

Врз основа на член 55 став 1 од Законот за организација и работа на органите на државната управа управа („Службен весник на Република Македонија“ бр. 58/00, 44/02, 82/08, 167/10, 51/11 и „Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 96/2019 и 110/2019) и член 22 став 1 од Закон за средното образование („Службен весник на Република Македонија“ бр. 44/95, 24/96, 34/96, 35/97, 82/99, 29/02, 40/03, 42/03, 67/04, 55/05, 113/05, 35/06, 30/07, 49/07, 81/08, 92/08, 33/10, 116/10, 156/10, 18/11, 42/11, 51/11, 6/12, 100/12, 24/13, 41/14, 116/14, 135/14, 10/15, 98/15, 145/15, 30/16, 127/16, 67/17, 64/18 и „Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 229/20) и член 3 од Закон за математичко-информатичка гимназија („Службен весник на Република Македонија“ бр. 64/18) министерот за образование и наука ја донесе Наставната програма по **примена на математиката во економијата** за IV (четврта) година изборен предмет во математичко-информатичка гимназија.

МИНИСТЕРСТВО ЗА ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА

БИРО ЗА РАЗВОЈ НА ОБРАЗОВАНИЕТО



Наставна програма

ПРИМЕНА НА МАТЕМАТИКАТА ВО ЕКОНОМИЈАТА

ИЗБОРЕН ПРЕДМЕТ

за IV година

Математичко-информатичка гимназија

Скопје, 2023 година

Назив на наставната програма	Примена на математиката во економијата
Тип на наставна програма	Изборна
Кредитна вредност на наставната програма	5 (пет) ЕЦВЕТ ¹ кредити
Ниво на квалификација	IV (четврто) ниво
Година на изучување	IV (четврта)
Број на часови неделно/годишно за реализација на наставната програма	3/99
Цели на наставна програма	<p>Ученикот/ученичката:</p> <ul style="list-style-type: none"> - да ги продлабочи знаењата по математика од делови од финансика математика, економско-математички функции, оптимизација преку линеарно програмирање, теорија на игри и делови од актуарска математика, да ги применува во секојдневни ситуации од банкарско работење, примена во индустрија, при носењето одлуки во бизнис работењето, планирањето на бизнис активности, како и други области на економијата; - да постигне самодоверба во примената на стекнатите математички вештини за наоѓање, користење и презентирање на математичките аргументи; - да ја цени убавината, моќта, корисноста и интернационалната димензија на математиката и да извлекува задоволство од постигнатите резултат; - да развива логичко, критичко и креативно математичко мислење.

¹Закон за Националната рамка на квалификации.

	<p>- да биде подготвен(а) за тимска работа со други профили.</p> <p>- да биде подготвен(а) за согледување на конкретен проблем, негово преточување во математички модел и проверка на истиот.</p>
<p>Теми/подрачја/модуларни единици на наставната програма</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ОДБРАНИ ДЕЛОВИ ОД ФИНАНСИСКА МАТЕМАТИКА • ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ ФУНКЦИИ • ЛИНЕАРНО ПРОГРАМИРАЊЕ • ЕЛЕМЕНТИ ОД ТЕОРИЈА НА ИГРИ • ЕЛЕМЕНТИ ОД АКТУАРСКА МАТЕМАТИКА
<p>Материјално-технички и просторни услови</p>	<p>За постигнување на целите на наставата по <i>математика</i> неопходно е стручно осмислена и планирана примена на различни наставни средства, слики и цртежи, како и помагала: компјутер со соодветни програмски пакети, интернет и ЛЦД проектор.</p>
<p>Норматив на наставен кадар</p>	<p>Наставната програма за IV година може да ја реализира:</p> <p>- наставник со завршени студии по математика/наставна или друга насока, VII/1 или VIA според МРК и 240 ЕКТС;</p> <p>Стручно лице кое исполнува најмалку еден од следните услови:</p> <p>-да бил ментор на ученик кој бил награден на престижен меѓународен натпревар од соодветната област;</p> <p>- да е запишан на докторски студии од соодветната област;</p> <p>-да има стекнато научен степен на доктор на науки на соодветната област.</p>

