што забележуваш? Како се променети координатите?



## Решение

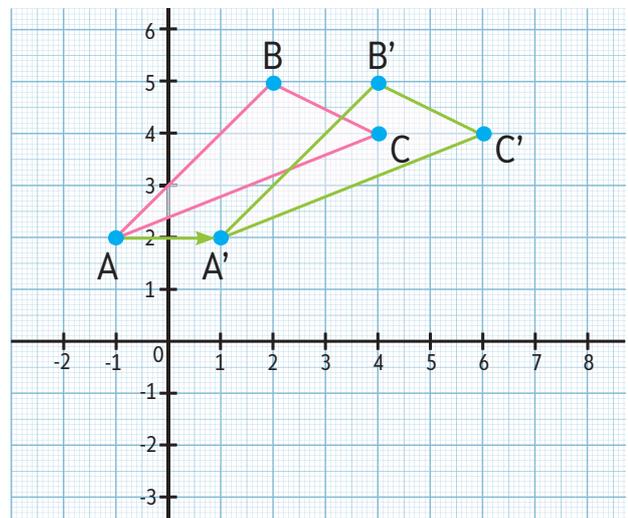
а) При транслација за 2 квадратчиња десно

$$A(-1,2) \rightarrow A'(-1+2,2)=A'(1,2)$$

$$B(2,5) \rightarrow B'(2+2,5)=B'(4,5)$$

$$C(4,4) \rightarrow C'(4+2,4)=C'(6,4)$$

се менува само првата координата – се зголемува за 2. Втората координата не се менува.



## Решение

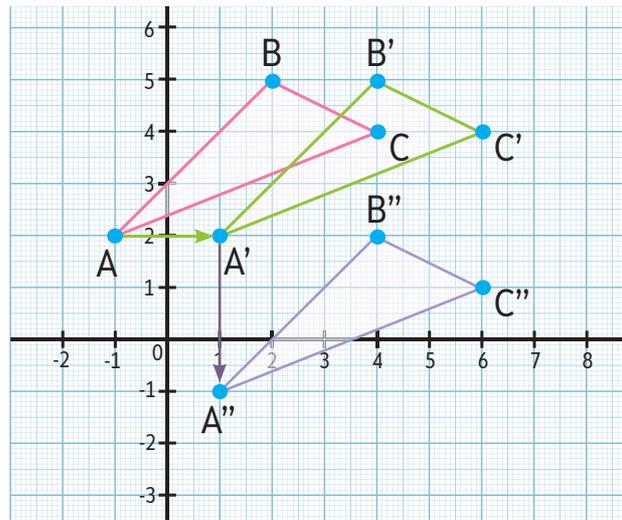
б) При translација за 3 квадратчиња надолу

$$A'(1,2) \rightarrow A''(1,2-3) = A''(1,-1)$$

$$B'(4,5) \rightarrow B''(4,5-3) = B''(4,2)$$

$$C'(6,4) \rightarrow C''(6,4-3) = C''(6,1)$$

Првата координата не се менува. Втората координата се намалува за 3 единици бидејќи движиме 3 квадратчиња надолу.



2. Изврши translација во координатен систем на триаголник со темиња  $A(1,2)$ ,  $B(3,5)$ ,  $C(5,1)$  за

а) 4 квадратчиња надолу и 3 квадратчиња налево

б) 3 квадратчиња нагоре и 2 квадратчиња надесно

Спореди ги координатите на оригиналот и на сликата по извршената translација. Што забележуваш? Како се променети координатите?

## ЗАПОМНИ

1. Кога е извршена translација надесно или налево се менува првата координата:

- Ако translацијата е надесно, се зголемува за онолку единици колку што е бројот на квадратчиња.
- Ако translацијата е налево, се намалува за онолку единици колку што е бројот на квадратчиња.

2. Кога е извршена translација нагоре или надолу, се менува втората координата:

- Ако translацијата е нагоре, се зголемува за онолку единици колку што е бројот на квадратчиња.
- Ако translацијата е надолу, се намалува за онолку единици колку што е бројот на квадратчиња.

3. Како да опишеме translација ако ни се дадени координатите на точките на оригиналот и на сликата?

## ПРИМЕР

Дадени се координати на точки од оригинал и слика при транслација. Одреди ги насоките на транслацијата без да ги претставуваш точките во координатен систем.

$$A(-1,2) \rightarrow A'(1,1), B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$$

Спореди ги координатите на оригиналот и сликата по извршената транслација. Што забележуваш? Која координата е променета? Како се променети координатите?

## Решение

а)  $A(-1,2) \rightarrow A'(1,1)$ ,  $B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$  – Првата координата и кај двете точки е зголемена за 2, значи извршена е транслација за 2 квадратчиња десно.

б)  $A(-1,2) \rightarrow A'(1,1)$ ,  $B(2,5) \rightarrow B'(4,4)$  – Втората координата и кај двете точки е намалена за 1, значи извршена е транслација за 1 квадратче надолу.

