

**MINISTARSTVO ZA OBRAZOVANJE I NAUKU**

**BIRO ZA RAZVOJ OBRAZOVANJA**



**Nastavni program**

**MATEMATIKA**

**za VII razred**

**Skoplje, 2023 godina**

## OSNOVNI PODACI O NASTAVNOM PROGRAMU

Nastavni predmet	Matematika
Vrsta/kategorija nastavnog predmeta	Obavezni
Razred	VII (sedmi)
Teme/područja nastavnog programa	<ul style="list-style-type: none"><li>● Brojevi i operacije sa brojevima</li><li>● Geometrija</li><li>● Algebra</li><li>● Mjerenje</li><li>● Rad sa podacima</li></ul>
Broj časova	4 časa nedjeljno / 144 časova godišnje
Oprema i sredstva	<ul style="list-style-type: none"><li>● Kartice sa brojevima/ciframa, kartice s cijelim brojevima, prazna pakovanja proizvoda sa tablicom nutritivnog sastava, katalog proizvoda s popustom, kartice s linearnim izrazima, kartice sa različitim vrstama mnogougaonika, papirna traka, fleš kartice, tabela Stotice, kocke za igranje (1-6), kartonski pravougaonici, kvadratne mreže, kuglice/kocke različitih boja, podaci prikazani u tabeli/dijagramu.</li><li>● Konci, drveni štapići, metar, pribor za geometriju, instrumenti za mjerenje mase, dužine, zapremine tečnosti, temperature.</li><li>● Hamer papir, flipčart papir, markeri, stiker papir, kancelarijski materijal – igle sa lopticama, selotejp, geotabele, milimetarski papir, makaze, tečni ljepilo, stiropor, tvrdi papir - karton.</li><li>● Pristup Internetu, geometrijski softver, LCD projektor, kompjuteri, kalkulatori.</li></ul>
Normativ nastavnog kadra	Nastavu iz matematike u VII razredu devetogodišnjeg osnovnog obrazovanja, može realizovati osoba koja je završila: <ul style="list-style-type: none"><li>• studije matematike - nastavni smjer, VII/1 ili VIA po MRK i 240 EKTS;</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• studije matematike - fizike, VII/1 ili VIA po MRK i 240 EKTS;</li> <li>• studije matematike - hemije, VII/1 ili VIA po MRC i 240 EKTS;</li> <li>• studije matematike – informatika, nastavni smjer, VII/1 ili VIA po MRC-u i 240 EKTS;</li> <li>• studije matematike – drugi nenastavni smjer, VII/1 ili VIA prema MRK i 240 EKTS, sa stečenom pedagoško-psihološkom i metodičkom spremom na akreditovanoj visokoškolskoj ustanovi.</li> </ul> <p>Nastavnicima koji su završili prvi stepen na Prirodnno-matematičkom fakultetu – grupa Matematika, Pedagoška akademija ili viša pedagoška škola - odgovarajuća grupa i stekli zvanje nastavnika iz predmeta koji predaju, ne prestaju radni odnos na radnom mjestu na kojem su su angažovani.</p>
--	---

## POVEZANOST SA NACIONALnim STANDARDIMA

Rezultati učenja navedeni u Nastavnom programu vode ka sticanju sljedećih kompetencija obuhvaćene u oblasti **Matematika i prirodne nauke**, prema Nacionalnim standardima:

Učenik/učenica zna i/ili umije:	
III-A.1	da koristi redoslijed operacija sa cijelim brojevima, razlomcima i decimalnim brojevima, uključujući zagrade;
III-A.2	da zaokruži brojeve do određenog stepena preciznosti;
III-A.3	da ispita smanjenje ili povećanje u procentima, uključujući jednostavne lične ili finansijske probleme u domaćinstvu, na primjer: kamata, popust, dobit, gubitak i porez;
III-A.4	da odluči kada primjeniti razlomke ili procente za poređenje različitih količina;
III-A.5	da preporuči/primjeni razmjer u različitim kontekstima svakodnevnog života;
III-A.6	da donosi zaključke kada su dvije veličine direktno proporcionalne i koristiti proporcionalnost u rješavanju problema, na primjer prelazak s jedne valute na drugu;
III-A.7	da koristi stepene sa stepenovim pokazateljem: nula, pozitivan ili negativan ci broj i da primjenjuje množenje i dijeljenje stepena sa jednakim osnovama i stepenovanje stepena, proizvoda i količnika;
III-A.8	da uprosti ili transformiše algebarske izraze i sabira i oduzima jednostavne algebarske razlomke;
III-A.9	da sastavlja izraz kako bi opisao $n$ – ti član aritmetičke nizi;

III-A.10	da sastavi, rješi i grafički protumači rješenje: linearnih jednačina sa cjelobrojnim koeficijentima; sistem dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate i linearne nejednačine sa jednom nepoznatom;
III-A.12	da otkrije svojstva uglova, prave koje se sjeku, trouglova, drugih mnogougaonika i krug i odlučiti koja svojstva koristiti u rješavanju problema;
III-A.13	da analizira 3D oblike kroz mreže i projekcije;
III-A.15	da transformira 2D oblike, kombinirajući translaciju, rotaciju, simetriju osi i sličnost;
III-A.16	da pravi i koristi crteže u razmjeru i tumači mape;
III-A.18	da koristi mjerne jedinice (dužina, masa, zapremina, površina i volumen) u različitom kontekstu;
III-A.19	da izračuna perimetar i površinu 2D oblika;
III-A.20	da izračuna površinu i volumen 3D oblika;
III-A.23	da tumači tabele, grafikone i dijagrame, upoređuje rezultate i donosi zaključke o tačnosti postavljene hipoteze;
III-A.24	da procjeni događaj, vjerovatnoću događaja, relativnu frekvenciju i izvuče zaključke o eksperimentu;
III-A.26	da ocijeni efikasnost različitih pristupa rješavanju problema i unaprijedi postupak rješavanja;
III-A.27	da koristi matematičke aplikacije za rješavanje različitih problemskih situacija i provjeru znanja.
<i>Učenik/učenica razumije i prihvata da:</i>	
III-B.1	svako može naučiti matematiku ako se dovoljno potruđi;
III-B.2	znanje matematike nalazi primjenu u mnogim oblastima svakodnevnog života;
III-B.3	znanje matematike je neophodno za sticanje znanja iz drugih predmeta i naučnih disciplina
III-B.4	učenje matematike može biti zabavno i zanimljivo.

Nastavni program uključuje relevantne kompetencije iz sljedećih transverzalnih područja Nacionalnih standarda:  
**Digitalna pismenost, Lični i društveni razvoj, Društvo i demokratska kultura i Tehnika, tehnologija i preduzetništvo.**

#### **Digitalna pismenost**

	<i>Učenik/učenica zna i/ili umije:</i>
IV-A.2	da procjeni kada i na koji način je potrebna efikasna upotreba IKT-a za rješavanje zadatka/problema;
IV-A.4	da analizira problem u saradnji sa drugima, razvija ideju i plan za njegovo istraživanje i rješavanje i planira kada i za šta koristiti IKT;
IV-A.5	da utvrđuje koje su mu informacije potrebne, pronalazi, bira i preuzima digitalne podatke, informacije i sadržaj i procjenjuje njihovu relevantnost u odnosu na konkretnu potrebu i pouzdanost izvora;
IV-A.6	da bira i koristi različite alatke za obradu podataka, analizira podatke i prezentira ih na različite načine poštujući pravila korištenja;
IV-A.13	da definira kriterije kvaliteta za digitalne proizvode i rješenja, uključujući inovativnost i korisnost.
	<i>Učenik/učenica razumije i prihvata:</i>

IV-B.1	da je digitalna pismenost neophodna za svakodnevni život – olakšava učenje, život i rad, doprinosi širenju komunikacije, kreativnosti i inovativnosti, nudi razne mogućnosti zabave;
IV-B.2	da neodgovorno i neumjesno korišćenje IKT ima ograničenja i može nositi rizike za pojedinca ili društvo;

### Lični i socijalni razvoj

	<i>Učenik/učenica zna i/ili umije:</i>
V-A.6	da postavlja ciljeve za učenje i lični razvoj i da radi na prevazilaženju izazova koji se javljaju na putu njihovog ostvarenja;
V-A.7	da koristi sopstvena iskustva kako bi olakšao svoje učenje i prilagodio sopstveno ponašanje u budućnosti;
V-A.8	da svoje vrijeme organizuje na način koji će mu omogućiti da efikasno i efektivno ostvari postavljene ciljeve i zadovolji svoje potrebe;
V-A.9	da predviđa posljedice svojih postupaka i postupaka drugih za sebe i druge;
V-A.10	da vodi računa o svom digitalnom identitetu, sigurnosti i reputaciji i da poštuje politiku privatnosti;
V-A.14	da aktivno sluša i odgovara na odgovarajući način, pokazujući empatiju i razumijevanje za druge i izražavajući sopstvene brige i potrebe na konstruktivan način;
V-A.15	da sarađuje sa drugima u ostvarivanju zajedničkih ciljeva, dijeleći sopstvena gledišta i potrebe sa drugima i imajući u obzir gledišta i potrebe drugih;
V-A.17	da traži povratnu informaciju i podršku za sebe, ali takođe pružaju konstruktivne povratne informacije i podršku u korist drugih;
V-A.18	da istražuje, postavlja relevantna pitanja radi otkrivanja problema, analizira i procjenjuje informacije i sugestije i provjerava prepostavke;
V-A.19	da daje prijedloge, da razgleda razne mogućnosti i da predviđa posljedice u cilju izvođenja zaključaka i donošenja racionalnih odluka;
	<i>Učenik/učenica razumije i prihvata da:</i>
V-B.3	vlastita postignuća i blagostanje u velikoj mjeri zavise od rada koji sam/sama ulaže i rezultatima koji sam/sama postiže;
V-B.4	svaki postupak koji preduzima ima posljedice po njega/nju i/ili njegovu/njenu okolinu;
V-B.7	da su inicijativnost, upornost, istrajnost i odgovornost važni za sprovođenje zadataka, postizanje ciljeva i prevladavanje izazova u svakodnevnim situacijama;
V-B.8	da je interakcija sa drugima dvosmjerna - kao što on ima pravo da traži od drugih da mu/joj omoguđe da budu zadovoljni svojim vlastitim interesima i potrebama, tako da je on/ona odgovoran da ostavi prostor drugima da zadovolje svoje interesе i potrebe;
V-B.9	da traženje povratnih informacija i prihvatanje konstruktivne kritike vode ka ličnom napretku na individualnom i socijalnom planu.

### Društvo i demokratska kultura

<i>Učenik/učenica zna i/ili umije:</i>
--

VI-A.3	da formuliše i argumentuje svoja gledišta, da sluša i analizira gledišta drugih ljudi i da se prema njima odnosi sa poštovanjem, čak i kada se ne slaže.
	<i>Učenik/učenica razumije i prihvata:</i>
VI-B.6	da su lični angažman i saradnja sa drugima neophodni za ostvarivanje zajedničkog javnog interesa.

### Tehnika, tehnologija i preduzetništvo

	<i>Učenik/učenica zna i/ili umije:</i>
VII-A.1	da povezuje znanja iz nauka sa njihovom primjenom u tehnici i tehnologiji i u svakodnevnom životu;
VII-A.4	da generira ideje i osmisli aktivnosti koje vode do proizvoda i/ili usluga;
VII-A.5	da pokrene jednostavne projekte kulturne, društvene ili komercijalne vrijednosti, planira njihovu realizaciju, uzimajući u obzir potrebne resurse i moguće rizike, te napisati izvještaj o realizaciji;
VII-A.6	da razvije plan za izradu proizvoda korisne vrijednosti, izraditi proizvod korišćenjem odgovarajućih materijala, alata i postupaka i provjeriti njegovu funkcionalnost;
VII-A.9	da aktivno učestvuje u timskom radu prema ranije usvojenim pravilima i uz dosljedno poštovanje uloge i doprinosa svih članova tima.
	<i>Učenik/učenica razumije i prihvata da:</i>
VII-B.5	resursi nisu neograničeni i moraju se koristiti odgovorno.

## REZULTATI UČENJA

Tema: BROJEVI I OPERACIJE SA BROJEVIMA

Ukupno časova: 48

### Rezultati učenja:

Učenik/učenica će biti sposoban/-na da:

- Primjenjuje operacije sa skupovima u rješavanju problema.
- Primjenjuje cijele brojeve i absolutnu vrijednost cijelog broja u svakodnevnom kontekstu.
- Koristi aritmetičke zakone i inverzne operacije da pojednostavi proračune cijelih brojeva.
- Koristi stepene sa pokazateljom prirodnog broja i kvadratnim korijenom određenih prirodnih brojeva u rješavanju brojeva.

5. Koristi veze između razlomaka, decimalnih brojeva i procenata kada rješava probleme iz svakodnevnog konteksta.

6. Rješava probleme iz svakodnevnog konteksta operacijama s pozitivnim racionalnim brojevima.

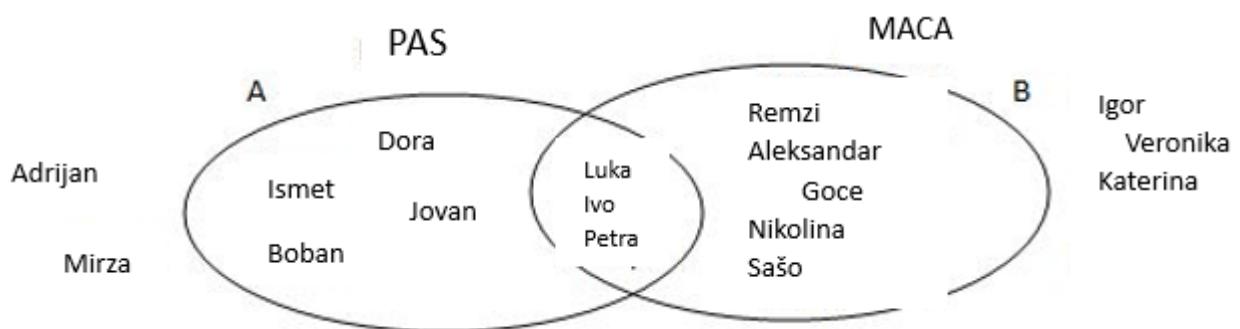
7. Rješava probleme s razmjerom i pravoproporcionalnošću.