ОДБРАНИ ДЕЛОВИ ОД ФИНАНСИСКА МАТЕМАТИКА (18 часа)

Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да пресметува проста каматна стапка - Да решава задачи со потрошувачки кредит и штедни влогови - Да пресметува сложена каматна стапка - Да решава задачи со декурзивно вкаматување, антиципативно вкаматување и непрекинато вкаматување - Да решава задачи со финансиски влогови и ренти - Да решава задачи со заеми и тоа со еднакви отплати, со еднакви ануитети 	<ul style="list-style-type: none"> • Камата. Видови камата (номинална, релативна, ефективна, комформна) (1 час) • Проста каматна стапка (2 часа) - терминска сметка - есконт - потрошувачки кредит - штедни влогови • Сложена каматна стапка (3 часа) - декурзивно вкаматување - антиципативно вкаматување - непрекинато вкаматување - Интензитет на камата • Периодични плаќања (4 часа) - Финансиски влогови. Видови - Финансиски ренти. Видови • Заеми (5 часа) - со еднакви отплати - со еднакви ануитети - конверзија на заеми - консолидација на заеми • Финансиска математика во инфлациони услови (3 часа) 	<p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот дефинира видови каматни сметки, а учениците низ задачи ги согледуваат нивните основни карактеристики • Низ групна работа учениците наведуваат примери за различни видови вкаматувања, временски рамки кои ги карактеризираат поимите • Со помош на методите на активна настава учениците се ставени во ситуација на реално финансиско работење и изнаоѓање на соодветни модели за разрешување на проблеми преку креирање случаи и играње улоги <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <p>1.1: да искажува дефиниции за основните видови каматни стапки, проста и сложена камата, да ги разликува видовите вкаматување, видовите ренти, влогови и заеми;</p> <p>1.2: да ги објаснува со сопствени зборови горенаведените поими и да дава примери за различните видови пресметување на камата, влогови, ренти и заеми;</p> <p>1.3: да решава пресметковни задачи за секој од финансиските објекти дефинирани претходно, на временска оска да ги нацрта, означи и објасни поставените услови од задачите;</p> <p>1.4: да да применува знаења од геометриски и аритметички низи во изведувањето на претходно дефинираните поими и да изведува нови формули согласно поставените услови за примена на проблеми од секојдневниот живот, најмногу од банкарското работење.</p>

		<p>Поими : номинална, релативна, ефективна, конформна каматна стапка, проста и сложена камата, интензитет на камата, финансиски влог, финансиска рента, заем</p> <p>(*) Предлог-проект: Изработка на амортизационен план за станбен кредит</p>		
--	--	--	--	--

ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ ФУНКЦИИ (11 часа)

Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да решава задачи од побарувачка, приход, профит - Да одредува тренд на побарувачка - Да ги знае видовите трошоци - Да решава задачи од еластичност на трошоци и еластичност на приход - Да решава задачи од профит и рентабилно работење 	<ul style="list-style-type: none"> • Основни компоненти на пазарот. Економски парадокси (1 час) • Функција на побарувачка. Еластичност на побарувачка. Одредување тренд на побарувачка (3 часа) • Функција на понуда. Еквилибриум (1 час) • Функција на трошоци (3 часа) - видови трошоци - еластичност на трошоци • Функција на приход. Еластичност на приход (2 часа) 	<p>Активности:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот ги запознава учениците со основните својства на економските функции (побарувачка, понуда, трошоци, приход и профит), а учениците одредуваат својства на функциите • Низ групна работа и преку играње улоги учениците решаваат различни задачи поврзани со новите поими 	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <p>1.1: да искажува дефиниции и основни математички својства на дефинираните економски функции: побарувачка, понуда, трошоци, приход, профит;</p> <p>1.2: да објаснува, препознава и дава примери за секоја поединечна функција во конкретни случаи од секојдневниот живот;</p> <p>1.3: да решава задачи во врска со еластичностите на побарувачка и приход, да одредува тренд на побарувачка, рамнотежна положба, да</p>