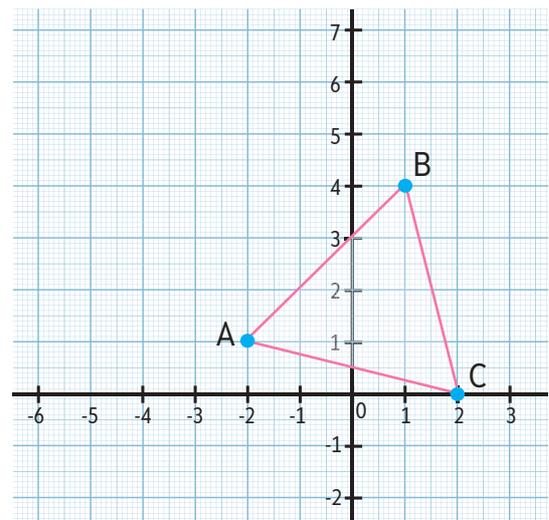
**3.** Дадени се координати на точки од оригинал и слика. Опиши ја транслацијата.

а)  $A(-2,2) \rightarrow A'(-5,5)$ ,  $B(-1,5) \rightarrow B'(-4,8)$

б)  $M(-3,2) \rightarrow M'(-1,-4)$ ,  $P(2,3) \rightarrow P'(4,-3)$

## Провери дали разбра

1. Што е транслација? Како е определена транслацијата? Како се менуваат координатите на точка ако се изврши транслација?
2. Кои ќе бидат координатите на точката  $M(-3,2)$  по транслација за 5 квадратчиња надесно? А кои ќе бидат координатите по транслација за 4 квадратчиња надолу?
3. Изврши транслација на дадениот триаголник за 3 квадратчиња налево и за 2 квадратчиња нагоре.