Sadržaji (i pojmovi):	Standardi za ocjenjivanje:
<ul style="list-style-type: none"><li>Operacije sa skupovima (unija (<math>\cup</math>), presjek (<math>\cap</math>), razlika (<math>\setminus</math>), disjunktni skupovi, komutativno i asocijativno svojstvo, podređeni par, Dekartov proizvod (<math>\times</math>), Dekartov kvadrat)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Određuje presek, uniju i razliku skupova datih tabelarno, sa Venovim dijagramom i deskriptivno.</li><li>Koristi znakove operacije sa skupovima (<math>\cap, \cup</math> i <math>\setminus</math>).</li><li>Razlikuje „i“ i „ili“.</li><li>Na primjerima pokazuje komutativno i asocijativno svojstvo presjeka i unije.</li><li>Razlikuje podređeni par i skup od dva elementa.</li><li>Određuje skup podređenih parova datog skupa.</li><li>Zapisuje i određuje Dekartov proizvod na jednostavnim primjerima.</li><li>Predstavlja Dekartov proizvod sa Dekartovom šemom.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Cijeli brojevi (skup cijelih brojeva <math>\mathbb{Z}^+</math>, <math>\mathbb{Z}^-</math> i <math>\mathbb{Z}</math>, manji ili jednaki (<math>\leq</math>), veći ili jednaki (<math>\geq</math>), apsolutna vrijednost (<math> a </math>)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Upoređuje i sortira cijele brojeve na brojevnoj liniji.</li><li>Ispravno koristi znakove <math>&lt;, \leq, =, \geq, &gt;</math>.</li><li>Objašnjava, kroz operacije sa skupovima, odnos između <math>N</math>, <math>N \setminus (0)</math>, <math>\mathbb{Z}^+, \mathbb{Z}^-</math> i <math>\mathbb{Z}</math>.</li><li>Određuje apsolutnu vrijednost datog cijelog broja.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Operacije sa cijelim brojevima</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Određuje zbir i razliku dva ili više cijelih brojeva sa istim ili različitim znacima.</li><li>Koristi komutativno i asocijativno svojstvo prilikom sabiranja cijelih brojeva.</li><li>Izračunava proizvod ili količnik cijelih brojeva s istim ili različitim znakom.</li><li>Koristi komutativno, asocijativno i distributivno svojstvo u operacijama s cijelim brojevima.</li><li>Izračunava vrijednost brojnog izraza s cijelim brojevima.</li><li>Određuje vrijednost brojnog izraza u kojem se pojavljuje apsolutna vrijednost.</li><li>Rješava jednačine koristeći operacije u <math>Z</math> i njihova svojstva.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Stepen i korijen prirodnog broja (stepen, osnova stepena, stepenov pokazatelj, vrijednost stepena, kvadrat, kvadratni korijen)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Objašnjava šta je stepen sa pokazateljom prirodnog broja.</li><li>Razlikuje stepenov pokazatelj, osnovu i vrijednost stepena.</li><li>Izračunava vrijednost stepena sa pokazateljom prirodnog broja.</li><li>Prepoznaje kvadrat od prirodnih brojeva do najmanje 100 i odgovarajuće kvadratne korijene.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Pozitivni racionalni brojevi, procenti (konačni, beskonačni, periodični decimalni brojevi)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Svodi razlomke na isti imenilac.</li><li>Upoređuje i podređuje razlomke koristeći dijagrame, svodeći na isti imenilac, svodeći na isti brojitelj ili pretvarajući razlomke u decimalne brojeve.</li><li>Podređuje pozitivne racionalne brojeve, uključujući mjerjenje, i pretvara ih u istu mjernu jedinicu.</li></ul>

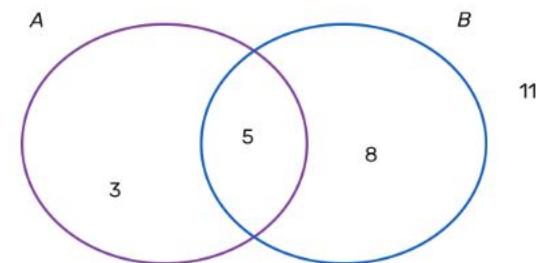
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Zaokružuje decimalne brojeve sa više decimala, uključujući i mjerenje.</li> <li>Koristi razlomke i procente za opisivanje dijelova oblika, cjelina i mjera.</li> <li>Izračunava jednostavne procente od cjeline (odgovor je cio broj) i izražava dio cjeline kao razlomak ili procenat.</li> <li>Koristi procente za predstavljanje i poređenje različitih količina.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Operacije sa pozitivnim racionalnim brojevima</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sabira i oduzima razlomke.</li> <li>Objašnjava pojam recipročni razlomak datog razlomka.</li> <li>Množi i dijeli razlomak prirodnim brojem.</li> <li>Množenje i dijeljenje razlomaka.</li> <li>Zapisuje ostatak prilikom dijeljenja kao razlomak.</li> <li>Sabire i oduzima decimalne brojeve, uključujući decimalne brojeve sa različitim brojem decimala.</li> <li>Množi i dijeli decimalne brojeve.</li> <li>Koristi zaokruživanje prema gore ili prema dolje poslije dijeljenja saglasno zahtjevu konteksta.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Razmjer i proporcionalnost (pravaproportionalnost)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dijeli količinu na dva dijela u datom razmjeru.</li> <li>Prepoznaje vezu između razmjera i dijela cjeline.</li> <li>Koristi proporcionalnost u datom kontekstu.</li> </ul>

#### Primjeri za aktivnosti:

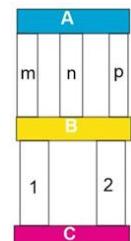
- Za podsticanje razmišljanja o operacijama sa skupovima, učenicima se daje zadatak: Nekoliko učenika je upitano da li imaju kućnog ljubimca i ako da - koji je to kućni ljubimac. Prikupljeni podaci prikazani su Venovim dijagramima. Skup A se sastoji od učenika koji imaju psa, a skup C čine učenici koji imaju mače.
- Na nivou razreda sa učenicima se razgovara o sljedećim pitanjima:
- Koliko učenika imaju samo psa?
- Koliko učenika imaju samo mače?
- Koliko učenika imaju i macu i psa?
- Koliko učenika imaju psa ili mače?



- Koliko učenika nemaju kućnog ljubimca?
- Učenici rade u parovima i dobijaju problemsku situaciju: Venov dijagram prikazuje skupove A i B, tako da je A skup učenika iz 7a koji više vole da uče strani jezik, a skup B se sastoji od učenika istog razreda koji vole sport.
- Učenici trebaju dopuniti iskaze: „3 učenika vole učiti \_\_\_\_\_, a ne vole \_\_\_\_\_ i oni su elementi skupa \_\_\_\_\_, a ne pripadaju skupu \_\_\_\_\_“, „5 učenika vole \_\_\_\_\_ i oni su elementi skupa \_\_\_\_\_ i skupa \_\_\_\_\_“, „16 učenika vole \_\_\_\_\_ i oni su elementi skupa \_\_\_\_\_ ILI \_\_\_\_\_“.
- Na kraju, parovi razmjenjuju svoje odgovore kako bi provjerili i međusobno diskutovali o razlici između „I“ i „ILI“.
- Učenici se dijele u grupe i dobiju slike sa Venovim dijagramima na kojima su obojeni dijelovi koji predstavljaju presjek, uniju dva skupa ili razliku jednog s drugim skupom. Ispod svake slike je napisano šta je obojeno, presjek, unija ili razlika skupova. Učenici treba da zapišu predstavljene skupove na opisni način i pokušaju da uz svaku sliku svojim riječima napišu objašnjenje pojmove presjek, unija i razlike skupova. Na kraju, svaka grupa predstavlja i diskutuje na nivou razreda. Na taj način bi trebalo da dođu do definicije preseka, unije i razlike skupova.
- Učenici rade u 3 grupe i koriste pristup internetu ili odgovarajuću literaturu – udžbenike prirodnih nauka i sl. i dobijaju zadatak: Neka je A skup biljaka i životinja koje žive u slatkoj vodi, B je skup biljaka i životinje koje žive u morskoj vodi, a C je skup biljaka i životinja koje žive izvan vode. Istražite u grupi i provjerite:
  - Grupa 1: Postoje li zajednički elementi za skupove A i B?
  - Grupa 2: Postoje li zajednički elementi za skupove A i C?
  - Grupa 3: Postoje li zajednički elementi za skupove B i C?
- Svaka od grupe odgovara na pitanja: Ako postoje zajednički elementi, kako ćete ih zapisati kao skup? Koja svojstva imaju oni elementi koji pripadaju oba skupa? Koja operacija skupa odgovara zajedničkim elementima dva ili više skupova? Grupe pišu svoje odgovore na hameru, a zatim prezentiraju svoj rad razredu.
- Učenici u grupama tehnikom STANICE rješavaju zadatke iz operacija sa skupovima. Svaka grupa dobija hamer na kojem je napisan isti zadatak, za koji moraju u potpunosti predstaviti proceduru rješavanja. Nakon određenog vremena, na znak nastavnika, svaka grupa prelazi na sljedeću stanicu i ostavlja svoje komentare o načinu na koji je zadatak riješila druga grupa. Na kraju se svaka grupa vraća svom hameru i pregleda pristigle komentare na svoj rad. Primjer zadatka: „Učenici iz jednog razreda su članovi matematičke ili historijske sekcije. Koliko učenika ima u odjeljenju, ako se zna da je njih 18 članova i matematičke i historijske sekcije, 23 matematičke sekcije, a 21 učenika historijske sekcije?“
- Sve grupe imaju isti zadatak da prilikom rotacije svake stanice ostavljaju komentare na način rješavanja ostalih grupa.
- Učenici na primjerima skupova iz svakodnevnog života treba da pokažu svojstva operacija presjeka i unije skupova. Učenici u parovima dobijaju skupove  $A=\{x|x \text{ je učenik razreda i rođen je prijepodne}\}$ ,  $B=\{x|x \text{ je učenik razreda i rođen je u prvih 6 mjeseci u godini}\}$ ,  $C=\{x|x \text{ je učenik razreda i rođen je u ljetu}\}$ . Jedan učenik iz para samostalno određuje skupove  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $(A \cap B) \cap C$ ,  $(A \cup B) \cup C$ , a drugi skupove  $B \cap A$ ,  $B \cup A$ ,  $A \cap (B \cap C)$ ,  $A \cup (B \cup C)$ . Zatim zajedno u parovima provjeravaju rješenja (skupove) koje su dobili. Oni izvode zaključke o komutativnosti i asocijativnosti operacija presjeka i unije skupova.



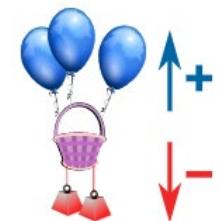
- Učenici na nivou razreda razgovaraju o pitanjima:
- Da li su podređeni parovi  $(2, -1)$  i  $(-1, 2)$  koordinate iste tačke u koordinatnom sistemu?
- Da li bismo sedjeli na istom mjestu u bioskopu ako imamo kartu na kojoj piše red 5 mjesto 3 i kartu na kojoj piše red 3 mjesto 5?
- Koja je razlika između skupova  $\{1, 2\}$  i  $\{2, 1\}$ ?
- Učenici, vođeni nastavnikom, diskutuju i izvode zaključak o razlici između podređenog para i skupa od dva elementa.
- Učenici rade u grupama i svaka grupa zapisuje skup imena učenika koji pripadaju toj grupi. Zatim zapisuju podređene parove imena ko bi kome mogao pomoći oko domaće zadaće iz predmeta iz nekog nastavnog predmeta, pri čemu se prvi u paru smatra pomagačem, a drugi - onaj kome se pomoći pruža. Po jedan učenik iz svake grupe predstavlja nastale podređene parove.
- U vezi sa prethodnom aktivnošću, učenici sastavljaju i Dekartovu šemu prema uputstvima nastavnika. Na primjer, za skup učenika {Dejan, Sara, Halim, Marija} i podređene parove (Sara, Dejan), (Halim, Sara), (Marija, Halim), (Dejan, Marija) obrazac koji će koristiti i na kojima će zapisati teme na kojima biste saradivali, to bi moglo izgledati ovako:
- Čitajući sa Dekartove šeme, učenici na kraju zapisuju i skup svih podređenih parova koje čitaju s nje.
- Učenici podijeljeni u male grupe, prema primjeru datom na slici, trebaju odgovoriti na pitanja (odrediti i zapisati podređene parove i/ili skupove):
  - Koji su putevi koji povezuju mjesta A i C?
  - Koji su mogući putevi od A do C?
  - Koji su putevi od C do A?
- Na kraju, razgovarajte u grupi šta je drugačije u slučajevima pod a), b) i c)
- Učenici rade u parovima i igraju igru Čarobna kutija. U kutiji se nalaze kartice na kojima su ispisani cijeli brojevi. Svaki par ima traku podjele označenu brojem nula, a imaju spremne karte sa  $<$ ,  $=$ ,  $>$  znakovima. Svaki učenik u paru izvlači jednu kartu iz kutije, a zatim upoređuju brojeve na karticama tako što između njih stavljuju kartice sa znakovima  $<$ ,  $=$ ,  $>$ . Na primjer učenici izvlače brojeve  $-5$  i  $4$  iz para i koristeći kartice sa znakom dobijaju  $-5 < 4$ . Zatim poređaju kartice sa brojevima sa štipavicama na traci na kojoj je označen broj nula. Parovi prikazuju dobijene trake kartica na određenom mjestu u učionici i razgovaraju o njima na nivou razreda.
- Učenici rade u grupama i dobijaju po dvije kutije. U jednom polju su kartice sa brojevima manjim od  $1000$ , a u drugom su kartice na kojima piše „Zaokruži broj na najbliže  $10/100/1000$ “. Jedan učenik iz grupe izvlači broj iz prve kutije, zatim karticu iz druge kutije (na pr. učenik izvlači broj  $547$  iz prve kutije, zatim izvlači karticu iz druge kutije na kojoj piše: Zaokruži broj na najbliže  $10$ .) i kaže odgovor. Učenici naizmjenično izvlače kartice i zapisuju tačne i netačne odgovore svakog učenika u tabelu. Pobjednik grupe je učenik sa najviše tačnih odgovora.
- Učenici izvlače papiriće na kojima su ispisana pitanja. (Primjeri pitanja: Da li je tačno  $N \subset N_0$ ?; Da li je tačno  $Z \cap Z^+ = \emptyset$ ? ; Da li je tačno  $0 \in N$ ?; ... ) Učenik zapisuje dobijeno pitanje sa



	Dejan	Sara	Halim	Marija
Dejan				matematika
Sara	historija			
Halim			Prir.n.	
Marija				Engleski j.

lista na tabli i odgovara na njega. Zatim učenici dizanjem ruke potvrđuju da li je odgovor tačan ili netačan. Ako odgovor nije tačan, drugi učenik upisuje tačan odgovor na tabli.