		<ul style="list-style-type: none"> Профит и рентабилно работење (1 час) <p>Поими: побарувачка, понуда, трошоци, приход, профит, еластичност на побарувачка, еластичност на приход</p> <p>(*) Предлог-проект: Анализа на работењето на замислена компанија со цел на подобрување на резултатите на работењето</p> <p>(*) Предлог-проект: Интересни факти за економските парадокси: Гифенов, Вебленов, шпекулативен и други.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Наставникот обезбедува задачи од секојдневието, а учениците се стимулираат за анализа и интерпретација на резултатите од анализата во носење одлуки за промени во работењето на некоја замислена компанија <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>исцртува графици на економските функции и да ги исчитува својствата на истите;</p> <p>1.4: да ги применува знаењата од математичка анализа во одредување на оптималните услови за развој на одредена бизнис активност која произлегува од горенаведените економски функции, како максимален приход и профит, минимални трошоци и да носи одлуки согласно анализата – да интерпретира резултати (за зголемување на производството, намалување на цената, промена на видот на продукти во производството, постигнување на посакуваните цели на бизнис работењето).</p>
ЛИНЕАРНО ПРОГРАМИРАЊЕ (40 час)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	Ученикот/ученичката ќе биде способен/на: - Да дефинира Векторски простор и потпростор и да решава задачи со нивна примена	<ul style="list-style-type: none"> Векторски простори и потпростори во \mathbb{R}^n. Геометриско толкување на векторски простори и потпростори. 	<p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> Наставникот ги запознава учениците со основните поими поврзани со линеарно програмирање, а учениците разгледуваат основни модели 	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <p>1.1: да искажува основни поими и теореми во врска со ЛП задачите, да разликува модели;</p>

	<ul style="list-style-type: none"> - Да решава задачи со операции од матрици - Да дефинира конвексно множество - Да решава задачи со практични проблеми - Да определува максимален профит, максимално производство, минимални трошоци - Да решава задачи со една и две променливи со пимена на ЛП - Да определува максимум со примена на графички метод и симплекс метод - Да решава задачи со проблеми на минимум - Да применува симплекстабела 	<p>Матрично сметање. (повторување) (3 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Конвексни множества во \mathbb{R}^n. (1 час) • Практични проблеми и нивна математичка формулација – идеен модел (без решавање). (2 часа) <p>-пример на транспортна задача -проблем на смеша - максимален профит - максимално производство -минимални трошоци</p> <ul style="list-style-type: none"> • Општ облик на задачите на математичко програмирање. Основни претпоставки на моделот на линеарно програмирање (ЛП задача). (5 часа) <p>- теореме за множеството решенија на ЛП задачата - ЛП задача со една променлива - ЛП задача со две променливи</p> <ul style="list-style-type: none"> •Стандарден проблем на максимум. Мешан проблем на максимум (6 часа) <p>-графички метод -Симплекс метод</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Низ групна работа учениците решаваат задачи кои се сведуваат на примена на моделот на ЛП, се запознаваат со начините на интерпретација на даден проблем во облик на модел и начин на решавање на проблемите • Наставникот обезбедува примери на задачи со чија помош се прави разлика во методите на решавање и интерпретација на добиените резултати • Со помош на техниките за активна настава учениците се запознаваат со задачи со една и две променливи, графички и симплекс метод на решавање, формулација на дуален проблем и теореме поврзани со нив 	<p>1.2: да ги објаснува поимите и да дава примери за илустрација на основните модели;</p> <p>1.3: да решава задачи кои се сведуваат на примена на моделот на линеарно програмирање во оптимизација;</p> <p>1.4: да ги докажува основните теореми за решенијата на ЛП задачите и дуалниот проблем, да ги користи усвоените знаења во поставување на модел врз основа на реален проблем.</p>
--	--	---	--	--