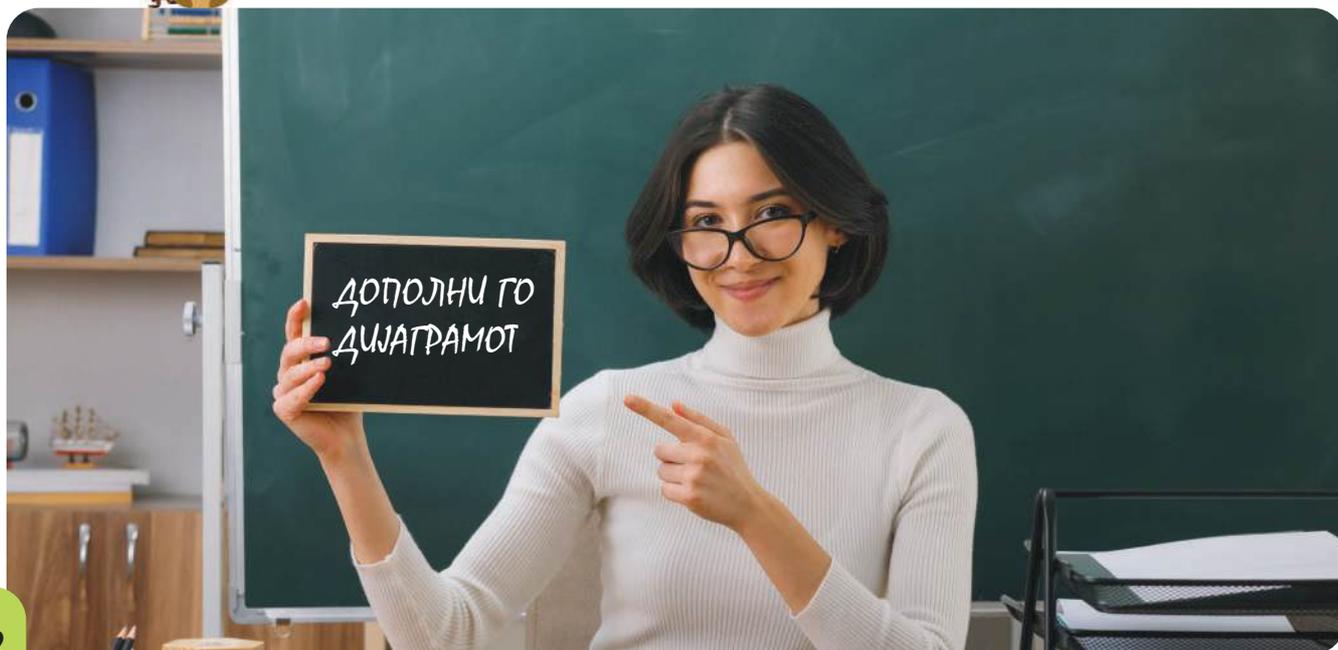
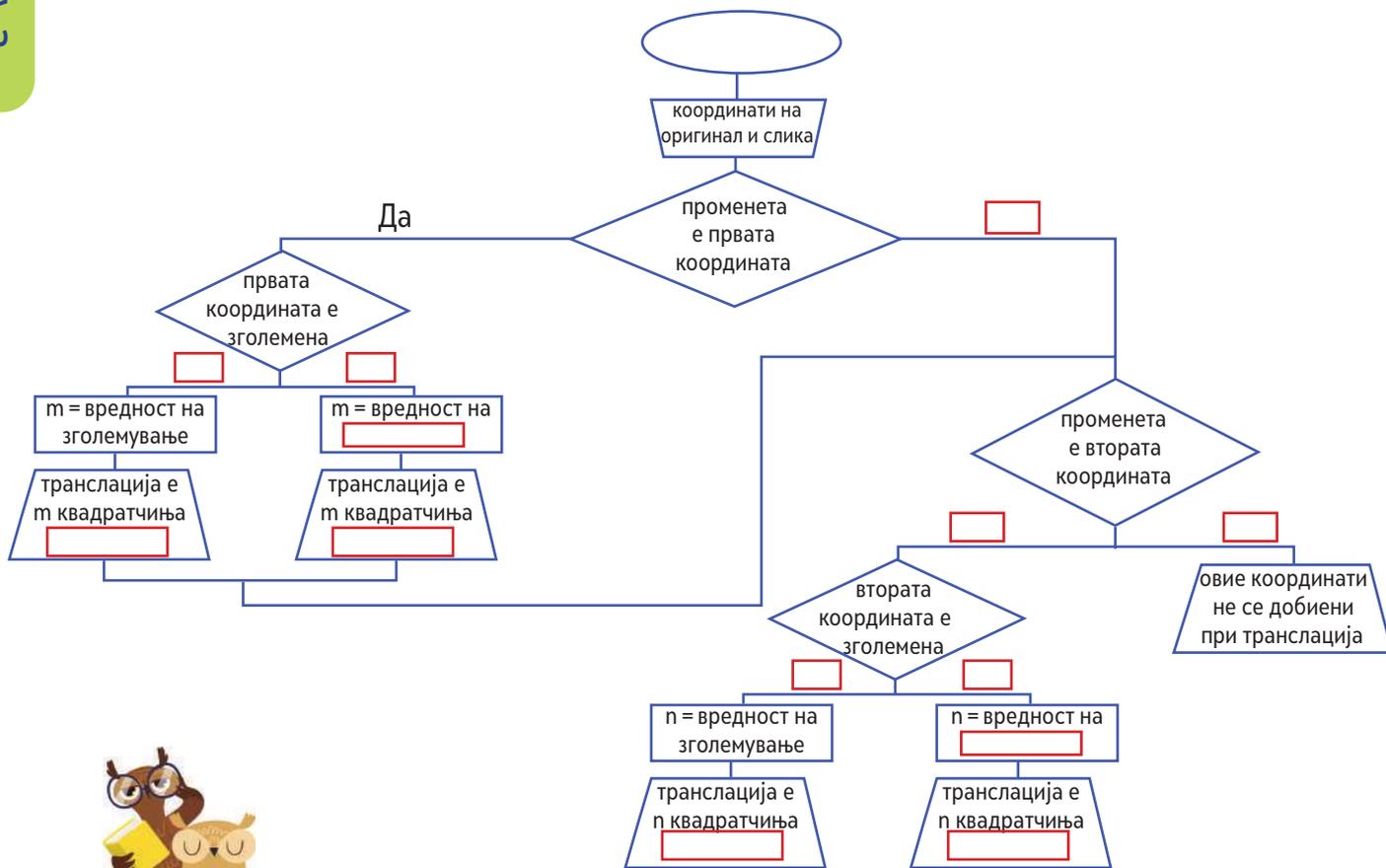
## Вежбај

- Во координатен систем изврши ги транслациите на дадените триаголници. Запиши ги координатите на темињата на добиените слики.
  - $A(-3,-1)$ ,  $B(3,0)$ ,  $C(0,2)$  транслација за 3 квадратчиња нагоре
  - $M(-3,-2)$ ,  $P(2,5)$ ,  $K(-1,-1)$  транслација за 5 квадратчиња надесно
  - $E(2,-2)$ ,  $S(3,3)$ ,  $V(-2,4)$  транслација за 2 квадратчиња нагоре и за 3 квадратчиња надесно
  - $R(-3,2)$ ,  $N(3,1)$ ,  $Q(1,4)$  транслација за 3 квадратчиња надолу и за 2 квадратчиња надесно
- Поврзи ги дадените координати од оригиналот и од сликата со описот на транслацијата од која се добиени. Објасни го секое од поврзувањата.