- Učenici rade u parovima. Jedan učenik kaže jedan cijeli broj, a drugi iz para mora reći absolutnu vrijednost tog broja. Na pr. Jedan učenik kaže -2, a drugi  $|-2|=2$ . Naizmjenično izgovaraju brojeve i nakon deset pokušaja pobjednik je učenik sa najviše tačnih odgovora.
- Učenici rješavaju svakodnevni zadatak da vide učinak znakova „+“ ili „-“ pri sabiranju i oduzimanju cijelih brojeva. Rade u malim grupama i odgovaraju na pitanja vezana za datu problemsku situaciju:
- U poznatom turističkom kraju, jedna od atrakcija je ljubičasti avion. Dodavanjem jednog plavog balona, letjelica se pomiče 1m gore (+1), a za svaku dodatni crveni teg (zbog težine) ide 1m dolje (-1).
- *Uputstvo:* Zabilježite promjene u visini ljubičastog balona koristeći brojne izraze, zapisujući predznak „+“ za svaki plavi balon i „-“ za svaki crveni teg.
- U početku su bila 3 balona na letjelici. Ako dodamo 2 balona, koliki je ukupan broj balona u letjelici? (Od učenika se očekuje da napišu  $(+3)+(+2)=+5$ .)
- Na letjelici se nalaze 3 balona i dodaju se 2 tega. Kako se mijenja visina letjelice? Kako možemo postići isti efekat u promjeni visine mijenjajući samo broj balona? (Od učenika se očekuje da napišu  $(+3)+(-2)=+1$ ,  $(+3)-(+2)=+1$ )
- Na letjelici se nalaze 2 tega i dodaju se još 2. Kako se visina letjelice mijenja u odnosu na položaj kada na letjelici nije pričvršćen nikakav teg?
  - Na letjelici se nalaze 2 tega i dodaju se 3 balona. Kako se visina letjelice mijenja u odnosu na njen položaj kada nisu pričvršćeni ni tegovi ni baloni?
  - Kako se mijenja visina letjelice ako od početnog broja 2 tega oduzmemo 1 teg? Koliko balona treba da dodamo ili oduzmemo da bismo postigli isti efekat kao kada oduzimamo 1 teg?
  - Objasnite da li će ako oduzmemo 3 tega od letjelice ostati na istoj visini kao da dodamo 3 plava balona? Uz prepostavku da je početna visina 10m, zapišite izraze za izračunavanje tih promjena.
- Za grupe koje brže napreduju može se dati dodatni zadatak: Prema datim numeričkim izrazima (npr.  $(+7)+(+4)=(+7)-(-4)=+11$ ) sastaviti problemsku situaciju sa balonima i tegovima slične gore postavljenim pitanjima.
- Učenici rade u parovima i koristeći problem balona i tegova iz prethodne aktivnosti zapisuju izraze koristeći cijele brojeve i izračunavaju njihovu vrijednost:
- Ako prvo oduzmemo 2 balona, a zatim dodamo 2 tega letjelici, da li će visina leta ostati ista kao da prvo dodamo 2 tega, a zatim oduzmemo 2 balona?
- Ako prvo dodamo 4 balona, a zatim dodamo 5 tega letjelici, da li će visina leta biti ista kao da prvo dodamo 5 tega, a zatim dodamo 4 balona?
- Kako će se promijeniti visina letjelice ako dodamo grupu od 3 balona i 1 tega, a zatim 2 balona? Hoće li se visina leta promijeniti isto kao i prije ako dodamo 5 balona, a zatim 1 teg?
- Parovi koji brže napreduju imaju zadatak da provjere prethodne situacije drugim brojevima (različitim brojem balona/tegova). Nakon izvođenja ove aktivnosti na nivou razreda, učenici diskutuju o zaključcima dobivenim radom u paru i prave generalizacije o svojstvima sabiranja cijelih brojeva.
- Učenici rade u parovima na rješavanju „Problemi sa dugovima i razduživanjima“. Možete dati sljedeći primjer: Ako ti dugujem 10 denara, a nakon neke promjene duga on sada iznosi 7 denara, kolika je promjena koja je nastala i za koliko denara? Kako se ovo može napisati jednačinom? Zatim učenici treba da sastave nekoliko sličnih tekstova koji se svode na jednačinu, a koriste se pojmovi dug i razduživanje. Svaki učenik u paru sastavlja

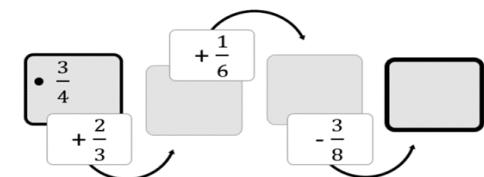


tekst i razmjenjuje sveske - drugi učenik rješava zadatak i u svakom od postavljenih zadataka iznad brojeva i nepoznanice u jednačini upisuje pojmove sabirak, zbir, umanjenik, umanjitelj ili razlika. Na kraju ponovo razmjenjuju sveske i razgovaraju u paru o postupku i tačnosti rješavanja.

- Učenici u grupama dobijaju hamer na kome su ispisani brojni izrazi sa sabiranjem i oduzimanjem cijelih brojeva (sa i bez zagrada). (Primjer: Odredite vrijednost izraza:a)  $(3+(-4))+(+2)$ ,  $(+3+(-4))-(-2)$ ,  $(3-4)+2$ , b )  $3-4+2$ , c)  $3-(4+2)$ . Objasnite u koracima postupak rješavanja za svaki izraz i zapišite što ste primijetili?). Rešavanjem učenici treba da otkriju pravila za izračunavanje vrednosti brojevnog izraza. Zatim svaka grupa treba da sastavi još jedan primjer sličan dobivenom. Grupe treba ukratko da zapišu svoje zaključke na hamer papiru na kojoj rješavaju. Za aktivnost je preporučljivo koristiti tehniku „Vrteška“ - grupe se rotiraju od hamera do hamera (svaka grupa određuje svog „stručnjaka“ koji treba da objasni sljedećoj grupi koja će doći na razmatranje kako je i do kojih zaključaka došla njegova grupa ).
- Učenici u paru sa kalkulatorima računaju proizvod i količnik cijelih brojeva (kod količnika se naglašava da bi se pazilo da rezultat bude cijeli broj). Učenici sami biraju najmanje 5 parova: 1) pozitivni brojevi; 2) negativni brojevi; 3) brojevi sa različitim znacima. Za svaki par brojeva, trebali bi koristiti kalkulator za izračunavanje proizvoda i/ili količnika. Zapisuju zaključke o znaku dobijenog proizvoda i količniku u zavisnosti od znaka množitelja/djeljenika i djelitelja. Saopštavaju zaključke na nivou razreda.
- Učenici u parovima s kalkulatorima izračunavaju zbirove i proizvode cijelih brojeva (sami biraju cijele brojeve) kako bi ispitali komutativno i asocijativno svojstvo što većeg broja parova/trojki brojeva. Zatim nastavljaju rješavati u parovima i bez naglašavanja da treba koristiti bilo koje svojstvo, rješavaju zadatke kao u primjeru: Izračunaj na najjednostavniji način: 1)  $(-6) \cdot (+7) + (-6) \cdot (+3)$ ?; 2)  $(-120+36) : (-6)$ . Parovi prezentiraju svoje nalaze razredu, a zatim o tome razgovaraju.
- Učenici igraju igru „Dobij broj“. Rade u grupama i dobijaju zadatak od nekoliko brojeva da sastave brojni izraz čija je vrijednost dati broj. Na primjer: Na koliko različitim načina možete dobiti broj 153 od brojeva 8, -9, 5, -2, 100 i 25, pri čemu se svaki od ponuđenih brojeva može koristiti najviše jednom? (1 način:  $100 - (-9) \cdot 5 + 8$ ; 2 način:  $100 - (-2) \cdot 25 + 8 - 5$  i tako dalje...) Nakon određenog vremena za rad, grupe objašnjavaju svoja rješenja na nivou razreda.
- Učenici u parovima, postavljaju jedni drugima zadatke da izračunaju vrijednost brojnog izraza (izraz koji sadrži absolutnu vrijednost i operacije s cijelim brojevima, pr.  $| -1+4 | + (-2 \cdot (-3))$ ), zatim međusobno provjeravaju rješenja i raspravljaju o metodi rješenja.
- Učenici u grupama sastavljaju i zapisuju na flipčart papiru dva tekstualna zadatka koji se svode na rješenje jednačine sa cijelim brojevima u kojima treba odrediti nepoznati množilac, djeljenik ili djelitelj. Zatim se grupe rotiraju i svaka grupa predlaže rješenje barem jednog od zadataka drugih grupa. Svoje prijedloge pišu na flipčart papiru grupe koja je sastavila zadatak. Kada svaka grupa prođe kroz zadatke svih ostalih grupa, vraća se na svoje i provjerava različite načine rješavanja koji su dobiveni kao prijedlozi od drugih.
- Učenici rade u grupama od tri učenika. Kartice sa brojevima od 1 do 10 stavljuju se okrenute na sto. Jeden učenik iz grupe izvlači karticu sa brojem i taj broj će biti osnova stepena. Drugi učenik izvlači karticu sa brojem i taj broj će biti stepenov pokazatelj, a treći učenik izračunava vrijednost dobijenog stepena. Naizmjenično izmjenjuju svoje uloge. Nakon šest pokušaja i promjene uloga, pobjednik je učenik sa najviše tačnih odgovora o vrijednosti stepena.
- Učenici igraju „Pogodi broj u parovima“. Kartice sa brojevima od 1 do 10 stavljuju se okrenute na sto. Prvi učenik izvlači karticu sa brojem, izračunava kvadrat tog broja i saopštava vrijednost kvadrata drugom učeniku. Drugi učenik treba da pogodi koji je broj prvi učenik izvukao, odnosno izračunava kvadratni korijen broja koji je dobio prvi učenik. Na pr. Prvi učenik je nacrtao broj 7, izračunao je  $7^2 = 49$ , drugi učenik je izračunao  $\sqrt{49} = 7$  i zaključio da je prvi učenik nacrtao broj 7. Zatim zamjenjuju uloge.

- Učenici u parovima rješavaju zadatke koristeći priznake djeljivosti. Zatim učenici u dva para formiraju grupu u okviru koje provjeravaju tačnost riješenih zadataka, razgovaraju o načinu rješavanja, mogućim greškama i poteškoćama i sl. Primjeri zadataka koje učenici mogu riješiti:
  - Koja se cifra može napisati na mjestu x u broju  $35x6$  tako da je djeljiva sa 3?
  - Koja se cifra može napisati umjesto x u broju  $27x6$  tako da je djeljiva sa 18?
  - Odredi nepoznatu cifru u brojiocu razlomka  $\frac{35x6}{4}$  tako da bude prividni razlomak?
  - Odredi nepoznate cifre u brojiocu i imeniocu razlomka  $\frac{1x6}{3y4}$  tako da se može skratiti za 6?
  - Beni je kupio klimu uređaj na 9 jednakih rata, ali mu je račun pocijepan tako da se sada vrijednost cijene ne vidi u potpunosti - nedostaju prve dvije cifre. Vidi se samo 952. Koja je cijena ako je klima skupljala od 35.000 denara, a jeftinija od 45.000?
  - Milica skuplja stari papir koji planira da reciklira. Do sada je sakupila 1477 kg. Koliko još najmanje kilograma treba sakupiti barem da bi mogla obaviti recikliranje u 12 jednakih količina?
- Učenici rade u grupama. Svaka grupa dobija 4 zadatka za upoređivanje/podređivanje razlomaka. U svakom od zadataka učenici moraju primijeniti različitu strategiju za upoređivanje/podređivanje (koristeći dijagrame, svođenje na istog imenioca, svođenje na istog brojilaca ili pretvaranje razlomaka u decimale). Ovisno o razlomcima u zadatku, učenici treba da procijene na koji način je najlakše uporediti ili podrediti razlomke (na primjer, ako je lako pronaći NZS brojilaca, onda se razlomci svode na isti brojilac). Učenici opravdavaju svoja rješenja ističući argumente za ili protiv koristeći određeni način poređenja razlomaka.
- Učenici rade u parovima. Svaki par ima zadatak da u učionici izmjeri tri dužine, tri mase i zapremine i zapiše ih kao decimalne brojeve, a zatim ih podredi
- po veličini. (Na pr. dužina, širina i visina stola; masa tri različita udžbenika; zapremina tri različite posude;) U tabelama bilježe rezultate mjerjenja po veličini i pretvaraju ih u manje i veće mjerne jedinice. Neki od parova predstavljaju svoje rezultate. Zatim zaokružuju mjerne brojeve koji su zapisani kao decimalni brojevi.
- Učenici u grupama zapisuju 3 zadatka tražeći da se obojeni dio oblika ili dio cjeline zapiše kao razlomak i procenat. Prilikom ugradnje razgovara se o čemu treba voditi računa da se dati dijelovi lako i precizno snime u procentima. Zatim se grupe rotiraju. Oni imaju zadatak da zapišu razlomke i procente u zadacima koje je postavila prethodna grupa. Grupa koja je sastavila zadatak provjerava tačnost odgovora. Nastavljaju sa sljedećom rotacijom.
- Učenici rešavaju zadatke za izračunavanje procenata cjeline u zadacima iz realnog konteksta – na primjer popust i povećanje cijena, struktura grupe po polu, uspjeh učenika u školi, nutritivni sastav proizvoda, analiza otpada i sl. Od učenika se može tražiti da donesu prazna pakovanja proizvoda koje svakodnevno konzumiraju i da prema tabeli nutritivnog sastava proizvoda u procentima koji se nalazi na pakovanju izračunaju koliko količine je svakog od sastojaka u pakovanju različitih veličina.
- Ili mogu donijeti letak sa popustima sa marketa i izračunati sniženje cijene dato u procentima u letku (ili provjeriti tačnost evidentiranih vrijednosti sniženih cijena).

- Učenici u grupama rješavaju zadatke iz svakodnevnog života koje priprema nastavnik koji se odnose na poređenje različitih veličina. Na početku svaka grupa čita svoj zadatak pred ostalim grupama, koje moraju sa procjenom od jednoj minute da daju odgovor na postavljeni problem. Nastavnik bilježi date odgovore u tablicu. Zatim grupe sa kompletnom procedurom rješenja određuju ispravno rješenje. Predstavljena su ispravna rješenja i procedure rješavanja. Razmatraju se strategije koje se koriste u procjene i postupcima rješavanja. Prema tabeli sa evidentiranim odgovorima nastavnika, učenici utvrđuju da li su na početku dobro procijenili odgovor i za koji zadatak je najveći broj učenika dao dobru procjenu. Primjeri zadataka:
  - Od 3 kg šljiva 750 g su pokvarene, od 5 kg breskvi 1,2 kg su pokvarene. Koje voće se više pokvarilo?
  - U trci sa 25 učesnika Miki je završio na treće mjesto, dok je Mert u trci sa 40 učesnika završio na šesto mjesto. Ko ima bolji rezultat?
  - Cijena od 2000 denara je umanjena za 600 denara a u drugoj prodavaonici cijena je od 5500 denara umanjena za 1540 denara. Koja prodavaonica ima veći popust?
- Učenici se takmiče u parovima u rješavanju lanaca dodavanjem i oduzimanjem razlomaka. Svaki učenik zapisuje lanac razlomaka, daje ga učeniku u paru da ga riješi, a zatim provjerava tačnost rješenja. Pobjednik para je učenik koji je tačno riješio više lanaca sabiranjem i oduzimanjem razlomaka.
- Učenici u parovima rješavaju zadatke iz nastavnog lista. Jedan učenik dobija probleme sa množenjem razlomaka, a drugi dobija zadatke sa dijeljenjem razlomaka.
- Učenik A. Pomnoži razlomke: a)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} =$ ; b)  $\frac{6}{8} \cdot \frac{1}{7} =$ ; b)  $\frac{2}{9} \cdot 13 =$ .
- Učenik B. Podijeli razlomke: a)  $\frac{7}{12} : \frac{6}{23} =$ ; b)  $\frac{2}{4} : \frac{5}{17} =$ ; b)  $\frac{10}{16} : 9 =$ .
- Svaki učenik rješava zadatke iz nastavnog lista, a zatim ih daje učeniku iz para koji ih također mora riješiti. Na kraju upoređuju rezultate, diskutuju i donose zaključak.
- U parovima učenici rješavaju zadatke dijeljenja s ostatkom. Na pr. Podijelite djecu iz tvog odjeljenja u 3, 4, 5... grupe. Prvi učenik dijeli djecu u grupe i bilježi postupak. Drugi učenik provjerava ispravnost postupka formulom  $a=b \cdot k + r$ . Za sljedeći zadatak mijenjaju uloge i na kraju upoređuju rezultate, diskutuju i donose zaključak.
- Učenici rade u parovima. Koriste se kartice sa ispisanim brojevima 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (koje se ponavljaju) i kartice na kojima su ispisani znakovi: , ; + ; -. Svaki učenik formira decimalne brojeve koristeći kartice s brojevima i znak za decimalni zarez. Učenici zatim koriste znakove za sabiranje i oduzimanje i formiraju zadatke sa sabiranjem i oduzimanjem decimalnih brojeva. Jedan učenik iz para izračunava zbir, a drugi učenik računa razliku decimalnih brojeva. Zatim učenici mijenjaju uloge, prvi učenik izračunava razliku, a drugi učenik izračunava zbir decimalnih brojeva. Na nivou parova učenici upoređuju i diskutuju o rezultatima dobijenog zbira i razlike decimalnih brojeva.