		<ul style="list-style-type: none"> •Проблем на минимум (2 часа) •Дуален проблем. Економска интерпретација (4 часа) -теореме за дуален проблем •База на ЛП задача (3 часа) •Симплекс табела (4 часа) <p>Поими: модел, функција на цел, ограничување, услов за ненегативност, проблем на максимум, проблем на минимум, дуален проблем, базично решение, симплекс метод, минимакс и максимин принципи</p>	<p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
2	<ul style="list-style-type: none"> - Да решава задачи со примена на транспортен проблем како специјална задача на линеарното програмирање - Да решава задачи со примена на метод на северозападен агол - Да решава задачи со примена на метод на минимални трошоци - Да решава задачи со примена на Вогелов апроксимативен метод 	<ul style="list-style-type: none"> • Транспортен проблем како специјална задача на линеарното програмирање (1 часа) • Одредување на почетно базично решение (3 часа) - Метод на северозападен агол -Метод на минимални трошоци -Вогелов апроксимативен метод • Оптимизација на транспортната програма (3 часа) • Отворен модел на транспорт (3 часа) 	<p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот ги запознава учениците со транспортниот проблем како пример на задача од линеарно програмирање • Учениците решаваат задачи кои се сведуваат на транспортна задача и разгледуваат методи на решавање (северозападен агол, минимални трошоци, Вогелов апроксимативен метод...) • Наставникот ги запознава учениците со постоењето 	<ul style="list-style-type: none"> 2.1: да искажува основни поими и во врска со транспортен проблем; 2.2: да ги објаснува поимите, да ги разликува потребните методи и да дава примери за илустрација на истите; 2.3: да решава транспортни задачи; 2.4: Да моделира реален проблем користејќи модел за транспортна задача.

		<p>Поими: транспортен проблем, метод на северозападен агол, метод на минимални трошоци, Вогелов метод, stepping stone метода, метод на потенцијал</p> <p>(* Предлог-проект: Поставување на транспортен проблем како проблем од секојдневниот живот, моделирање и решавање</p>	<p>програмски пакети со чија помош може одреден транспортен проблем да се претстави, моделира и толкува</p> <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
ЕЛЕМЕНТИ ОД ТЕОРИЈА НА ИГРИ (15 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да решава задачи од прости матрични игри - Да решава задачи од матрични игри со мешовити стратегии - Да решава задачи од игри со користење на линеарно програмирање 	<ul style="list-style-type: none"> • Основни поими и карактеристики на теоријата на игри. Видови игри (1 час) • Прости матрични игри (3 часа) • Минимакс и максимин принцип • Матрични игри со мешовити стратегии (4 часа) • Решавање на мешовити матрични игри (7 часа) -игри од ред 2×2 	<p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот ги запознава учениците со основните поими од теоријата на игри, принципите минимакс и максимин, а учениците решаваат прости и мешовити матрични игри и користат принципи при решавањето • Низ групна работа учениците се оспособуваат за примена на основните теореми од теоријата 	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1.1: да искажува основни поими во врска со теоријата на игри, да разликува видови игри; 1.2: да дава примери за илустрација на различните видови игри; 1.3: да решава прости и мешовити матрични игри од наведените видови и да ги користи принципите на максимин и минимакс при решавањето; 1.4: да ги докажува основните теореми и да поставува модел за одредни реални

		<p>-игри од ред (2,n) и (m,2) -редукција на матрицата на исплата -игри со користење на линеарно програмирање</p> <p>Поими: вредност на игра, нормална форма на игра, проста матрична игра, матрица на исплата, стратегија, оптимална стратегија, максимин, минимакс, игра со седлеста точка</p> <p>(*) Предлог-проект: Дилема на затвореникот, Нешов еквилибриум, решавање конфликти преку теорија на игри</p>	<p>на игри и примена на линеарното програмирање</p> <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>проблеми кои се решават со теоријата на игри.</p>
ЕЛЕМЕНТИ ОД АКТУАРСКА МАТЕМАТИКА (15 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да решава едноставни примери од актуарска математика - Да решава задачи со примена на таблици на смртност 	<ul style="list-style-type: none"> • Основни задачи на актуарската математика. Основни поими (1 час) • Таблици на смртност. (2 часа) 	<p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот ги запознава учениците со основните поими и задачи на актуарската математика, а учениците се оспособуваат да ги користат тие поими во различни ситуации 	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <p>1.1: да искажува дефиниции за основни поими и видови на осигурувања, да го формулира принципот на еквивалентност за различни видови осигурувања;</p>