Координати на темиња на оригинал (A, B и C) и слика (A', B' и C')	Насоки на транслација
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-3,-2)$ $B(4,3) \rightarrow B'(6,3)$ $C(2,5) \rightarrow C'(4,5)$	4 квадратчиња нагоре
$A(-5,-2) \rightarrow A'(0,-3)$ $B(4,3) \rightarrow B'(9,2)$ $C(2,5) \rightarrow C'(7,4)$	2 квадратчиња надесно
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-5,2)$ $B(4,3) \rightarrow B'(4,7)$ $C(2,5) \rightarrow C'(2,9)$	5 квадратчиња надесно и едно надолу
$A(-5,-2) \rightarrow A'(-6,1)$ $B(4,3) \rightarrow B'(3,6)$ $C(2,5) \rightarrow C'(1,8)$	1 квадратче налево, 3 квадратчиња нагоре



3. Дополни го дијаграмот (црвените полиња) за да добиеш алгоритам кој ќе ти помогне да ја опишеш транслацијата ако ти е познато кои се координатите на оригиналот и на сликата. Можеш да го програмираш во твојот омилен програмски јазик.



## ЌЕ НАУЧИШ:

- Да одредуваш положба на многуаголник со ротација за  $90^\circ$  околу едно негово теме во координатен систем.
- Да ја објаснуваш промената на координатите на темињата на многуаголник при ротација.
- Да идентификуваш и да опишуваш ротација при дадени координати на темињата на многуаголникот и неговата слика.

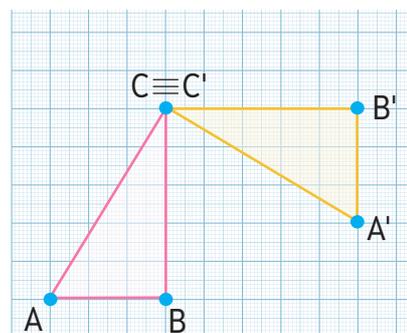
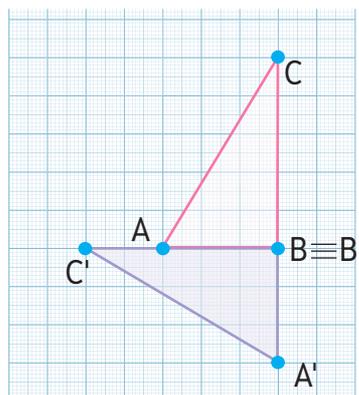
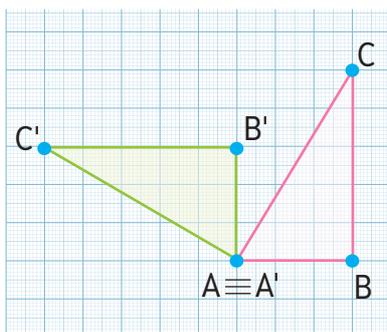
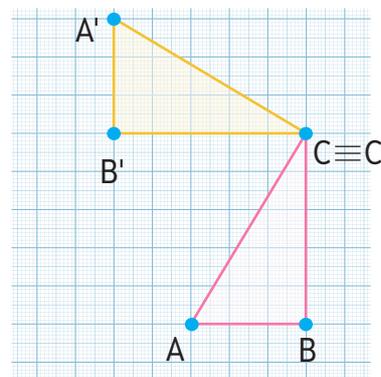
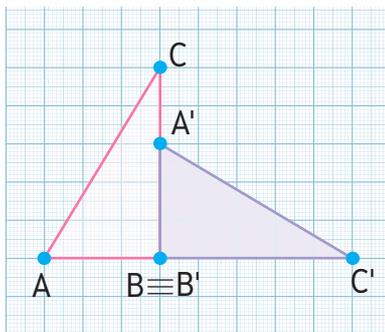
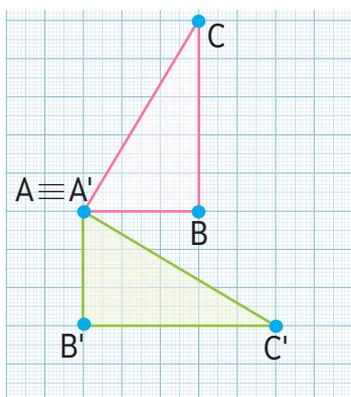


**ЗА ПОТСЕУВАЊЕ** Како ќе го опишеш движењето на Земјата околу нејзината оска?

**Ротација** е движењата во рамнина, при кое фигурата се **завртува** околу дадена точка (центар на ротација), за даден агол (агол на ротација) и во дадена насока (насока на стрелките на часовникот или обратно од стрелките на часовникот). При ротација секоја точка од оригиналот (дадената фигура) се завртува за даден агол според дадените насоки и се добива поместена фигура - слика.

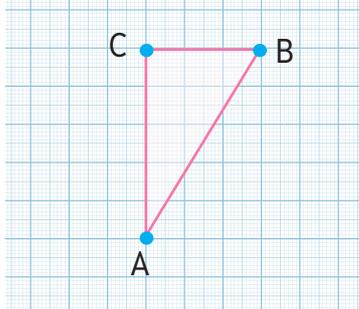
### Објаснување

На сликите е прикажана ротација на истиот триаголник ABC за агол од  $90^\circ$  во насока на стрелките на часовникот (во првиот ред) и спротивно од стрелките на часовникот (во вториот ред) околу секое од неговите темиња.