- Učenici su podijeljeni u 3 grupe i rješavaju zadatke iz nastavnog lista. Prva grupa dobija zadatke sa množenjem i dijeljenjem decimalnog broja sa dekadnom jedinicom, druga grupa dobiva zadatke množenja i dijeljenja decimalnog broja s jednom ili dvije decimale sa jednocifrešnim brojem, a treća grupa dobiva zadatke sa množenjem i dijeljenjem decimalni brojevi.
  - Grupa 1. Izračunaj: a)  $23,4 \cdot 10 =$  \_\_\_\_; b)  $1289,37 : 100 =$  \_\_\_\_; c)  $0,12 : 10 =$  \_\_\_\_.
  - Grupa 2. Izračunaj: a)  $0,02 \cdot 6 =$  \_\_\_\_; b)  $22,5 : 3 =$  \_\_\_\_; c)  $108,65 : 5 =$  \_\_\_\_.
  - Grupa 3. Izračunaj: a)  $20,03 \cdot 0,7 =$  \_\_\_\_; b)  $5,64 : 0,3 =$  \_\_\_\_; c)  $0,08 : 0,01 =$  \_\_\_\_.
- Učenici rješavaju zadatke u grupi, diskutuju i donose zaključke. Na kraju svaka grupa prezentira svoje zaključke cijelom razredu.
- Učenici u grupama od po tri učenika rješavaju zadatke sa decimalnim brojevima. Na pr.
  - Jedna čokoladica košta 2,85 eura. Koliko će pet drugova platiti ako kupe istu čokoladu?
  - Djed je dao 37,84\$ za svoja 4 unuka za Novu godinu. Koliko će dobiti svako unuče ako podijeli novac na jednakе dijelove?
- Apartman za četiri osobe u Draču, Albanija košta 50 eura po noći. Koliko košta noćenje za jednu osobu?
- Nakon što svaki učenik u grupi rješi sve zadatke, učenici u grupi upoređuju rješenja, diskutuju i donose zaključke.
- Učenici u grupama izračunavaju udaljenosti između dva mjesta na geografskoj karti prema datom razmjeru. Svaka grupa bira jednu kartu iz geografskog atlasa i bilježi razmjer koji odgovara odabranoj karti. On bira tri grada s karte i mjeri udaljenosti između njih na karti pomoću lenjira. Zatim izračunava realne udaljenosti prema datom razmjeru. Grupe predstavljaju svoje radove. U njemu se raspravlja o tome kako se različite razmjere karata su vezane sa površinom država koje su predstavljene s njima.
- Učenici samostalno rješavaju zadatke sa razmjerom iz realnog konteksta:
- Razmjer plavih i žutih loptica u jednoj kutiji je 13:7. Ako u kutiji ima ukupno 40 loptica, koliko ih je žutih, a koliko plavih? Koliki je postotak loptica žutih?
- Ana i Seniha zajedno su zaradile 3200 denara. Ana je radila 3 sata, a Seniha 5 sati. Koliko denara treba da dobije svako od njih?
- Miki i Sevilaj su zajedno posadili drveće. Miki je zasadio tri puta više stabala od Sevilaj. Koliki je razmjer zasađenog drveća od Mikija prema Sevilaj? Koliki je postotak stabala zasadio svako od njih? Ako su zajedno posadili 150 stabala, koliko drveća je posadio Miki?
- Zatim u parovima razmjenjuju svoja rješenja i razgovaraju o načinu rješavanja i tačnosti rješenja.
- Učenici se upoznaju sa pravom proporcionalnošću kroz eksperiment premeštanja predmeta sa jednog mesta na drugo u učionici. Otkrivaju povezanost između broja tura i broja prenešenih predmeta. Jedan učenik je učesnik eksperimenta – pomjera predmete tako da uvijek nosi isti broj predmeta (na primjer po 3). Postavljaju se pitanja: Koliko predmeta se prenesu u jednoj turi? Koliko je predmeta prenešeno u dvije (tri, četiri...) ture? Koliko tura je potrebno za prijenos 45 predmeta? i sl. Odgovori se upisuju u tabelu. Analizom onoga što je napisano u tabeli otkriva se pravoproporcionalna povezanost. Dodatna pitanja usmjeravaju učenike da razviju mentalne strategije za rješavanje jednostavnih problema pravoproporcionalnosti. Zatim učenici rješavaju probleme iz pravoproporcionalnosti u grupama. Primjeri zadataka:
  - Ako je 3 kg šljiva 120 denara, koliko denara je 6 kg? I koliko 9kg?
  - Ako je 10% određenog iznosa 1500 denara, koliko denara je 20% istog iznosa? Koliko denara je cijelo iznos?
  - Ako je za farbanje zida od  $3\text{m}^2$  zelene boje potrebno 600ml žute i 21ml zelene boje, koliko mililitara svake boje je potrebno za farbanje  $12\text{m}^2$  zida? Koliko  $\text{m}^2$  mogu farbati sa 6,21 litara boje?
  - Ako mačka i po pojedu miša i po za dan i po, koliko će miševa pojesti 12 mačaka za 30 dana?

Tema: **GEOMETRIJA**

Ukupno časova: **42 (realizuju se tokom cijele godine)**

**Rezultati učenja:**

Učenik/učenica će biti sposoban/-na da:

1. Koristi pojmove kružnica, krug, kružni luk, uzajamni položaj kružnice i tačke, kružnice i prave, dvije kružnice, u svakodnevnom kontekstu.
2. Rješava probleme iz svakodnevnog konteksta koristeći pojmove tačka, prava, poluprava i duž.
3. Koristi mjerenje uglova, mjerne jedinice uglova, centralnog ugla i uglova transverzale u rješavanju problema iz svakodnevnog konteksta.
4. Prepoznaže, upoređuje i koristi svojstva 2D oblika u svakodnevnim situacijama.
5. Konstruiše trougao, upisanu i opisanu kružnicu u trouglu pod datim uslovima.
6. Koristi osnu simetriju, rotaciju oko date tačke i translaciju prilikom rješavanja problema.

Sadržaji (i pojmovi):	Standardi za ocjenjivanje
<ul style="list-style-type: none"><li>• Kružnica (tangenta, kružni luk)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Rješava zadatke koristeći znanja o kružnici, krugu, uzajamnog položaja kružnice i tačke, kružnice i prave i dvije kružnice.</li><li>• Objasnjava i označava kružni luk kružnice.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Tačka, prava, poluprava i duž (kolinearne tačke, nekolinearne tačke, konstrukcija)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Razlikuje kolinearne od nekolinearnih tačaka.</li><li>• Konstruiše duž jednaku dатoj duži.</li><li>• Grafički sabira i oduzima duži pomoću šestara.</li><li>• Konstruiše paralelne i normalne prave.</li><li>• Konstruiše simetralu duži.</li><li>• Koristi obrazovni softver za konstruisanje duži jednaku dатoj duži, simetrale duži, paralelnih i normalnih prava.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Ugao (poluravan, konveksni ugao, centralni ugao, uglovi minuti ('), uglove sekunde (''), transverzala)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Objasnjava šta je poluravan, a koji su uglovi konveksni uglovi.</li><li>• Mjeri i crta oštar, tup i nekonveksan ugao, do najbližeg stepena.</li><li>• Procjenjuje veličinu oštrog, tupog i nekonveksnog ugla na najbliži stepen izražen u cijelim 10-cama.</li><li>• Crta i označava centralni ugao kružnice.</li><li>• Koristi jednakost između centralnih uglova, tetiva i kružnih luka u rješavanju problema.</li><li>• Koristi oznake za manje mјere uglova i pretvara ih jednu u drugu.</li><li>• Aritmetički sabira i oduzima uglove.</li><li>• Konstruiše ugao jednak dатom uglu.</li><li>• Konstruiše simetralu ugla.</li><li>• Sabira i oduzima uglove korišćenjem šestara.</li><li>• Konstruiše ugao od <math>60^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>15^\circ</math>, <math>90^\circ</math>, <math>45^\circ</math>.</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Imenuje vrste uglova na transverzali na dvije prave.</li> <li>Određuje nepoznati ugao na transverzalu na dvije paralelne prave.</li> <li>Konstruiše ugao i simetralu ugla koristeći obrazovni softver.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>2D oblici:           <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mnogougao (konveksni i nekonveksni 2D oblici, konveksni mnogougaonik)</li> <li>- Trougao (srednja linija trougla)</li> <li>- Četverougao (paralelogram, trapez, trapezoid, romb, romboid, deltoid)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Razlikovanje konveksnog od nekonveksnog mnogougla.</li> <li>Objašnjava šta je konveksni mnogougao.</li> <li>Rješava probleme trougla koristeći pojmove: srednja linija trougla, ortocentar, težište, upisana i opisana kružnica i zbir uglova u trouglu.</li> <li>Konstruiše trougao sa datim: tri strane; dvije strane i ugao između njih; stranu i dva ugla koja leže na toj strani.</li> <li>Konstruiše centar opisane i upisane kružnice trougla.</li> <li>Koristi obrazovni softver za konstruisanje trougla, centra opisanog i upisanog trougla.</li> <li>Klasificiše četvorouglove prema paralelnosti strana.</li> <li>Crta i označava paralelogram, visinu i dijagonale paralelograma.</li> <li>Koristi svojstva paralelograma u rješavanju problema.</li> <li>Provjerava da li je zbir uglova u četvorougлу <math>360^{\circ}</math> i koristi ga u rešavanju problema.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Položaj i kretanje (rotacija oko date tačke)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Određuje položaj mnogougla sa osnom simetrijom ili translacijom u koordinatnom sistemu.</li> <li>Određuje poziciju mnogougla rotacijom oko date tačke.</li> <li>Objašnjava sliku i original u osnoj simetriji, translaciji ili rotaciji oko date tačke.</li> <li>Rješava probleme sa osnom simetrijom, translacijom ili rotacijom oko date tačke.</li> <li>Skicira 3D oblike gledani s prednje, gornje i bočne strane.</li> </ul>

**Primjeri za aktivnosti:**

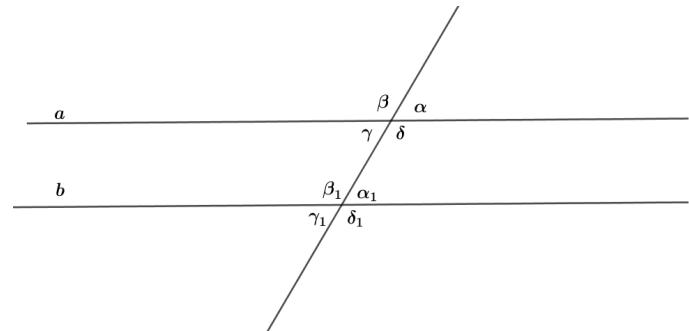
- Učenici rade u malim grupama, a prvo u ZSN tabelu svaka grupa zapisuje šta zna o pojmovima krug, kružnica i uzajamni položaji, kao i šta želi da zna o njima (odnosno popunjavaju prvu i drugu kolonu tabele). Zatim svaka grupa dobija različiti zadatak, pri čemu se zadaci odnose na uzajamni položaj tačke, prave i kružnice sa kružnicom. Sljedeća 2 zadatka mogu se koristiti kao primjer:
- Nacrtaj dvije kružnice sa radiusom  $r_1=4 \text{ cm}$ ,  $r_2=2 \text{ cm}$  tako da: a) jedna kružnica bude izvan druge; b) jedna kružnica je unutar druge.
- Zatim učenici mjere udaljenosti između centara kružnica u oba slučaja i upoređuju ih sa dužinama  $r_1+r_2$ ,  $r_1-r_2$ . U grupi razgovaraju kolika bi trebala biti udaljenost između centara kružnica kako bi imali jednu (dvije) zajedničke tačke?
- Nacrtaj kružnicu sa radiusom 3 cm i pravu p koja je na udaljenosti:
  - manje od 3 cm od centra kružnice; b) veće od 3 cm od centra kružnice.
- Učenici u grupi diskutuju o uzajamnom položaju prave i kružnice u oba slučaja i donose zaključak kolika bi trebala biti udaljenost između prave i centra kružnice da bi imali u samo jednu zajedničku tačku.
- Nakon rješavanja zadataka, grupe popunjavaju posljednju kolonu tabele ZSN (šta su naučile) i prezentiraju svoj rad razredu.
- Učenici crtaju pojedinačno u koracima. Nastavnik primjenjuje „Matematički diktat“:

- nacrtaj kružnicu sa centrom O i proizvoljnim radiusom r;
- nacrtaj tetivu AB dužine jednak radijusu kružnice;
- označi kružni luk koji odgovara tetivi AB;
- postaviti iglu šestara u tačku B i radijusom jednakim tetivi AB nacrtaj novi kružni luk koji će preseći datu kružnicu u tački C;
- nastavi postupak još nekoliko puta - svaki put na krajnjoj tački posljednjeg kružnog luka postavi početnu tačku novog kružnog luka. Koliko takvih prenošenja možeš napraviti po kružnici? Koja je zadnja tačka do koje se stiže nanošenjem kružnih luka nekoliko puta?
- Na kraju aktivnosti učenici upoređuju dobijene crteže u parovima, diskutuju o razlikama i po potrebi vrše korekcije na crtežima.
- Istraživačka aktivnost: Učenici rade u grupama (po istom postupku kao u prethodnoj aktivnosti) i crtaju „Cvijet života“. Sprovode i kratku istraživačku aktivnost na internetu na istu temu. Svoja saznanja zapisuju na hamer papiru na kojem crtaju, a zatim ih svaka grupa predstavlja razredu.
- Učenici rade u grupama i praktično provjeravaju nejednačinu  $\overline{AC} \leq \overline{AB} + \overline{BC}$  za 3 proizvoljne tačke u ravni A, B i C. Za rad koriste unaprijed pripremljene materijale: stiropor na koji se lijepi papir, konce u više boja, kancelarijski pribor - iglice sa lopticama u različitim bojama. Učenici mijenjaju položaj jedne iglice - iz nekolinearne u kolinearne tačke. Oni formiraju dobijene duži pomoću konaca i mjere udaljenosti između svake dvije od tri tački. Svoje zaključke zapisuju na hamer papiru u obliku jednačine, odnosno nejednačine za dužine svake dobijene duži u uporedbi sa zbirom ostalih dveju. Na kraju, trebali bi rezimirati cijeli rad u jednoj rečenici koristeći izraze kolinearne, nekolinearne tačke i znakove  $\geq$  ili  $\leq$ .
- U parovima, učenici jedni drugima zadaju zadatke o prenosu duži i grafičkom sabiranju i oduzimanju duži. Istovremeno, svaki učenik iz para crta duž (duži) u svesci svog druga, označava ih i zapisuje zahtjev (na primjer: Grafički saberi duži AB i CD. Opiši postupak u koracima). Nakon što svaki učenik iz para riješi ovako zadati zadatak, ponovo razmjenjuju sveske i ocjenjuju jedni druge. Diskutuju na nivou parova.
- Učenici rade u malim grupama. Svaka grupa dobija hamer papir na kojem se nalazi ista konstrukcija normale prave kroz tačku koja leži na pravoj i normale prave kroz tačku koja ne leži na pravoj. Grupe imaju 5-10 minuta da pregledaju i diskutuju o konstrukcijama, a zatim zapišu korake konstrukcije. Zatim nastavnik okreće „Krug ideja“ (to je krug podijeljen na 4 dijela sa oznakama, „predviđi, objasni, sumiraj, vrednuj“ kazaljkom – kao sat sa jednom kazaljkom) i redoslijedom postavlja pitanja svakoj grupi. U zavisnosti od toga gdje se kazaljka zaustavlja, nastavnik postavlja odgovarajuće pitanje, npr. ako se kazaljka zaustavi na predviđi, pitanje bi moglo biti: „Predviđi kako bi se mogla konstruirati tangenta na kružnicu?“, ako se kazaljka zaustavi na vrednuj: „Pokaži zašto se konstrukcija normale na pravu može konstruirati na način 1 (ili način 2.)“, ako se kazaljka zaustavi na sumiraj: „Kako se postupak konstrukcije normale može koristiti za određivanje udaljenosti od tačke do prave?“, ako se kazaljka zaustavi na objasni: „Objasni koji koraci se mogu koristiti u konstrukciji dveju paralelnih prava?“. Učenici ponovo imaju oko 10 minuta da zapišu odgovore i na kraju svaka grupa prezentira pred razredom.
- Učenici u parovima jedni drugima diktiraju korake za konstruisanje simetrale duži (nakon što su prethodno vidjeli demonstraciju nastavnika). Moraju koristiti matematički rječnik i pojmove koji se odnose na konstrukciju simetrale na duž. Prvo jedan učenik iz para usmeno priča konstrukciju korak po korak, a drugi tim redoslijedom konstruiše u svojoj svesci i zapisuje korake postupka na odgovarajućem mjestu. Zatim nekoliko parova prezentiraju svoj rad i diskutuju na nivou razreda o tačnosti konstrukcije i korištenom matematičkom rječniku.
- Brže napredujući parovi imaju zadatak da izmjere udaljenost od nekoliko tačaka od simetrale duži do krajnjih tačaka te duži i zapišu ono što su primjetili.
- Nastavnik predlaže i demonstrira osnovne funkcije odgovarajućeg obrazovnog softvera. Učenici rade u grupama i istražuju koji alati su pogodni za tražene konstrukcije (jedna grupa traži alat za crtanje duži jednakataj danoj duži, druga grupa - simetrala duži, treća grupa - paralelne prave, četvrta