	<p>- Да решава задачи со примена на осигурување на капитал</p> <p>- Да решава задачи со примена на осигурување на живот</p> <p>- Да определува вредност на полиса</p>	<p>- веројатности на доживување на одредена возраст и смрт на едно лице</p> <p>- Комутативни броеви</p> <p>-интензитет на смртност</p> <ul style="list-style-type: none"> • Осигурување на капитал (3 часа) <p>-принцип на еквивалентноста за исплати и уплати</p> <p>-сегашна вредност на лични ренти: доживотни, привремени, одложени</p> <ul style="list-style-type: none"> • Осигурување на живот (3 часа) <p>-сегашна вредност на осигурување на доживување, случај на смрт (доживотно, привремено, одложено), мешовито осигурување</p> <ul style="list-style-type: none"> • Одредување на осигурителна премија (миза и повеќекратна годишна премија) (3 часа) • Основи на одредувањето на математичката резерва (вредност на полиса) (3 часа) <p>Поими: таблица на смртност, кохорта, број на живи лица, веројатност на доживување,</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Низ групна работа учениците работат на задачи кои се однесуваат на различни видови осигурувања и премии, применувајќи правила и постапки за нивно одредување • Со помош на методите на активна настава учениците разгледуваат реални проблеми низ кои одредуваат сегашна вредност на осигурување, доживотно, мешовито и привремено осигурување во случај на смрт, премија и математичка резерва <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>1.2: да ги објаснува поимите и да дава примери за илустрација со економска интерпретација;</p> <p>1.3: да решава задачи за одредување на сегашна вредност, за премиите и математичката резерва на различни видови осигурувања</p> <p>1.4: да пронаоѓа сегашна вредност на осигурување надвор од наведените видови, врз база на поставен реален проблем.</p>
--	---	--	---	--

		<p>веројатност на смрт, интензитет на смртност, комутативен број, сегашна вредност, доживотни ренти (декурзивни и антиципативни), привремени ренти (дек. и ант.), одложени ренти (дек. и ант.), доживотно осигурување, мешовито осигурување, привремено осигурување во случај на смрт, премија, математичка резерва</p> <p>(*) Предлог-проект: поставување и изведување на сегашна вредност на нови видови осигурувања</p> <p>(*) Предлог-проект: Одредување на премија која се плаќа повеќе пати во годината</p>		
--	--	---	--	--

<p>Оценување на постигањата на учениците</p>	<p>За да се оценат постигнувањата на ученикот неопходно е:</p> <ul style="list-style-type: none"> - да се согледа иницијалната состојба на ученикот (согледување на неговите претходни искуства, знаење и вештини); - да се разговара со ученикот за да се добијат сознанија за неговото логичко размислување, разбирањето на поими и степенот на разбирање при нивната примена, оспособеноста за решавање задачи; - континуирано следење на односот на ученикот кон работата, соработка со врсниците, покажаната иницијативност, љубопитност, самостојност, точност во искажувањето и истрајност во извршувањето на обврските; - континуирано утврдување и проверка на стекнатите знаења, способности и вештини во модуларните единици. <p>Оценувањето на постигањата на учениците ќе биде со бројна оценка (од 1 до 5). Писменото оценување ќе се врши преку изработка на четири писмени работи по две во секое полугодие.</p>
<p>Литература</p>	<p>За реализација на наставната програма неопходен е учебник одобрен од министер за образование и наука, збирка задачи и други извори.</p>
<p>Почеток на имплементација на наставната програма</p>	<p>Учебна 2023/2024 година</p>
<p>Институција/ носител на програмата</p>	<p>Биро за развој на образованието (БРО)</p>
<p>Потпис и датум на донесување на наставната програма</p>	<p>бр. 13-6691/15 4.7.2023 година</p> <p style="text-align: right;">МИНИСТЕР, Doc.Dr. Jeton Shaqiri</p> <hr style="width: 20%; margin-left: auto; margin-right: 0;"/>
<p>Датум на ревизија</p>	