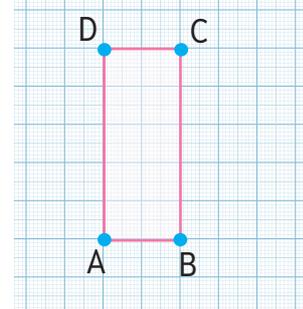


1. Одреди ги сликите на дадените фигури при соодветната ротација за агол од  $90^\circ$ .

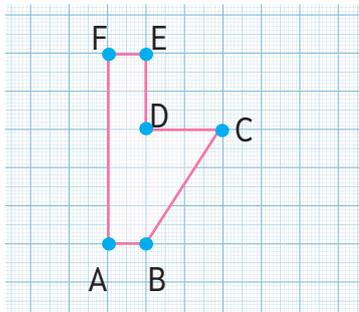
а) со центар во темето А, а ротирањето да биде спротивно од стрелките на часовникот.



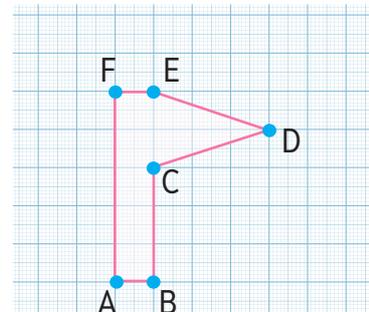
б) со центар во темето D, а ротирањето да биде во насока на движењето на стрелките на часовникот.



в) со центар во темето А, а ротирањето да биде во насока на движењето на стрелките на часовникот.



г) со центар во темето E, а ротирањето да биде спротивно од стрелките на часовникот.



## 2

## РОТАЦИЈА ВО КООРДИНАТЕН СИСТЕМ

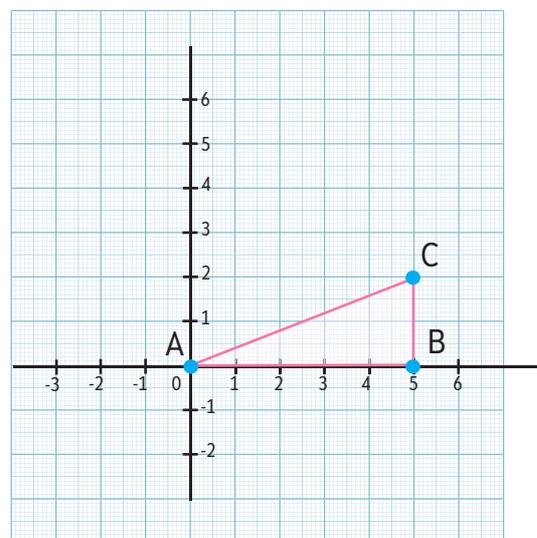
### ПРИМЕР

Изврши ротација во координатен систем на триаголник со темиња  $A(0,0)$ ,  $B(5,0)$ ,  $C(5,2)$  за  $90^\circ$  околу центар А:

а) спротивно од стрелките на часовникот

б) во насока на стрелките на часовникот

Спореди ги координатите на оригиналот и на сликата по извршената ротација. Што забележуваш? Како се променети координатите?



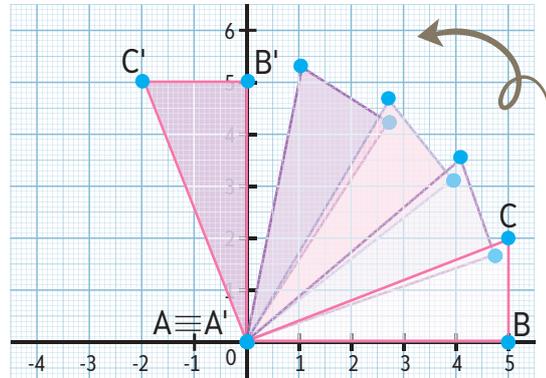
## Решение

а) При ротација спротивно од стрелките на часовникот, од првиот квадрант, сликата на триаголникот е во вториот квадрант.

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$  – центарот останува

$B(5,0) \rightarrow B'(0,5)$  – од  $x$  се движи на оска  $y$

$C(5,2) \rightarrow C'(-2,5)$  – координатите си ги заменуваат местата при што во зависност од квадрантот ги менуваат соодветно и знаците.



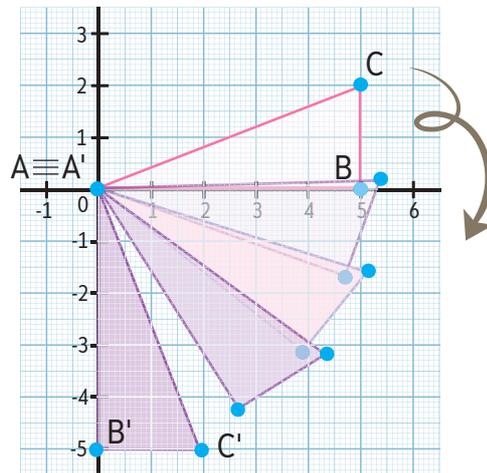
## Решение

б) При ротација во насоката на стрелките на часовникот, од првиот квадрант, сликата на триаголникот е во четвртиот квадрант.