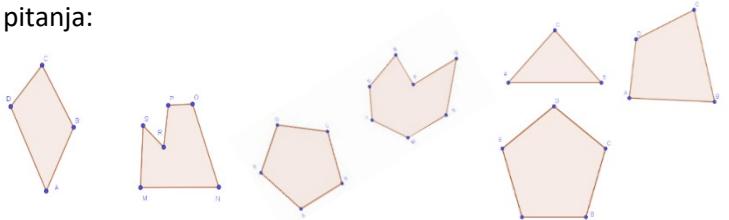
grupa - normalne prave). Zatim kroz tehniku Vrteške i prethodnim odabirom „stručnjaka“ grupe treba upoznati sve alate i svaki učenik treba da napravi po jednu konstrukciju sa svakim od alata.

- Učenici u malim grupama dobijaju nekoliko konveksnih i nekonveksnih oblika isječenih iz papira i njihov zadatak je da ih grupišu u dva skupa. Pritom sami biraju kriterije klasifikacije. Grupe koje će napraviti tačnu podjelu 2D oblika (grupa konveksnih i grupa nekonveksnih 2D oblika) opravdavaju svoj rad pred razredom, a zatim na kraju aktivnosti svaka grupa treba da izrazi svoje definicija/opis konveksnog (nekonveksnog) 2D oblika.
- Svaki učenik vadi iz torbice nastavnika papirić na kojem je napisan zadatak za mjerjenje ili crtanje uglova zadate veličine i rješava zadati zadatak. Zatim u parovima razmjenjuju svoje sveske i međusobno provjeravaju rješenja.
- Učenici rade u parovima. Svaki par vadi papirić iz torbice nastavnika na kojem je nacrtan i imenovan ugao (oštar, tup ili nekonveksan). Imaju zajedničku tabelu sa kolonama: u prvu kolonu upisuju naziv ugla, u drugu i treću kolonu procjenu veličine ugla svakog učenika u paru, a u četvrtoj - tačnu veličinu (nakon mjerjenja ugla aglomerom). Zatim provjeravaju koji je učenik imao bolju procjenu (izračunavaju razliku između procijenjene i stvarne veličine ugla) i zapisuju bodove za svaku bolju procjenu. Na kraju lekcije proglašavaju se pobjednici svakog para.
- Podijeljeni u grupe, učenici istražuju svojstva centralnog ugla, odgovarajuće tetive i kružnog luka. Trebaju nacrtati kružnicu proizvoljnog radiusa na flipčart papiru i u njoj označiti centralni ugao, odgovarajuću tetivu i kružni luk. Ponavljaju postupak crtanja centralnog ugla u istoj, a zatim u drugoj kružnici, ali istog radiusa kao i prvi. Kroz usmjerenu diskusiju učenici donose zaključak i bilježe svojstvo centralnog ugla, odgovarajuću tetivu i kružnog luka – na primjer: U kružnici jednakim centralnim uglovima imaju jednakog uglova imaju jednakog uglova.
- Učenici dobijaju uputstva od nastavnika i rade samostalno.
  - „*Matematički diktat*“:
  - Nacrtaj kružnicu sa proizvoljnim radijusom.
  - Nacrtaj dva uzajamno normalna dijametra u kružnici.
  - Označi dobijene centralne uglove, a zatim nacrtaj njihove odgovarajuće tetive.
  - Konstruiraj simetrale tetiva i označi dobijene presječne tačke simetrala sa kružnicom.
  - Poveži sve tačke koje si dobio u kružnici.
- Učenici upoređuju dobijene crteže i diskutuju o pitanjima: „Koji su mnogougao dobio?“; „Objasni zašto je dobijeni mnogougao pravilan?“; „Predloži konstrukcije drugih pravilnih mnogouglova upisanih u kružnici“ i sl.
- Učenici u grupama prvo treba da naprave poster vezan za tekstualni problem koji sami sastavljaju prema datom primjeru: Ako Zemljinu orbitu smatramo kružnicom sa Suncem kao njen centar, koliki dio nje će Zemlja putovati za 12 sati? Koliki dio proći za 8 sati? Koliki je centralni ugao koji odgovara ovim kretanjima?
- Svoj tekstualni problem trebaju prikazati crtežima i pokazati postupak rješavanja u cijelosti. Za traženje podataka koriste hamer papir, bojice, makaze, ljepilo, internet konekciju... Na kraju časa se izlažu svi posteri i svaka grupa na stiker papiru ostavlja komentare u vezi matematičkih koncepta ostalih grupa.
- Učenici u parovima dobijaju nekoliko kartica sa različitim veličinama uglova ispisanih u stepenima, minutama i sekundama, i trebaju spojiti po dvije kartice. Na primjer: karticu koja kaže  $20,5^\circ$  treba da se poveže/spoji s karticom na kojoj piše  $20^\circ 30'$ . Na kraju aktivnosti, po dva para međusobno provjeravaju odgovore.

- Svaki učenik napiše po tri zadatka na listu (zadatak za pretvaranje mjernih jedinica za uglove, za aritmetičko sabiranje i za aritmetičko oduzimanje uglova) i ostavi ih u kutiji nastavnika (tehnika „Akvarijum“). Zatim svako izvlači list iz kutije i rješava zadatke napisane na listu koji je izvukao. Listovi sa riješenim zadacima se vraćaju u kutiju. Svaki učenik ponovo izvlači listić sa riješenim zadacima, provjerava ih i zapisuje bilješke. Učenici diskutuju o cjelokupnom procesu koji je prikazan u nekoliko lista - od zadavanja zadataka prvom, preko rješavanja drugog i na kraju - ocjene koju daje treći učenik.
- U parovima učenici konstruišu ugao i simetralu ugla. Jedan učenik iz para konstruiše ugao od  $60^\circ$  i njegovu simetralu u svesci, a drugi učenik u paru konstruiše ugao od  $90^\circ$  i njegovu simetralu koristeći obrazovni softver. Zatim učenici zamjenjuju uloge, prvi učenik konstruiše ugao od  $90^\circ$  i njegovu simetralu u svesci, a drugi učenik konstruiše ugao od  $60^\circ$  i njegovu simetralu koristeći obrazovni softver. Na kraju, učenici upoređuju konstrukcije uglova iz sveske i konstrukcije uglova pomoću obrazovnog softvera, diskutuju i donose zaključak.
- Učenici rade u parovima. Dobijaju dva ugla  $\alpha$  i  $\beta$ , tako da je  $\alpha > \beta$ . Prvi učenik treba da sabere uglove, tj. konstruiše ugao  $\alpha + \beta$ , a drugi učenik treba da oduzme uglove, odnosno konstruiše ugao  $\alpha - \beta$ . Učenici prave konstrukcije uz pomoć šestara na datoru polupravi. Zatim, prvi učenik konstruiše razliku datih uglova, a drugi učenik konstruiše zbir zadatih uglova. Na kraju upoređuju i diskutuju o dobijenim uglovima.
- Učenici u grupama dobijaju crtež na kojem su označeni uglovi transverzale. Unutar grupe razgovaraju i odgovaraju na pitanja:
  - Navedi sve suglasne uglove, naizmenične uglove i suprotne uglove date na crtežu?
  - Za koje parove uglova sa crteža je tačno: „Uglovi leže na istoj strani transverzale“?
  - Za koje parove uglova je tačno: „Oba ugla su unutrašnji ili oba spoljni“?
  - Ako je  $\alpha=45^\circ$  onda kolika je veličina ostalih uglova?
  - Ako je  $\beta = 135^\circ$ , kolika je onda veličina ostalih uglova?
- Zatim po jedan učenik iz svake grupe na tabli predstavlja rješenja zadataka iz svoje grupe. Učenici na nivou razreda razgovaraju i donose zaključak.

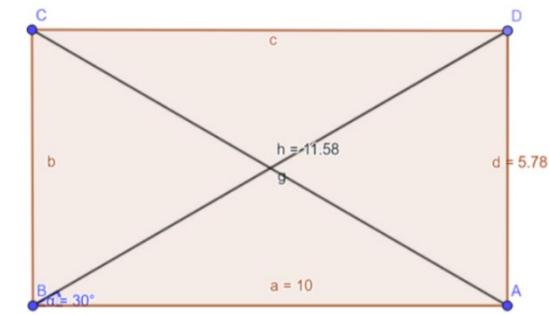


- Učenici u grupi dobiju radni list na kojem su dati mnogouglovi i trebaju odgovoriti na pitanja:
- Imenuj mnogouglove prema stranama.
- Imenuj strane, uglove i tjemena mnogouglova.
- Nacrtajte mnogouglove, imenujte ih i opišite ih.
- Koji su mnogougli konveksni, a koji nekonveksni? Objasni zašto.
- Nacrtaj jedan nekonveksni šestougao i jedan konveksan šestougao.
- Zatim svaka grupa prezentuje odgovore ostalim učenicima.
- Učenici, podeljeni u tri grupe, dobijaju po jedan zadatak da konstruišu trougao ABC šestarom ako su date: strane trougla  $a=4\text{ cm}$ ,  $b=3\text{ cm}$  i  $c=5\text{ cm}$ ; ugao  $\alpha=40^\circ$  i strane  $b=4\text{ cm}$  i  $c=3\text{ cm}$ ; strana  $a=4\text{ cm}$  i uglov  $\beta=35^\circ$  i  $\gamma=56^\circ$ .



- Zatim grupe razmjenjuju zadatke i rade konstrukciju pomoću obrazovnog softvera. U trećoj razmjeni zadataka, grupe upoređuju i razgovaraju o konstrukcijama sa šestarom i obrazovnim softverom.
- Učenici u parovima konstruišu  $\Delta ABC$  sa stranama  $a=5\text{cm}$ ,  $b=4 \text{ cm}$  i  $c=6 \text{ cm}$ . Jedan učenik treba da konstruiše opisanu kružnicu, a drugi upisanu kružnicu od  $\Delta ABC$ . Učenici u parovima diskutuju i odgovaraju na pitanja:
  - Koliko najmanje simetrala na stranama  $\Delta ABC$  treba konstruisati da bi se odredio centar opisane kružnice O?
  - Uporedite udaljenosti od centra opisane kružnice O do tjemena  $\Delta ABC$ ?
  - Kako se određuje centar upisane kružnice V u  $\Delta ABC$ ?
  - Kako se dobija rječnik upisane kružnice?
  - Gdje leži centar O opisane kružnice u tupouglog trouglu, a gdje u pravouglog trouglu?
- Učenici mogu provjeriti konstrukciju upisane i opisane kružnice  $\Delta ABC$  korišćenjem obrazovnog softvera.
- Učenici podijeljeni u tri grupe rješavaju probleme trougla.
- Grupa 1:
  - Koliki je zbir oštrih uglova u pravouglog trouglu? Koja je najduža strana u pravouglog trouglu i zašto?
  - Perimetar  $\Delta ABC$  je 18 cm, a tačke P i R su sredine strana AB odnosno AC. Odredi perimetar  $\Delta ABC$ .
  - Dat je  $\Delta MNP$  čija su tjemena sredine strana  $\Delta ABC$ . Nacrtaj  $\Delta ABC$ .
- Grupa 2:
  - Kolika je veličina trećeg ugla  $y$  u  $\Delta ABC$  ako je ugao  $\alpha=43^\circ 25' 16''$  i ugao  $\beta = 78^\circ 32' 15''$ ?
  - Kakav ugao se dobije ako se uglovi jednog trougla isjeku i sastave jedan do drugog sa zajedničkim tjemenom?
  - Pronađi uglove u ravnokrakom trouglu ako je ugao na vrhu trouglu  $80^\circ$ .
- Grupa 3:
  - Nacrtaj duž AB dužine 5cm. Zatim nacrtaj krug sa radijusom 4 cm tako da kružnica prolazi kroz tačke A i B.
  - Označi tri nekolinearne tačke i konstruiraj kružnicu koja prolazi kroz te tačke.
  - Konstruiraj ortocentar oštouglog, pravouglog i tupouglog trougla. Gdje je ortocentar svakog od trouglova?
  - Zatim grupe mijenjaju zadatke, rješavaju ih i diskutuju o rješenjima.
  - Učenici u parovima na kartonu crtaju  $\Delta ABC$  sa stranama  $a=7\text{cm}$ ,  $b=6 \text{ cm}$  i  $c=8 \text{ cm}$  i određuju težište trougla ABC. Sjeku trougao ABC, prave rupe u uglovima trougla i vezuju konac u rupama uglovima. Zatim drže konac iz jednog ugla i puštaju trokut da slobodno pada, crtaju liniju, nastavljajući smjer konca. Postupak se ponavlja sa ostalim uglovima. Nacrtane linije će se preseći u jednoj tački i ta tačka je težište trougla. Učenici provjeravaju da li je to težište trougla. Stavljaju prst u nastalu tačku i provjeravaju da li je trokut u ravnoteži.
  - Istraživačka aktivnost: Učenici, podijeljeni u 4 grupe, istražuju svojstva vrsta paralelograma. Svaka grupa istražuje svojstva jedne od vrsta paralelograma (kvadrat, pravougaonik, romb i romboid) koji se odnose na dijagonale (jednakost, uglovi između dijagonala, dijagonale koje se prepolovljuju), svojstva visina (jednakost visina, odnos visine sa stranom prema kojoj su povučene ), svojstva uglova (jednakost uglova, zbir susjednih uglova, zbir uglova). Svaki učenik grupe izrađuje model paralelograma od papira i označava njegove visine i dijagonale, zatim mjeranjem, savijanjem izrađenih modela, primjenom prethodnog znanja, izvlači zaključke o svojstvima paralelograma i zapisuje ih u tabelu koju je pripremio nastavnik. Unutar grupe učenici diskutuju, upoređuju rezultate, zajednički formulišu svojstva i prave poster prezentaciju.