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$  – центарот останува

$B(5,0) \rightarrow B'(0,-5)$  – од  $x$  се движи на оска  $y$

$C(5,2) \rightarrow C'(2,-5)$  – координатите си ги заменуваат местата при што во зависност од квадрантот ги менуваат соодветно и знаците.



**2.** Изврши ротација во координатен систем на триаголник со темиња  $A(0,0)$ ,  $B(0,4)$ ,  $C(3,4)$  околу теме  $A$  за  $90^\circ$

а) во насока на стрелките на часовникот

б) спротивно од стрелките на часовникот

Спореди ги координатите на оригиналот и на сликата по извршената ротација. Што забележуваш? Како се променети координатите?



**ЗАПОМНИ**

При ротација за 90 степени околу некое теме кое се наоѓа во координатниот почеток:

1. Центарот на ротација не ги менува своите координати.
2. Координатите на другите точки ги менуваат
  - местата (првата координата станува втора, а втората прва)
  - знаците на координатите се менуваат зависно од насоката на ротација – во кој квадрант е оригиналот и каде ќе се добие сликата

Како да опишеме ротација ако ни се дадени координатите на точките на оригиналот и на сликата?

**ПРИМЕР**

Дадени се координати на точки од оригинал и од слика при ротација. Опиши ја ротацијата без да ги претставуваш точките во координатен систем.

$$A(0,0) \rightarrow A'(0,0), B(-3,0) \rightarrow B'(0,3), C(0,4) \rightarrow C'(4,0)$$

Спореди ги координатите на оригиналот и на сликата по извршената ротација. Што забележуваш? Која координата е променета? Како се променети координатите?

**Решение**

$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$  е точка кој ги нема променето координатите – таа е центар на ротација.

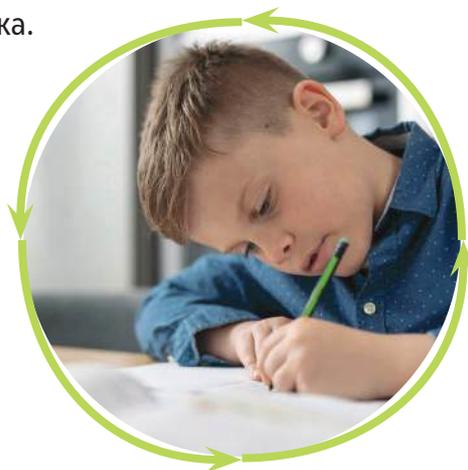
Кај точките  $B(-3,0) \rightarrow B'(0,3)$ ,  $C(0,4) \rightarrow C'(4,0)$  има промени кај местата и кај некои од знаците.

Оригиналот е во вториот квадрант, а сликата е во првиот квадрант – заклучувам дека ротацијата е во насока на стрелките од часовникот (од вториот кон првиот квадрант).

**3.** Дадени се координати на точки од оригинал и од слика. Опиши ја ротацијата.

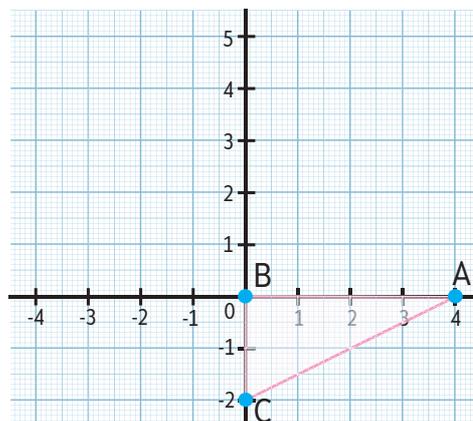
а)  $A(-3,-4) \rightarrow A'(4,-3)$ ,  $B(0,0) \rightarrow B'(0,0)$ ,  $C(-3,0) \rightarrow C'(0,-3)$

б)  $A(-2,0) \rightarrow A'(0,2)$ ,  $B(0,0) \rightarrow B'(0,0)$ ,  $C(0,5) \rightarrow C'(5,0)$



Провери дали разбра

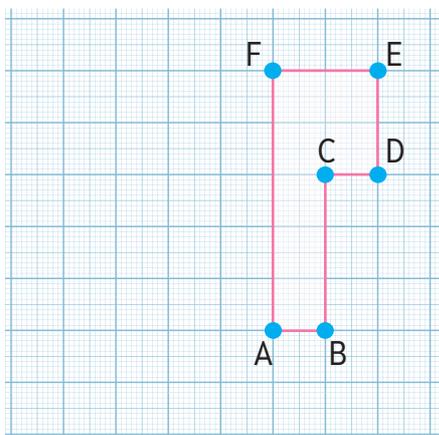
1. Што е ротација? Како е определена ротацијата? Како се менуваат координатите на точка ако се изврши ротација околу теме кое е во координатен почеток за  $90^\circ$ ?
2. Кои ќе бидат координатите на точка  $M(0,3)$  по ротација за  $90^\circ$  околу координатен почеток во насока на стрелките на часовникот? А кои ќе бидат координатите по ротација спротивно од стрелките на часовникот?
3. Изврши ротација на дадениот триаголник за  $90^\circ$  околу координатен почеток во насока спротивно од стрелките на часовникот.



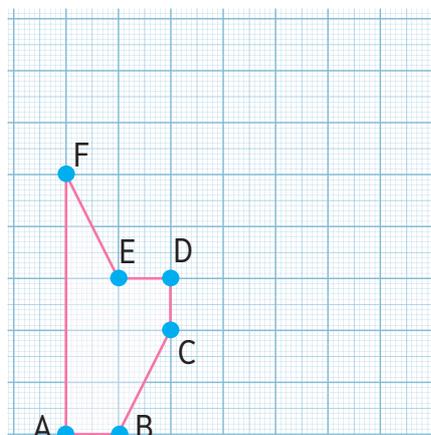
Вежбај

1. Одреди ги сликите на дадените фигури при соодветната ротација за агол од  $90^\circ$ .

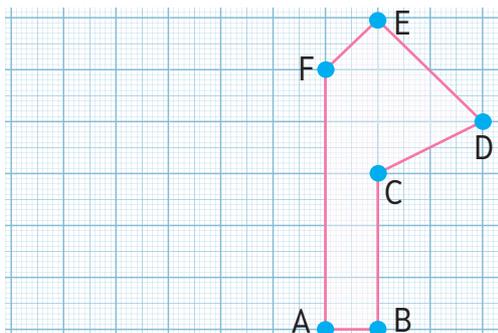
а) Центар B, спротивно од стрелките



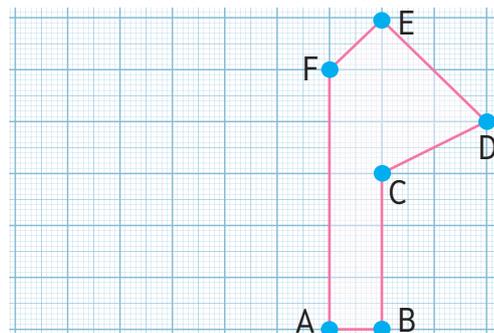
б) Центар F, спротивно од стрелките



в) Центар B, спротивно од стрелките



г) Центар F, спротивно од стрелките



2. Во координатен систем изврши ги ротациите за  $90^\circ$  на дадените триаголници. Запиши ги координатите на темињата на добиените слики.

а)  $A(0,-2)$ ,  $B(3,0)$ ,  $C(0,0)$  околу теме  $C$  во насока на стрелките

б)  $M(-3,0)$ ,  $P(0,0)$ ,  $K(0,5)$  околу теме  $P$  во насока на стрелките

в)  $E(0,0)$ ,  $S(0,4)$ ,  $V(-2,0)$  околу теме  $E$  во насока спротивно од стрелките

г)  $R(0,0)$ ,  $N(3,0)$ ,  $Q(0,4)$  околу теме  $R$  во насока спротивно од стрелките

3. Дадени се координати на точки од оригинал и од слика. Ротацијата е за  $90^\circ$  со центар во координатниот почеток. Одреди ја насоката:

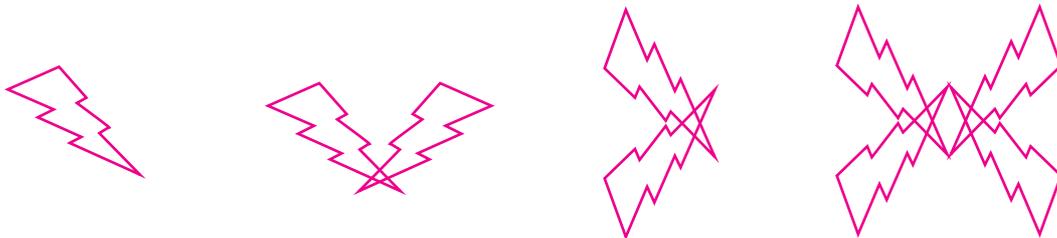
а)  $A(0,-4) \rightarrow A'(4,0)$     б)  $B(-3,0) \rightarrow B'(0,3)$     в)  $C(5,0) \rightarrow C'(0,-5)$

4. Поврзи ги дадените координати од оригинал и од слика со описот на ротацијата од која се добиени. Објасни го секое од поврзувањата.