- Na sljedećem času grupe prezentiraju svoja saznanja. Diskutuje se o sličnostima/razlikama u vezi sa svakim od svojstava između različitih paralelograma (Pr. Da li se dijagonale svakog paralelograma dijele popola? Jesu li dijagonale svakog paralelograma iste dužine? i sl.).
- Učenici u grupama igraju igru „Ova svojstva imaju ...“. Svaka grupa ima kartice na kojima su ispisana svojstva četvrtogla (npr. „Ima jedan par paralelnih strana“, „Sve su mu strane jednake“, „Dijagonale su mu uzajamno normalne“, „Ima 4 prava ugla“ i sl.), prazne kartice na kojima će crtati četvorouglove i praznu tabelu sa 5 redova i 5 kolona. Učenici prvo biraju 8 kartica sa svojstvima četvorouglova i raspoređuju ih po 4 u prvi red i 4 u prvu kolonu. Zatim jedan po jedan biraju prazno polje iz tabele i moraju da nacrtaju četvorougao koji ima svojstva odgovarajuće kolone i reda u kojem je polje izabrano. Izazov je popuniti svako polje tabele. Moguće je da se pojave polja za koja ne postoji rješenje. Miješanjem i novim rasporedom kartice sa svojstvima počinje se nova igra.
- Učenici u grupama pišu algoritam za kretanje robota koji će nacrtati paralelogram i njegove dijagonale. Svaka grupa dobija nastavni list sa zadatkom u kojem prvo treba da odrede nepoznate dužine i uglove za dati paralelogram, a zatim samo naredbama „Pomjeri se za  $x$  cm“ i „Okreni se za ugao od  $x^\circ$ “ napiše algoritam koji će precizno nacrtati paralelogram sa datim elementima u zadatku. (na crtežu je dat primjer zadatka). Tada grupe dobijaju algoritam koji je prethodno napisala druga grupa i imaju zadatak da tačno nacrtaju paralelogram prema naređenjima u algoritmu. (Programski paket se također može koristiti za programiranje kretanja robota, na primjer Scratch.)
- Učenici u grupama provjeravaju zbir uglova u četvorouglu. Svaka grupa dobija model četvorougla od kartona i uputstva da na tri različita načina (mjerjenjem uglova, rezanjem i ljepljenjem uglova na zajedničkom tjemenu i primjenom znanja o zbiru uglova trougla) treba odrediti tačno koliki je zbir na uglovima četvorougla koji su dobili. Grupe prezentiraju rezultate i donose zaključak o zbiru uglova u svakom četvorouglu.
- Projektna aktivnost: Učenici u grupama prave knjigu o tri osnovna kretanja (osna simetrija, translacija i rotacija). Sadržaj knjige je unaprijed dogovoren. Knjiga može sadržavati: opis svakog od pokreta, nekoliko riješenih zadataka za primjenu kretanja u koordinatnom sistemu, objašnjenja slike i originala, kao i primjene pokreta u realnom kontekstu, i sl. Svaka grupa ocjenjuje knjige koje su proizvele druge grupe. Prezentiraju se najbolje ocijenjeni radovi.
- Učenici rade u paru. Svaki učenik prvo skicira pogled na dva 3D oblika s prednje, gornje i bočne strane, a da njihov drug ne zna koje oblike skicira. Zatim razmjenjuju skice koje su napravili. Oni imaju zadatak da pogode na koje 3D oblike se odnose skice i nacrtaju oblike i/ili zapišu njihova imena na kartice. Ako postoje greške u skicama, raspravljaju o njima i ispravljaju ih. Od izrađenih skica i kartica koje su izradili učenici formiraju se setovi sa kojima učenici mogu igrati igru „Pronađi par“.



Tema: **ALGEBRA**

Ukupno časova: 20

**Rezultati učenja:**

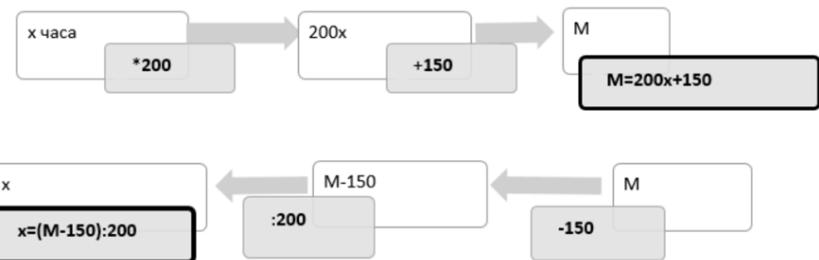
Učenik/učenica će biti sposoban/-na da:

1. Sastavlja algebarske izraze i formule za rješavanje problema iz svakodnevnog konteksta.
2. Sastavlja i rješava linearne jednačine sa cjelobrojnim koeficijentima u datom kontekstu.
3. Generira niz cijelih brojeva i vizualnih prikaza i upisuje opšti član niza.
4. Predstavlja probleme iz svakodnevnih situacija sa linearnim funkcijama i crta njihove grafikone.

Sadržaji (i pojmovi):	Standardi za ocjenjivanje:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Izrazi, jednačine i formule (promjenljiva, linearni izraz, rješenje jednačine)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Objašnjava značenje pojmova: član, izraz i jednačina.</li> <li>• Sastavlja jednostavne algebarske izraze, koristeći promjenljive umjesto brojeva.</li> <li>• Koristi redoslijed algebarskih operacija za pojednostavljenje linearog izraza (na pr. sabira slične članove; množe se konstantom izvan zagrade).</li> <li>• Sastavlja jednostavne formule i izražava jednu promjenljivu preko druge.</li> <li>• Izračunava vrijednost linearog izraza za datu vrijednost promjenljive/ih.</li> <li>• Provjerava da li su date vrijednosti promjenljive/ih rješenje jednačine.</li> <li>• Sastavlja i rješava jednostavne linearne jednačine sa cjelobrojnim koeficijentima.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nizovi, funkcije i grafici (linearna funkcija, grafikon linearne funkcije)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Generiše članove niza cijelih brojeva i pronalazi član koji se nalazi na dатој poziciji u nizu.</li> <li>• Pronalazi pravilo za dobijanje sljedećeg člana kada se produžava niz.</li> <li>• Generiše nizove brojeva iz vizuelnih prikaza i zapisuje opšti član u jednostavnim slučajevima.</li> <li>• Predstavlja jednostavne funkcije, koristeći riječi, simbole i pridruživanje prema datom pravilu.</li> <li>• Pronalazi koordinatne parove koji zadovoljavaju linearu funkciju, gdje je y eksplicitno data u odnosu na x.</li> <li>• Crta grafikon linearne funkcije.</li> <li>• Prepoznaje i crta grafikone linearnih funkcija paralelnih sa x ili y-osom.</li> </ul>

Primjeri za aktivnosti	Kipling pitanja za pojam Jednačina	
	Šta je jednačina?	Šta nije jednačina?
	Šta je rješenje jednačine?	Šta nije rješenje jednačine?
	Za šta su potrebne jednačine?	Za šta nisu potrebne jednačine?
	Kada nam trebaju jednačine?	Kada nam ne trebaju jednačine?
	I Kada se sastavlja jednačina?	Kada se ne sastavlja jednačina?
	Koje elemente sadrži jedna jednačina?	Koje elemente ne sadrži jedna jednačina?
	Kako se rješava jednačina?	Kako se ne rješava jednačina?

- U parovima, učenici povezuju kartice na kojima su ispisani algebarski izrazi (ili formule) sa karticama na kojima su u tekstu ispisani problemi iz realnog konteksta. U setovima kartica postoje i prazne kartice oba tipa. Učenici zapisuju izraze za probleme za koje nedostaje odgovarajuća kartica ili formulišu tekstualni zadatak za izraze za koje nedostaje kartica. Primjeri problema iz realnog svijeta:
    - Koliko godina ima Ana koja je 3 godine starija od njenog brata ako ima  $x$  godina?
    - Koliko je kusur od 100 denara ako kupimo čokoladu koja košta u denarima?
    - Koliko vremena je potrebno da se skuha supa, ako znamo da se ona spremi pet puta duže od čaja za koji su potrebni m minuta?
  - Učenici otkrivaju da li postoje greške u riješenim zadacima pojednostavljajući algebarske izraze. Pojednostavljenja se odnose na sabiranje sličnih članova, množenje brojem ispred zagrada i njihovu kombinaciju. Izdvajaju se rješenja s greškama. Od učenika se traži da identifikuju svaku grešku, objasne je i zapišu ispravno rješenje. Primjeri zadataka s greškama:
    - $3x + 5x = 8$
    - $2x + 3y = 5xy$
    - $4(x + y) = 4xy$
    - $4(2x + 3) = 6x + 7$
    - $3(5x + 2) = 15x + 2$
  - Za date probleme iz realnog konteksta, učenici sastavljaju formulu, predstavljaju je funkcionalnom mašinom i kroz inverznu funkcionalnu mašinu izražavaju promjenljivu. Primjer: Formula za ukupan iznos  $M$  koji treba platiti za iznajmljivanje bicikla na  $x$  dana ako iznajmljivanje košta 150 denara i naplaćuje se dodatnih 200 denara za svaki dan.
  - Svaki učenik dobija set kartica sa linearnim izrazima i kartica sa brojnim vrijednostima za promjenljive. Zatim učenik izvlači iz kartica sa izrazima i karticama vrijednosti za promjenljive. Pojedinačno se takmiču u tačnom izračunavanju brojne vrijednosti linearnih izraza za različite vrijednosti promjenljive.
  - Učenicima u paru se daje nekoliko brojeva (poređeni parovi brojeva) i jednačina (prvo linearna jednačina s jednom, a zatim s dvije nepoznate) u kojoj moraju zamijeniti vrijednosti i provjeriti koje se brojne jednačine dobijaju za svaku od date brojne vrijednosti (podređeni parovi brojeva). Zatim treba da izvuku zaključak koji je od datih brojeva (podređenih parova) rješenje zadate jednačine. Konačno, na nivou razreda, nekoliko parova objašnjava pojam rješenja jednačine.
  - Učenici rade u malim grupama i rješavaju realni problem (Priča nastavnika). Da bi pronašli odgovore na pitanja u priči, učenici moraju sastaviti i rješiti nekoliko jednačina. Zatim na nivou razreda razgovaraju o dobijenim odgovorima i rješenjima.
- Priča nastavnika*



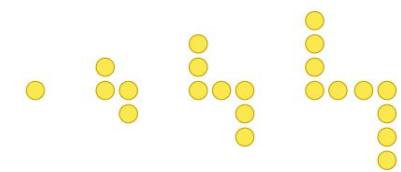
Taksi sa kojim dolazim na posao ima početnu cijenu od 40 denara, a za svaki pređeni kilometar 30 denara. Na kraju vožnje platio sam 130 denara. Koliko je škola udaljena od moje kuće? Onda sam otišao do marketa da kupim doručak za sebe i nekoliko kolega. Platilo sam novčanicom od 200 denara. Kupio sam 4 đevreka po 20 denara i 2 šolje jogurta. Prodavačica mi je vratila 90 denara kusur. Sada me zanima: Koliko je koštao jogurt koji sam kupio na putu do škole? Nakon nastave moram u biblioteku, koja je 2 kilometra od škole. Da li je kusur iz marketa dovoljna da platim taksi?

- Učenici su podijeljeni u 3 grupe. Primjenom tehnike Stanice, svaka grupa osmišljava i zapisuje tekstualni problem koji se svodi na sastavljanje i rješavanje jednačine (zadaci se zapisuju markerom na hamer papiru). Zatim se grupe rotiraju do sljedeće stanice tako da pismeni problem mora riješiti druga grupa (sastaviti jednačinu prema napisanom tekstu i riješiti je). Nakon određenog vremena, grupe se rotiraju do sljedeće stanice, tako da treća grupa pregleda tekst problema i postupak rješavanja, te stikerima pravi bilješke na hameru.
- U parovima učenici dobijaju jednačinu sa celobrojnim koeficijentima sa jednom operacijom za koju treba da sastave tekst. Tada samo tekst koji je napisao jedan par prima drugi par koji sastavlja jednačinu, a zatim ga vraća prvom paru koji provjerava da li je jednačina iz para s kojim su razmjenili ista kao ona koju su dobili na početku. Na kraju, dva para razgovaraju jedno s drugim i daju primjedbe jedno drugom. Isti postupak se ponavlja sa jednačinom sa dvije operacije za koje treba sastaviti tekst. (Primjer: Prvi par dobija jednačinu:  $2x+3=7$ . Prema njoj, prvi par sastavlja tekst: Dužina Isakove kose je 3cm. Ako uzmemo u obzir da čovjeku kosa raste oko 2cm mjesечно, nakon koliko mjeseci će Isak imati kosu dužine 7 cm. Ovaj tekst dobija još jedan par, prema njemu pravi jednačinu i rješava je i vraća prvom paru.)
- Učenici u parovima, koristeći predmete iz svakodnevnog života (npr. monete, šibice, čepove za flaše), prave nizove oblika, na primjer do 3. ili 4. oblika, a zatim moraju zapisati koliko je predmeta potrebno da se sastavi 8. oblik tog niza. Članove formiranih nizova zapisuju i kao numeričke nizove, pri čemu treba da zapišu kako se dobija sljedeći član niza (na primjer prema datom crtežu: niz brojeva će biti 1, 4, 7, ... 8. član je 22; sljedeći član se dobija pravilom „dodaj 3“ ili „+3“; opšti član se dobija ako „rednog broju člana dodamo 2 puta broj koji je za 1 manji od rednog broja“ ili „od rednog broja pomnožen sa oduzimamo 2“). Oba para učenika razgledavaju međusobno svoje radove i diskutuju u grupi.
- Učenici u grupi igraju igru „Pogodi pravilo“ Na primjer: Učenicima se daju tabele sa ulazom i izlazom i moraju ih popuniti. Za svaku tabelu treba odrediti pravilo i napisati odgovarajuću linearnu funkciju. Svaki učenik u grupi popunjava jednu tabelu, a učenici mijenjaju dodijeljene tabele sa ulazom i izlazom na nivou grupe i popunjavaju ih. Učenici grupe mijenjaju svoje uloge, sve dok svaki učenik ne popuni zadate tabele u grupi. Zatim u grupi upoređuju dobijene rezultate, diskutuju i donose zaključak.

Ulaz	Izlaz
1	3
2	6

Ulaz	Izlaz
1	1
2	3

Ulaz	Izlaz
1	2
2	4



- Učenici rade u parovima. Oni rješavaju probleme određivanjem koordinatnih parova koji zadovoljavaju datu linearnu funkciju. Jedan učenik iz para rješava primjer 1, a drugi učenik rješava primjer 2. Zatim zamjenjuju zadatke, rješavaju ih i upoređuju rezultate. Pobjednik je učenik koji nakon 5 riješenih zadataka ima više tačnih odgovora ili rješenja zadataka.

Primjer 1. Koji su koordinatni parovi rješenja linearne funkcije  $y=2x+1$ :

- a) ( 0,1); b) ( 1,5); c) ( 3,7); d) ( 5,11); e) ( -1,-1); f) ( -2,1).

Primjer 2. Zapiši 5 koordinatnih parova koji su rješenje linearne funkcije  $y=3x-2$ .

- Učenici u grupama popunjavaju date tabele i crtaju grafikone linearnih funkcija. Svaka grupa dobija iste zadatke i mora nacrtati barem jedan grafikon iz primjera na tabli. Zatim se na nivou razreda uspoređuju rješenja, diskutuju i donose se zaključci.

Primjer 1. Popuni tabelu za svaku linearu funkciju: a)  $y= -2x+2$ ; b)  $y=x$ ; c)  $y= 4x+1$ ; d)  $y= 5x$ ; i nacrtaj njen grafikon.

x	-1	0	1
y			

Primjer 2. Nacrtaj grafikon linearne funkcije:

- a)  $y= 7$ ; b)  $x= -6$ ; c)  $y= 1$ ; d)  $x=0$ ; d)  $y=0$ .

#### Tema: MJERENJE

Ukupno časova: 18 (realizuju se tokom cijele godine)

#### Rezultati učenja:

Učenik/učenica će biti sposoban/-na da:

- Bira odgovarajuće mjerne jedinice za procjenu, mjerjenje, računanje i rješavanje problema u svakodnevnom kontekstu.
- Crti i tumači grafikone iz realnog života koji uključuju više od jedne faze, na primjer, grafikon vremena putovanja.
- Rješava probleme iz svakodnevnih situacija računajući obim (perimetar) četvorougla, površinu (ploštinu) složenih 2D oblika i zapreminu (volumen) kvadra i kocke.

Sadržaji (i pojmovi):	Standardi za ocjenjivanje:
<ul style="list-style-type: none"> <li>Dužina, masa i volumen (mikron (<math>\mu</math> – ми))</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Čita skalu na analognim i digitalnim mernim instrumentima za dužinu, masu i zapreminu.</li> <li>Koristi odgovarajuće mjerne jedinice i oznake kada procjenjuje i mjeri dužinu, masu i zapreminu.</li> <li>Pretvara mjerne jedinice dužine, mase i zapremine jedne u druge koristeći odnose između mernih jedinica.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Vrijeme</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Koristi veze između mernih jedinica za vrijeme za pretvaranje jedne u drugu.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Koristi 12-časovni i 24-časovni sistem kada rješava probleme iz svakodnevnog konteksta.</li> <li>Tumači rasporede i izračunava vremenske intervale, takođe koristeći grafikone.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Perimetar, ploština i volumen (perimetar romba, romboid, trapez, trapezoid i deltoid, kubni metri (<math>m^3</math>), kubni decimetri (<math>dm^3</math>), kubni centimetri (<math>cm^3</math>), volumen kocke, volumen kvadra)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sastavlja formule i izračunava perimetar trougla i četvrtoglja i izražava jednu promjenljivu preko druge.</li> <li>Koristi oznake i veze između kvadratnog metra (<math>m^2</math>), kvadratnog centimetra (<math>cm^2</math>), kvadratnog milimetra (<math>mm^2</math>).</li> <li>Izračunava površinu (ploštinu) složenih (od kvadrata, pravougla i pravouglih trouglova) 2D oblika.</li> <li>Izražava jednu promjenljivu preko druge iz formula za ploštinu pravouglih trouglova, pravougla i kvadrata.</li> <li>Koristi oznake i veze između kubnih metara (<math>m^3</math>) i kubnih decimetara (<math>dm^3</math>), kubnih decimetara (<math>dm^3</math>) i kubnih centimetara (<math>cm^3</math>), kubnih decimetara (<math>dm^3</math>) i litra (<math>l</math>).</li> <li>Izvodi i koristi formulu za zapreminu (volumen) kocke i kvadra.</li> <li>Izračunava zapreminu (volumen) kocke i kvadra.</li> <li>Izračunava površinu (ploštinu) kocke i kvadra iz njihovih mreža.</li> </ul>

#### Primjeri za aktivnosti

- Učenici u grupama biraju predmete iz učionice, a zatim svaki učenik u grupi procjenjuje dužinu, masu ili zapreminu predmeta i zapisuje svoju procjenu. Zatim u grupi mjere dužinu, masu ili zapreminu predmeta i bilježe dobijene vrijednosti odgovarajućom mjernom jedinicom. Dobijene rezultate zapisuju u tabelu i upoređuju ih sa odgovarajućim procjenama. Na kraju zaključuju koji učenik ima manju grešku u procjeni i da li je korištena odgovarajuća mjerna jedinica. Pobjednik grupe je učenik koji ima najmanju grešku.
- Učenici rade u grupama od po tri učenika i popunjavaju tabele u kojima treba da pretvore merne jedinice za masu, dužinu i zapreminu u odgovarajuće manje ili veće merne jedinice. Svaki učenik u grupi dobija tabelu dužine, mase i zapreme. Nakon popunjavanja tabela, na nivou grupe, upoređuju rezultate u popunjениm tabelama i razgovaraju o tačnosti i načinu na koji su došli do rješenja.

Primjer: Popuni tabele, koristeći odnose između mjernih jedinica za dužinu, masu i zapreminu.

m	dm	cm	mm	m
0,0003				
	0,025			
		1,56		
$m^3$	$dm^3$	$cm^3$	l	ml
0,005				
		30 000		
			457	

g	dg	cg	mg	$\mu g$
			17	
				2000
	0,001			

- Učenici rade u parovima. Svaki učenik u paru samostalno sastavlja zadatke za pretvaranje mjerne jedinice vremena jednu u drugu, a zatim ih međusobno razmjenjuje za rješavanje. Nakon rješavanja, jedni druge ocjenjuju.

Primjer:  $25 \text{ h } 17 \text{ min} = \underline{\quad} \text{ s}$ ,  $2345 \text{ min} = \underline{\quad} \text{ h } \underline{\quad} \text{ min}$ ,  $3\frac{1}{2} \text{ dena} = \underline{\quad} \text{ h}$

- Učenici se dijele u grupe i rade tehnikom „Stanice“. Prvo, grupe rješavaju zadatku poput: „Aleksandar je stigao na aerodrom 2 sata i 40 minuta prije njegovog leta za London i pogledao na sat na aerodromu koji je pokazivao 17:45. Ako je njegov avion poleteo na vrijeme i let je trebalo tačno 114 minuta da sleti u London, koliko je vrijeme bilo na njegovom 12-satnom obliku?“ Zatim svaka grupa sastavlja problem sličan zadatom, koji druga grupa mora riješiti. Nakon rješavanja datog primjera i sastavljanja novog, svaka grupa rotira na zadacima druge grupe, provjerava rješenje i zapisuje komentare, rješava drugi primjer i ponovo se vraća svom hameru gdje provjerava i ocjenjuje rad drugih grupa.

- U parovima, učenici rješavaju zadatke koji uključuju izračunavanje vremenskih intervala u 12 ili 24-satnom sistemu i tumače raspored odgovarajući na pitanja kao u primjeru:

- U koje vreme polazi voz iz Bitolja koji ne staje u Bogomili?
- Koji voz brže stiže od Bitolja do Skoplja?
- Ako je Jovana stigla na železničku stanicu u Prilepu u 13:32, koliko vremena onda treba da čeka na voz kojim želi da ide za Veles? Koliko će dugo vremena trajati njen putovanje?
- Ivan polazi iz Bitolja vozom A, putuje za Veles gdje ima sastanak koji počinje u podne i traje najviše 140 minuta, a zatim mora da nastavi za Skoplje. Da li bi uhvatio sljedeći voz ako bi trebalo da stigne od mjesta sastanka do železničke stanice za 13 minuta?

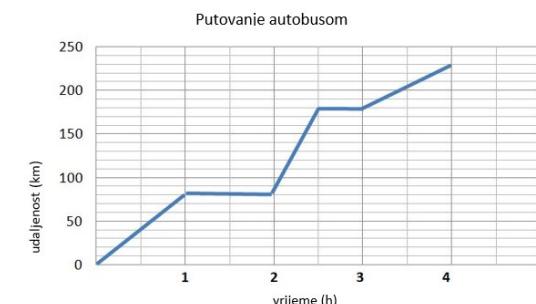
- Učenici samostalno izračunavaju vremenske intervale koristeći grafikon primjera kao što je ovaj: Dati grafikon prikazuje Janino putovanje autobusom.

- Koliko je daleko prešao autobus s kojim putuje Jana u prvom dijelu putovanja?
- Koliko puta je autobus kojim Jana putuje napravio pauzu?
- Koliko je trajala druga pauza u autobusu?
- Koliko je dugo trajalo Janino putovanje?

Nakon rješenja, učenici međusobno razmjenjuju rješenja u parovima i diskutuju o njima.

- Učenici u grupama prave trouglove i četvorouglove od kartona, po jedan od svake vrste. Razmjenjuju radove između grupa, a zatim svaka grupa treba da odredi vrstu trougla/četvorouga koji je dobila, izmjeri i označi njegove stranice, izvede formulu za izračunavanje obima (perimetra) i izračuna. Radovi sa proračunima iz svih grupa su klasifikovane prema vrsti trougla/četvorouga na koji se odnose i prikazuju se u učionici.
- Uz igru „Akvarijum“ učenici vježbaju izražavanje jedne promjenljive preko druge od formula za obim/perimetar (ploština/površinu) trougla i četvorouga. Svaki učenik na papiru zapisuje zadatku za izračunavanje nepoznate dužine (strane) kada je poznat obim/perimetar (ploština/površina) i stavlja ga u unaprijed pripremljenu kutiju - akvarijum. Zatim svaki učenik crta list sa zadatkom i samostalno ga rješava. U parovima učenici međusobno provjeravaju rješenja i raspravljaju o njima.

	Vrijeme polaska	
	Voz A	Voz B
Bitolj	8:42	13:25
Prilep	9:30	13:54
Bogomila	10:10	-
Veles	10:45	14:30
Skoplje	11:27	15:13



- U grupama, učenici formiraju složene 2D oblike od predmeta u obliku pravougla, kvadrata i pravouglog trougla (na primjer, list sveske, blok, pravougli trouguli iz kompleta za geometriju, i sl.) i izračunavaju njihovu ploštinu/površinu. Zatim grupe predstavljaju svoj rad – koji je to složeni oblik koji su formirali, kako su izračunali njegovu ploštinu/površinu, da li su imali poteškoća pri rješavanju i sl.
- U parovima učenici naizmjenično postavljaju zadatke za pretvaranje mjerne jedinice za površinu (zapreminu-volumen), rješavaju i provjeravaju rješenja. Razmatraju se najčešće greške. Primjeri zadataka:  $3 \text{ m}^2 = \square \text{ cm}^2$ ,  $7.5 \text{ m}^2 = \square \text{ cm}^2$ ,  $2500 \text{ mm}^2 = \square \text{ cm}^2$ ,  $320000 \text{ cm}^2 = \square \text{ m}^2$  ( $7 \text{ m}^3 = \square \text{ dm}^3$ ,  $2700 \text{ dm}^3 = \square \text{ m}^3$ ,  $20000 \text{ mm}^3 = \square \text{ cm}^3$ ,  $32 \text{ dm}^3 = \square \text{ l}$ ,  $7 \text{ m}^3 = \square \text{l}$ ).
- Učenici u grupama dobijaju kocke i kvadre i moraju otkriti formulu za izračunavanje površine kvadra i kocke. Zatim na nivou razreda učenici razgovaraju o dobijenim formulama i donose zaključke. Na nivou grupe izračunavaju površinu različitih kutija u obliku kvadra i kocke.
- Učenici u grupama otkrivaju formulu za izračunavanje zapremine/volumena kvadra i kocke. Svaka grupa dobija kutiju u obliku kvadra čije su dimenzije u centimetrima cijeli brojevi i kocke sa ivicom dužine 1 cm. Oni imaju zadatak da otkriju koliko kocki je potrebno da se popuni kutija u obliku kvadra. Učenici se upućuju da razmisle o broju kocki koje se mogu poredati po dužini i širini, broju kocki koje se mogu poredati da potpuno prekriju dno kutije, broju kocki u svakom sljedećem redu, broju redova po visini i sl. i veza sa dužinama ivica kvadra da bi se dobila formula za ukupan broj kocki potrebnih da se popuni kutija, odnosno formula za zapreminu/volumen kvadra. Zatim izračunavaju zapreminu/volumen različitih kutija u obliku kocke i kvadra.
- Učenici u grupama rješavaju zadatke o ploštini/površini i volumenu/zapremini kocke i kvadra iz svakodnevnog života. Svaka grupa rješava iste zadatke. Zatim svaka grupa predstavlja postupak rješavanja jednog od zadataka. Različiti načini rješavanja razmatraju se na nivou razreda. Primjeri zadataka:
  - o Učionica je dimenzija 10 m, 60 dm i 300 cm. Za krečenje 1 m<sup>2</sup> zida potrebno je 250 ml boje. Koliko litara boje je potrebno da se izbijeli cijela učionica?
  - o Bazen je dimenzija 8 m, 3 m i dubine 1,2 m. Koliko m<sup>2</sup> pločica je potrebno za popločavanje dna i bočnih zidova bazena? Koliko m<sup>3</sup> vode je potrebno za punjenje bazena?
  - o Kofa u obliku kvadra je dimenzija 4 dm, 4 dm i visine 6 dm. Napunjen je vodom do 2 dm manje od visine. Koliko litara tečnosti ima u kofi? Koliko je to cm<sup>3</sup>?
  - o Koliko kutija u obliku kvadra sa dimenzijama 5 cm, 4 cm i 2 cm se može spakovati u kutiju dimenzija 0,8 m, 0,6 m i 0,5 m?

**Tema: RAD SA PODACIMA**

**Ukupno časova: 16 (realizuju se tokom cijele godine)**

**Rezultati učenja:**

Učenik/učenica će biti sposoban/-na da:

1. Bira način prikupljanja, organizovanja i predstavljanja diskretnih podataka, po potrebi i grupisanih u jednakim intervalima.
2. Tumači podatke predstavljene dijagramima i izvodi zaključke na osnovu moda ili modalne klase za grupisane podatke, medijanu i rang.
3. Koristi jezik vjerovatnoće za opisivanje i tumačenje događaja.