Координати на темиња на оригинал (А, В и С) и на слика (А', В' и С')	Насоки на ротација
$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ $B(4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,3) \rightarrow C'(-3,0)$	Центар – С Агол – $90^\circ$ Насока – спротивно од стрелките
$A(-3,0) \rightarrow A'(0,-3)$ $B(0,4) \rightarrow B'(-4,0)$ $C(0,0) \rightarrow C'(0,0)$	Центар – А Агол – $90^\circ$ Насока – во насока од стрелките
$A(0,0) \rightarrow A'(0,0)$ $B(-4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,-5) \rightarrow C'(-5,0)$	Центар – А Агол – $90^\circ$ Насока – во насока од стрелките
$A(0,-2) \rightarrow A'(-2,0)$ $B(-4,0) \rightarrow B'(0,4)$ $C(0,0) \rightarrow C'(0,0)$	Центар – А Агол – $90^\circ$ Насока – спротивно од стрелките

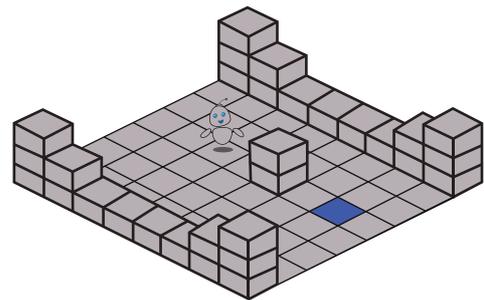
**Дизајнирање лого** – Со осна симетрија, транслација и ротација на една фигура може да се креираат сложени фигури – дизајни. На сликите е даден опис на чекорите за креирање на еден едноставен дизајн.

Почетна фигура	Осна симетрија (вертикална оска)	Ротација за $90^\circ$ спротивно од стрелките	Осна симетрија (вертикална оска)
----------------	-------------------------------------	-----------------------------------------------------	-------------------------------------



Обиди се да креираш свој дизајн со некоја едноставна графичка апликација. За дадениот дизајн е користена апликацијата Paint.

**Програмирање виртуелен робот** - Со наредби за транслација и ротација движи го роботот за да стигне до целта - синото квадратче.



За ротација користи  , а за транслација од еден чекор .

Запиши неколку различни начини.  
Кој е наједноставниот начин (со најмал број наредби)?





**РЕШЕНИЈА НА  
ЗАДАЧИТЕ**

Тема: Геометрија

КРУЖНИЦА И КРУГ. ЦРТАЊЕ НА КРУГ / 9.  $r = d : 2 = 90 : 2 = 45 \text{ mm}$  .

10. тетива: АВ,СD , радиус: ОА,ОВ , дијаметар: АВ .

ЗАЕМНА ПОЛОЖБА НА ТОЧКА И КРУЖНИЦА,ПРАВА И КРУЖНИЦА И НА ДВЕ КРУЖНИЦИ / 7.

Точни одговори се: а) , в), д), ф), ж).

9. – се сечат, - се допираат од внатре,- се допираат од надвор.

CIP - Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

373.3.016:51(035)=163.3

МАТЕМАТИКА за шесто одделение [Електронски извор] : материјали за учење / Татјана Атанасова-Пачемска ... [и др.] ; [илустратор Теодора Јовановска]. - Скопје : Биро за развој на образованието, 2024

Начин на пристапување (URL):

<https://brogovmk->

[my.sharepoint.com/personal/bro\\_macedonia\\_bro\\_gov\\_mk/\\_layouts/15/onedrive.aspx?id=%2Fpersonal%2Fbro%5Fmacedonia%5Fbro%5Fgov%5Fmk%2FDocuments%2FMaterijali%5Fza%5Fuchenje%2F6%2Doddd%2DMU%2Dmak%2D%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%2Epdf&parent=%2Fpersonal%2Fbro%5Fmacedonia%5Fbro%5Fgov%5Fmk%2FDocuments%2FMaterijali%5Fza%5Fuchenje&ga=1](https://my.sharepoint.com/personal/bro_macedonia_bro_gov_mk/_layouts/15/onedrive.aspx?id=%2Fpersonal%2Fbro%5Fmacedonia%5Fbro%5Fgov%5Fmk%2FDocuments%2FMaterijali%5Fza%5Fuchenje%2F6%2Doddd%2DMU%2Dmak%2D%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%2Epdf&parent=%2Fpersonal%2Fbro%5Fmacedonia%5Fbro%5Fgov%5Fmk%2FDocuments%2FMaterijali%5Fza%5Fuchenje&ga=1).

- Текст во ПДФ формат, 199 стр., илустр. - Наслов преземен од екранот. - Опис на изворот на ден 30.05.2024. - Други автори: Марија Петровска, Силвана Јакимовска-Бинова, Александра Пешевска Митановска

ISBN 978-608-206-184-9

1. Атанасова-Пачемска, Татјана [автор] 2. Петровска, Марија [автор] 3. Јакимовска-Бинова, Силвана [автор] 4. Пешевска Митановска, Александра [автор]

COBISS.MK-ID 63839237