Sadržaji (i pojmovi):	Standardi za ocjenjivanje:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planiranje i prikupljanje podataka (tabela frekvencija, diskretni podaci, grupirani podaci)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pravi plan istraživanja, izrađuje i koristi instrument za prikupljanje podataka.</li> <li>• Prikuplja i organizuje istraživačke podatke.</li> <li>• Pravi i koristi tabelu frekvencija za prikupljanje diskretnih podataka, grupisanih u jednake intervale prema potrebi.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Obrada podataka i interpretacija rezultata istraživanja (aritmetička sredina, mod, medijan i rang grupiranih podataka, modalna klasa)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pronalazi način ili modalnu klasu za grupisane podatke, medijanu i rang.</li> <li>Crta i tumači: stubasti grafikon; linijski dijagram; dijagrami frekvencija za grupisane diskretne podatke; kružni dijagram; piktogram.</li> <li>Izračunava aritmetičku sredinu, uključujući jednostavne tabele frekvencija.</li> <li>Procjenjuje aritmetičku sredinu podataka predstavljenih dijagramima, a zatim provjerava svoju procjenu proračunom.</li> <li>Izvodi i objašnjava zaključke na osnovu tabele, dijagrama i obrađenih podataka.</li> <li>Uspoređuje dva skupa podataka koristeći rang, aritmetičku sredinu, medijanu ili mod.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Vjerovatnoća (vjerovatnoća, vjerovatnoća od 0 do 1, mogući ishodi, elementarni događaj, eksperimentalna vjerovatnoća, teorijska vjerovatnoća)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Koristi jezik vjerovatnoće za opisivanje i tumačenje rezultata uključujući vjerovatnoću i mogućnost.</li> <li>Koristi vjerovatnoću od 0 do 1.</li> <li>Određuje vjerovatnoću na osnovu jednakog vjerovatnog ishoda u jednostavnim kontekstima.</li> <li>Identificira sve moguće ishode jednog događaja koji se međusobno isključuju.</li> <li>Koristi podatke iz eksperimenata za procjenu vjerovatnoće.</li> <li>Upoređuje eksperimentalnu i teorijsku vjerovatnoću u jednostavnom kontekstu.</li> </ul>

#### Primjeri za aktivnosti

- Na nivou razreda učenici dobijaju „Zadatak sedmice“ i biraju problem koji ih konkretno pogađa i koji žele da se riješi (igrališta, sigurnost na putu do škole, zdrava hrana, zelena okolina). Učenici prave plan za istraživanje koje trebaju provesti i dijele se u grupe. Svaka grupa samostalno kreira i koristi instrument za prikupljanje podataka tokom istraživanja i organizuje ih u tabelu. Grupe zatim razmjenjuju svoje instrumente za prikupljanje podataka i dobijene tabele i upoređuju svoj rad sa radom druge grupe. Prave listu sa primjedbama i prijedlogom korekcija instrumenata i tabela za prikupljanje podataka, kako bi se oni poboljšali.
- Učenici u parovima prikupljaju podatke sa poslednjeg testa iz matematike: ocjene dobijene u razredu na poslednjem testu iz matematike i bodove postignute za svakog učenika na istom testu. Svaki par prikazuje prikupljene podatke tabelama. Zatim parovi razmjenjuju sveske i zapisuju bilješke o predstavljanju, grupisanju podataka u tabele, a zatim ih vraćaju početnom paru koji treba provjeriti (prihvati ili odbiti) bilješke. Na kraju, pred razredom izlažu tabele i bilješke.

<ul style="list-style-type: none"> <li>Učenici rješavaju zadatak u parovima sa podacima iz date tabele frekvencija (na pr. tabela frekvencija za omiljeni sladoled) i podatke iz tabele predstavljaju dijagramima. Prvi učenik iz para treba da prikaže podatke iz tabele stubastim grafikonom, a drugi učenik kružnim dijagramom. Učenici tumače nacrtane dijagrame u parovima, diskutuju i donose zaključke. Zatim učenici mijenjaju uloge.</li> <li>Učenici rješavaju zadatke sa podacima u parovima i treba da popune tabelu frekvencija mjerene temperature u nekom gradu tokom sedmice, a zatim podatke iz tabele prikažu linijskim dijagramom. Prvi učenik iz para treba da popuni tabelu frekvencija za temperaturu, a drugi učenik treba da prikaže podatke iz tabele linijskim dijagramom. Učenici tumače nacrtane dijagrame u parovima, diskutuju i donose zaključke. Zatim učenici mijenjaju uloge.</li> </ul>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Sladoled od</th><th>Crtice</th><th>Frekvencija</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Banane</td><td>////</td><td>4</td></tr> <tr> <td>Kivi</td><td>//</td><td>2</td></tr> <tr> <td>Čokolada</td><td>////////</td><td>7</td></tr> <tr> <td>Jagode</td><td>////</td><td>5</td></tr> <tr> <td>Trešnje</td><td>/</td><td>1</td></tr> <tr> <td>Vanila</td><td>///</td><td>3</td></tr> <tr> <td>Šumsko voće</td><td>//</td><td>2</td></tr> </tbody> </table>	Sladoled od	Crtice	Frekvencija	Banane	////	4	Kivi	//	2	Čokolada	////////	7	Jagode	////	5	Trešnje	/	1	Vanila	///	3	Šumsko voće	//	2
Sladoled od	Crtice	Frekvencija																							
Banane	////	4																							
Kivi	//	2																							
Čokolada	////////	7																							
Jagode	////	5																							
Trešnje	/	1																							
Vanila	///	3																							
Šumsko voće	//	2																							
<ul style="list-style-type: none"> <li>Učenici u parovima treba da popune tabelu frekvencija sa podacima prikupljenim na nivou razreda i predstave podatke piktogramom. Nastavnik priprema pitanja na pr. „Koji ljubimac vam je najdraži (mačka, pas, zeko...); „Koji ti je najomiljeniji predmet?” ili „Koja je tvoja omiljena muzika?”. Učenici u parovima biraju jedno od pitanja i popunjavaju tabelu učestalosti sa podacima prikupljenim na nivou razreda i predstavljaju podatke piktogramom. Zatim učenici u paru odgovaraju na pitanja: „Kakav je moda sakupljenih podataka?”; „Koji je rang?”; „Pronađi medijanu.”; „Izračunaj aritmetičku sredinu”.</li> <li>Učenici u grupama prikupljaju podatke na nivou razreda o visini učenika i popunjavaju tabelu frekvencija. Učenici u grupi procjenjuju aritmetičku sredinu prikupljenih podataka, zapisuju je, a zatim proračunom provjeravaju procjenu.</li> </ul>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Visina cm</th><th>Crtice</th><th>Frekvencija</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>150-157</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>158-165</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>166-173</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	Visina cm	Crtice	Frekvencija	150-157			158-165			166-173														
Visina cm	Crtice	Frekvencija																							
150-157																									
158-165																									
166-173																									
<ul style="list-style-type: none"> <li>Učenici su podijeljeni u četiri grupe. Jedna grupa prima podatke predstavljene tabelom, druga linijskim, treća stubastim i četvrta grupa kružnim dijagramom. Na osnovu iznesenih podataka svaka grupa treba da sastavi najmanje 3 pitanja (na osnovu postavljenih pitanja o datim podacima, na pr. kolika je moda, koji je rang podataka i sl.) i da ih zapiše na flipčart papiru pored prikazanih podataka. Papiri sa flipčartom su prikazani u učionici i sve grupe se rotiraju određeno vrijeme, gledaju ih i odgovaraju na jedno od pitanja dano svakoj grupi. Na kraju, svaka grupa se vraća svom početnom zadatku i provjerava odgovore primljene od drugih grupa.</li> <li>Učenici u parovima rješavaju zadatak <i>Hulahop</i>.</li> </ul> <p><i>Hulahop</i></p> <p>Elena i Meriem su se takmičile u vrtenju hula obruča u nekoliko pokušaja. U sekundama su mjerili vrijeme</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>1 pokušaj</th><th>2 pokušaj</th><th>3 pokušaj</th><th>4 pokušaj</th><th>5 pokušaj</th><th>6 pokušaj</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Elena</td><td>2 s</td><td>5 s</td><td>7 s</td><td>6 s</td><td>20 s</td><td>14 s</td></tr> <tr> <td>Merjem</td><td>4 s</td><td>5 s</td><td>8 s</td><td>17 s</td><td>18 s</td><td>12 s</td></tr> </tbody> </table>		1 pokušaj	2 pokušaj	3 pokušaj	4 pokušaj	5 pokušaj	6 pokušaj	Elena	2 s	5 s	7 s	6 s	20 s	14 s	Merjem	4 s	5 s	8 s	17 s	18 s	12 s			
	1 pokušaj	2 pokušaj	3 pokušaj	4 pokušaj	5 pokušaj	6 pokušaj																			
Elena	2 s	5 s	7 s	6 s	20 s	14 s																			
Merjem	4 s	5 s	8 s	17 s	18 s	12 s																			

vrtenja hula obruča bez prekida i svaka je napravila po 6 pokušaja. Nakon što su podatke složili u tabelu, ostale su pred dilemom „Ko je od njih uspješniji?“. Koristeći informacije koje ćete dobiti popunjavanjem prazne tabele, pomožite Eleni i Meriem da riješe dilemu. Odgovor obrazložite pojmovima iz druge tabele.

Zatim dva para razmjenjuju svoje odgovore i zajedno razgovaraju.

	rang	moda	medijana	aritmetička sredina
Elena				
Merjem				

- Učenici pišu kratak tekst u kojem opisuju i tumače moguće rezultate koristeći jezik vjerovatnoće (tj. pojmove vjerovatnoće od ..., mogući ishodi su ..., više/manje vjerovatno da će ..., to nemoguće... i sl.). Tema teksta može biti predviđanje rezultata fudbalske utakmice, rezultat izbora omiljene pjesme za učenike razreda, vjerovatnoća kupovine omiljene užine tokom dužeg odmora itd.
- Učenici u grupama određuju vjerovatnoću u jednostavnim kontekstima tako što je pišu kao broj (razlomak). Grupe imaju iste zadatke. U svakom od zadataka prvo identifikuju i zapisuju moguće ishode, a zatim određuju vjerovatnoću traženog događaja. Svaka od grupe predstavlja rješenje jednog zadatka, objašnjavajući ga ako je potrebno. Primjeri zadataka:
  - Kolika je vjerovatnoća da izvučete žutu lopticu iz kutije koja sadrži 13 žutih, 7 plavih i 5 crvenih optica? Kolika je vjerovatnoća da ne izvučete žutu lopticu?
  - Kolika je vjerovatnoća da izvučete desetku iz špila karata?
  - Kolika je vjerovatnoća da dobijete paran broj pri bacanju kocke? Kolika je vjerovatnoća da dobijete neparan broj?
  - Kolika je vjerovatnoća da dobijete isti broj kada se dvije kockice bacaju istovremeno? Kolika je vjerovatnoća da ćete dobiti različite brojeve?
- U grupama, učenici eksperimentišu izvlačeći loptice različitih boja iz neprozirne vrećice. Svaka grupa eksperimentiše sa različitim setom optica po broju i boji (jedna vreća može imati loptice samo jedne boje, druga vreća može imati veliki broj optica u nekoliko različitih boja, i sl.). Oni vuku jednu po jednu loptu i bilježe rezultat u tabeli učestalosti. Oni izračunavaju eksperimentalne vjerovatnoće. Zatim otvaraju vreće i izračunavaju teorijske vjerovatnoće. Grupe predstavljaju rezultate eksperimenta i upoređuju ih sa teoretskom vjerovatnoćom. Razmatran je odnos između eksperimentalne i teorijske vjerovatnoće u različitim eksperimentima.
- U parovima, učenici eksperimentišu sa bacanjem kocke (sa brojevima od 1 do 6 na stranama). Svaki par baca kockice 50 puta. Oni prave tabelu učestalosti za brojeve koje su dobili tokom bacanja i određuju vjerovatnoće prema rezultatima. Zatim se tabele frekvencija svih parova sumiraju u zajedničku tabelu. Izračunavaju se vjerovatnoće u tabeli sumiranja. Vjerovatnoće iz pojedinačnih tabela se upoređuju sa vjerovatnoćama iz sumativne tabele i sa teorijskim vjerovatnoćama. Diskutuje se o tome kada su rezultati eksperimentalne vjerovatnoće bliži teorijskoj vjerovatnoći.

## INKLUZIVNOST, RODNA RAVNOPRAVNOST/SENZITIVNOST, INTERKULTURNOST I MEĐUPREDMETNA INTEGRACIJA

Nastavnik primjenjuje inkluzivnost u nastavi putem uključivanja svih učenika u sve aktivnosti za vrijeme časa. Pritom, omogućava da svako dijete bude kognitivno i emocionalno angažovano putem korišćenja odgovarajućih metodičkih pristupa (individualizacija, diferencijacija, timski rad, podrška saučenika itd). Prilikom rada sa učenicima sa smetnjama u razvoju primjenjuje individualni obrazovni plan (sa prilagođenim rezultatima učenja i standardima za ocjenjivanje) i uvek kada je to moguće koristi dodatnu podršku drugih osoba (lične i obrazovne asistente, obrazovne medijatore, tutore-volontere i profesionalce iz škola sa resursnim centrom). Redovno prati sve učenike, naročito one iz ranljivih grupa, da bi mogao na vrijeme da identificuje teškoće u učenju, da ih podstiče i podržava u postizanju rezultata učenja.

Prilikom realizovanja aktivnosti nastavnik podjednako tretira i dječake i djevojčice, pri čemu vodi računa da im ne dodjeljuje rodno stereotipne uloge. Prilikom formiranja radnih grupa nastoji da obezbjedi balans u odnosu na pol. Prilikom izbora dodatnih materijala u nastavi koristi ilustracije i primjere koji su rodno i etnički/kulturno senzitivni i podstiču rodnu ravnopravnost, odnosno promovišu interkulturalizam.

Uvijek kada je to moguće, nastavnik koristi intergraciju tema/sadržaja/pojmova prilikom planiranja i realizacije nastave. Integracija omogućava učenicima da uključuju perspektive i ostalih nastavnih predmeta u ono što izučavaju ovim nastavnim predmetom i da povezuju znanja iz različitih oblasti u jednu cjelinu.

## OCJENJIVANJE POSTIGNUĆA UČENIKA

Da bi se omogućilo učenicima da postignu očekivane standarde za ocjenjivanje, nastavnik u kontinuitetu prati aktivnosti učenika za vrijeme poučavanja i učenja i prikuplja informacije o napretku svakog učenika ponasob. Za učešće u aktivnostima, učenici dobijaju povratnu informaciju kojom se ukazuje na nivo uspješnosti u realizaciji aktivnosti/zadatka i daju se smjernice za poboljšanje (formativno ocjenjivanje). U tom cilju, nastavnik prati i ocjenjuje:

- usmene odgovore na pitanja postavljeni od strane nastavnika ili saučenika;
- praktični rad (na primjer: klasifikacija 2D-oblika po različitim kriterijumima, rješavanje matematičkih problema iz svakodnevnog konteksta, crtanje i konstrukcija 2D-oblika šestarom i obrazovnim softverom);
- istraživačke aktivnosti tokom kojih učenik obavlja posmatranje, predviđanje, skupljanje podataka, mjerenje, evidentiranje, predstavljanje rezultata (sa tabelama, dijagramima, grafikonima) i njihovo prezentiranje;
- odgovori/rješenja data u radnim listovima, nastavnim listovima i sl.;
- domaće zadatke.

U toku školske godine potrebno je realizovati četiri obavezne pismene provjere, po dvije u svakom polugođu, za postizanje rezultata učenja, na osnovu standarda za ocjenjivanje.

Tokom cijele nastavne godine učenici se ocjenjuju brojčanom ocjenom.

Početak implementacije nastavnog programa	školska 2024/2025 godina
Institucija/ nosilac programa	Biro za razvoj obrazovanja
<p>Saglasno članu 30, stav 3 Zakona o osnovnom obrazovanju („Službeni list Republike Sjeverne Makedonije“ br. 161/19 i 229/20) ministar obrazovanja i nauke je donio nastavni program iz predmeta <i>Matematika</i> za VII razred.</p>	<p>br. _____ godina</p> <p style="text-align: right;">Ministar za obrazovanje i nauku, doc. dr. Jeton Shaqiri _____</p>